

# APPROCHES EXPERIMENTALE ET NUMERIQUE DES INSTABILITES THERMOCONVECTIVES DANS UN ECOULEMENT POISEUILLE-BENARD

C. Abid, C. Bonnefoi, M. Medale et F. Papini  
Institut Universitaire des Systèmes Thermiques Industriels, U.M.R CNRS N° 6595  
Ecole Polytechnique Universitaire de Marseille, Marseille- France  
Fax : 0 33 (0)4 91 10 69 69 ; mél : Cherifa.Abid@polytech.univ-mrs.fr

## RESUME

L'objet de cet article concerne l'étude d'un écoulement Poiseuille-Bénard. Il s'agit de l'écoulement d'un fluide dans un canal rectangulaire. Un gradient de température est imposé entre les deux parois horizontales, la paroi inférieure étant la paroi la plus chaude. Le flux apporté au fluide par la paroi chauffée induit un mouvement transverse du fluide qui vient se superposer à l'écoulement principal. On assiste alors à un phénomène de convection mixte ; les mouvements transverses du fluide se manifestent à travers des rouleaux contrarotatifs. La configuration de ces rouleaux ainsi que leur stabilité, dépendent de certains nombres de contrôle tel que les nombres de Reynolds, de Rayleigh et Prandtl. Dans le cadre de ce travail, nous présenterons deux approches, expérimentale et numérique de ce type de problème. Nos expérimentations concernent l'écoulement d'un fluide (l'eau) dans un canal rectangulaire, dont la paroi horizontale inférieure est chauffée uniformément par effet Joule. Deux types de mesures sont effectués dans le fluide ; d'une part les mesures de température à l'aide de thermocouples et d'autre part des mesures de champ de vitesse à l'aide de la technique PIV. Une campagne de mesures de température a été entreprise en balayant les deux paramètres de contrôle qui sont les nombres de Reynolds  $Re$  et de Rayleigh  $Ra$ . Les résultats obtenus ont permis de mettre en évidence divers régimes d'écoulements et notamment un domaine d'instabilités thermoconvectives. Parallèlement un modèle numérique basé sur la méthode des éléments finis a été développé. Ce code est basé sur la résolution des équations de Navier-Stokes incompressibles couplées avec l'équation de l'énergie. Le principal résultat des simulations effectuées met en évidence l'existence de trois régimes d'écoulement : stationnaire, périodique et à dynamique complexe.

**Mots clés** : convection mixte, Poiseuille-Bénard, instabilité, écoulement.

## NOMENCLATURE

$D_h=4S/P$	Diamètre hydraulique du canal (S et P étant l'aire et le périmètre de la section)
$g$	Accélération de la gravité
$Gr=g\beta\Delta Th^3/\mu\kappa$	Nombre de Grashoff
$h$	Hauteur de la canalisation (choisie comme longueur de référence)
$\vec{n}$	Normale extérieure au domaine de calcul en tout point de sa frontière
$p$	pression dynamique adimensionnée de l'écoulement
$Pr=v/\kappa$	Nombre de Prandtl
$Re=V_{ref}D_h/v$	Nombre de Reynolds
$\vec{v}$	Vecteur vitesse adimensionnée de l'écoulement (de composantes u, v, w)
$V_{ref} = \sqrt{g \beta \Delta T h}$	Vitesse de référence pour l'adimensionnement des équations
$x, y, z$	Coordonnées d'un point du domaine de calcul dans le repère cartésien
Symboles grecs	
$\beta$	Coefficient d'expansion volumique

$\Delta T$	Ecart de température (entre la plaque chauffée et le fluide entrant)
$\kappa$	Diffusivité thermique de fluide
$\varphi$	Flux imposé à la paroi chauffée
$\mu, \nu$	Viscosités dynamique et cinématique du fluide
$\theta$	Température adimensionnée

## 1. INTRODUCTION

Les écoulements de Poiseuille-Bénard sont des écoulements de convection mixte en conduite rectangulaire horizontale chauffée uniformément par le bas. Ils résultent de la superposition de l'écoulement principal associé à un gradient de pression horizontal et d'un écoulement transverse créé par le gradient de température vertical. Ce dernier est à l'origine de la formation de structures thermoconvectives. Lorsque la valeur du nombre de Rayleigh se situe au-dessous d'une valeur critique, le transfert de chaleur au sein du fluide est purement conductif ; au-delà de ce seuil, pour des valeurs faibles du nombre de Reynolds, il apparaît des structures thermoconvectives en rouleaux contrarotatifs, transversaux à l'écoulement principal, se transformant en rouleaux parallèles à cet écoulement, puis évolue vers des configurations plus complexes, lorsque le nombre de Reynolds est augmenté. Ce type d'écoulement fait l'objet d'applications industrielles intéressantes, notamment pour les dépôts chimiques en phase vapeur (CVD), le refroidissement des composants électroniques, l'agroalimentaire, etc. Les études existantes sont relatives à des écoulements d'air avec des valeurs relativement faibles des nombres de Reynolds et de Rayleigh [1][2] (typiquement dans les configurations : rouleaux perpendiculaires et parallèles à l'écoulement principal). Notre étude se distingue des autres travaux puisque le fluide de travail est l'eau et, de plus, le domaine de valeurs des nombres de Reynolds et de Rayleigh exploré est plus étendu, couvrant ainsi le régime laminaire, jusqu'à la transition hydrodynamique laminaire-turbulent. Dans le cadre de ce travail, nous présenterons deux approches, expérimentale et numérique permettant de localiser les divers régimes d'écoulements et d'instabilités.

## 2. APPROCHE EXPERIMENTALE

### 2.1. Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est montré sur la figure 1.

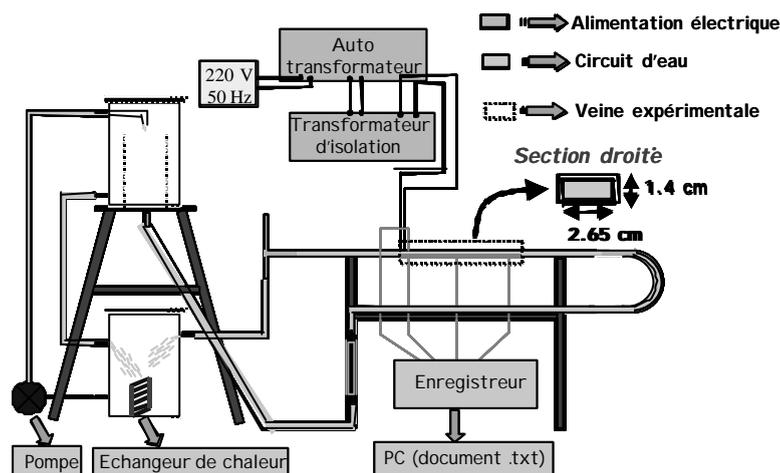


Figure 1 : Dispositif expérimental

Le canal rectangulaire est en plexiglas de 3 mm d'épaisseur ; les dimensions sont : 1.4 cm de hauteur, 2.6 cm de profondeur, pour une longueur totale de 200 cm. La zone centrale, d'une longueur de 50 cm, correspond à la zone d'essai. Dans cette zone, la paroi horizontale inférieure est en cuivre et est uniformément chauffée par effet

Joule par contact avec un film chauffant. La densité de flux est uniforme sur toute la surface et peut varier de  $100 \text{ W.m}^{-2}$  à  $30 \text{ kW.m}^{-2}$ . Une zone d'établissement hydrodynamique permet d'obtenir un écoulement de type 'Poiseuille' à l'entrée de la zone d'essai. La circulation du fluide est assurée à partir d'une cuve à niveau constant permettant d'obtenir un débit stable. Le fluide passe dans un échangeur de chaleur afin de fixer une température de retour constante à l'entrée du canal. Les principales informations exploitées sont la température du fluide mesurée par des thermocouples de type K et le champ de vitesse du fluide en utilisant la PIV. Plusieurs campagnes de mesure ont été effectuées en faisant varier la vitesse débitante du fluide (nombre de Reynolds) et le flux fourni à la paroi (nombre de Rayleigh).

## 2.2. Résultats expérimentaux

Pour une valeur donnée de la vitesse moyenne du fluide  $v$  et de la densité de flux  $Q$ , nous avons mesuré la température du fluide dans diverses positions. Les thermocouples, de  $0.25 \text{ mm}$  de diamètre, sont insérés dans des seringues, ce qui permet un balayage selon la verticale de la section droite ou l'horizontale ;  $Z=0 \text{ cm}$  et  $Z=1.4 \text{ cm}$  correspondent respectivement au haut et au bas de la section droite. A titre illustratif, la figure 2 présente l'évolution du signal pour diverses valeurs de  $Z$  (dans une même section droite située à environ  $35 \text{ cm}$  de l'entrée de la zone chauffée).

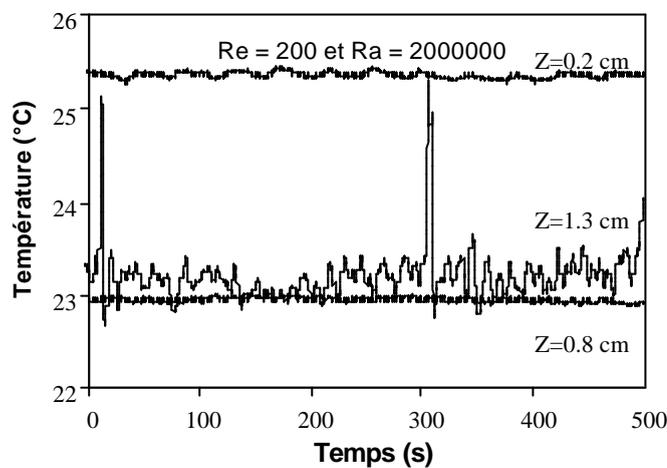


Figure 2 : Evolution de la température du fluide en fonction de  $z$

Nous remarquons que la couche limite du haut est plus chaude que la couche limite du bas alors que le fluide le plus froid est au centre ( $Z=0.8 \text{ cm}$ ). Ceci met en évidence la circulation du fluide dans la section droite, le fluide chaud étant advecté vers la partie haute de la section droite. Par ailleurs, nous remarquons les fluctuations de la température du fluide dans la couche limite du bas. Cette zone est le siège d'un phénomène d'instabilité alors que dans le reste de la section droite la situation est stable. En faisant varier les paramètres de contrôle, et se plaçant dans le plan « le nombre de Reynolds  $Re$  – nombre de Rayleigh », nous avons établi le diagramme de stabilité (figure 3) permettant de situer les différents régimes concernant ce type d'écoulement. Ce diagramme est construit à partir de la mesure de la température du fluide dans la couche limite du bas de la section droite. A faibles nombres de Reynolds et de Rayleigh, le régime est stable ; le signal ne présente aucune fluctuation de la température. Cependant l'accroissement du flux de chaleur apporté à la paroi s'accompagne d'une modification du régime. En effet, pour des nombres de Reynolds ( $Re < 1800$ ) fixés, l'accroissement du nombre de Rayleigh induit une déstabilisation du signal de température du fluide ; des fluctuations de faible amplitude apparaissent (voir figure 4 « signal déstabilisé »). Un accroissement encore plus important du nombre de Rayleigh génère un régime caractérisé par des fluctuations de plus grande amplitude, séparées par des phases laminaires très courtes (signal « limite déstabilisé-intermittent »). A partir d'un nombre de Reynolds de 400, un signal intermittent se manifeste. Ce régime intermittent est défini par des fluctuations de grande amplitude, séparées par des phases laminaires relativement longues ; ce type de signaux représente une intermittence de type III [4]. A plus fort nombre de Reynolds ( $Re > 1100$ ), un nouveau régime apparaît, il s'agit d'un intermittent symétrique. Pour des nombres de Reynolds supérieurs à 1800, le régime stable disparaît, le signal ayant une allure déstabilisée à faible Rayleigh pour se structurer en un régime intermittent à plus fortes valeurs de Rayleigh ; ceci correspond à l'apparition de la transition hydrodynamique, dont l'évolution est gérée par la convection naturelle lorsqu'elle est renforcée ; ceci est conforme aux résultats [5], obtenus en conduit cylindrique, montrant que la convection naturelle retarde l'apparition de la turbulence.

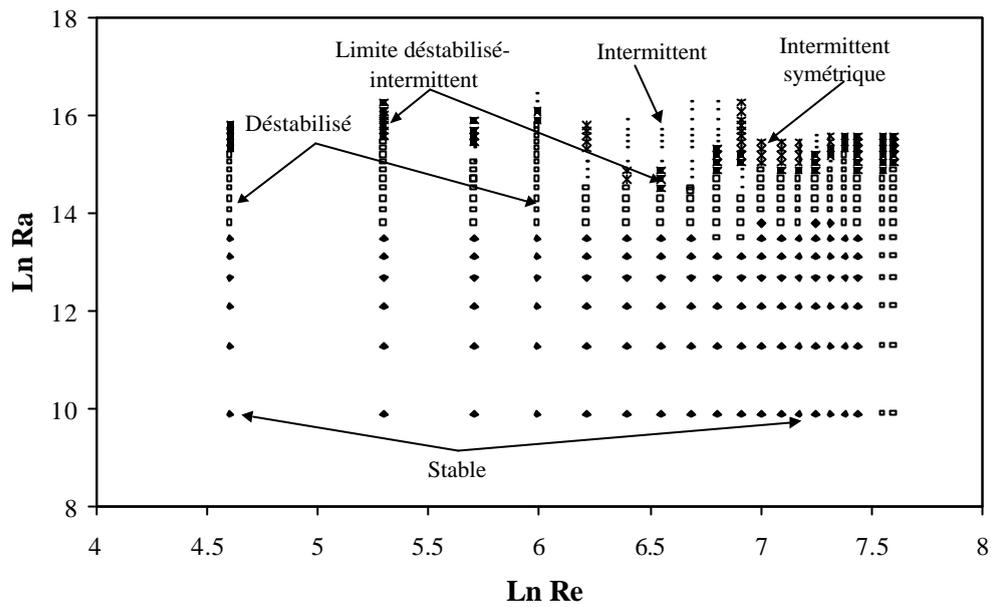


Figure 3 : Diagramme de stabilité

La figure 4 montre des signaux types pour ces différents régimes. Par ailleurs, l'utilisation de la PIV a permis de visualiser l'écoulement en montrant sa complexité (ce que l'on peut aussi constater à l'aide des résultats numériques). A faible nombre de Reynolds, le champ de vitesse à une côte donnée a été mesuré ; une structure à deux rouleaux longitudinaux a été mise en évidence. Une analyse plus approfondie est en cours pour identifier les structures d'écoulement et mettre en évidence les instabilités associées. L'approche numérique qui va être décrite révélera en partie la complexité des phénomènes.

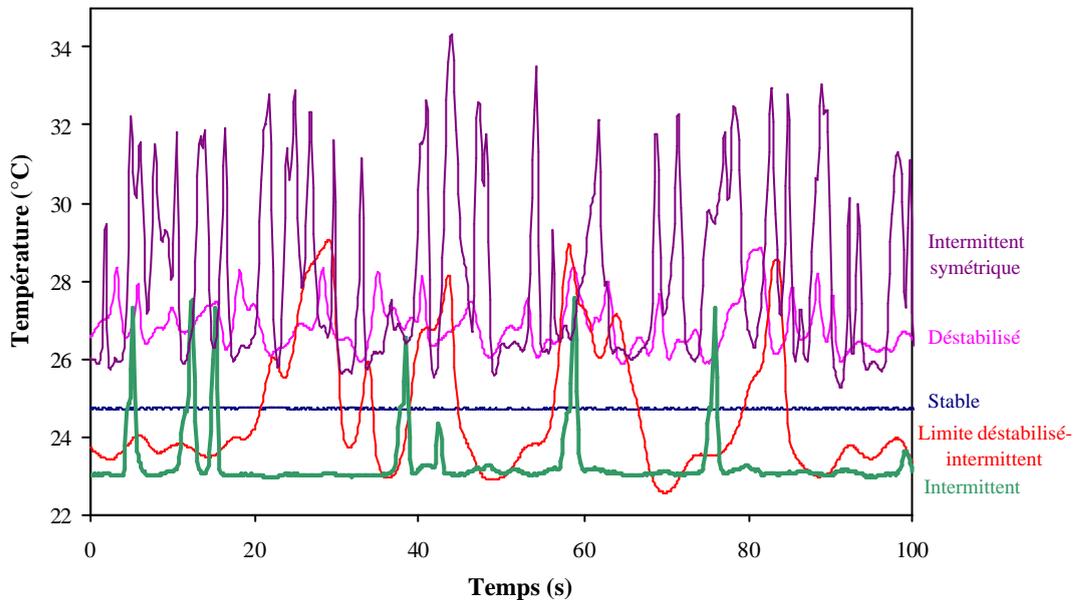


Figure 4 : Evolution de signaux types associés au diagramme de stabilité

### 3. APPROCHE NUMERIQUE

#### 3.1. Equations gouvernantes

Le problème considéré est gouverné par les équations couplées de Navier-Stokes incompressible et de l'énergie. Néanmoins, dans un premier temps, nous ne considérons pour simplifier que les configurations où l'approximation de Boussinesq reste valide, ce qui a pour conséquences de limiter significativement l'intensité du chauffage. En introduisant les échelles suivantes en tant que grandeurs caractéristiques du problème (la hauteur du canal ( $h$ ) pour la longueur de référence, la vitesse de convection naturelle ( $v_{ref}$ ) comme vitesse de référence,  $h/v_{ref}$  comme temps de référence et la différence de températures ( $\Delta T$ ) entre la paroi chauffée et le fluide entrant dans le domaine), on obtient les équations suivantes du problème:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0 ; \quad \sqrt{Gr} \left[ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \right] = -\vec{\nabla} p + \vec{\nabla}^2 \vec{v} + \sqrt{Gr} \theta \vec{z}$$

$$\sqrt{Gr} \cdot Pr \cdot \left[ \frac{\partial \theta}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \theta \right] = \vec{\nabla}^2 \theta$$

Ces équations sont complétées par les conditions aux limites et initiales du problème, pour lesquelles un certain nombre d'hypothèses ont été considérées : la température du fluide à l'entrée de la zone de chauffe est supposée uniforme et constante, le profil de vitesse du fluide à l'entrée de cette même zone est du type 'Poiseuille'. Par ailleurs, deux types de conditions aux limites ont été considérés pour modéliser le chauffage du fluide le long de la paroi horizontale inférieure : soit une température imposée (constante et uniforme), soit un flux imposé (constant et uniforme). Ces hypothèses se traduisent par les conditions aux limites suivantes :

- Sur la section d'entrée du canal :  $\vec{v}(x=0, y, z) = Re \cdot \vec{v}_{Poiseuille}^{adim}$ ,  $\theta = 0$  ;
- Le long des parois solides du canal :  $\vec{v} = \vec{0}$  .
- Sur la paroi chauffée (paroi horizontale inférieure) : soit  $\theta = 1$  ou  $\frac{\partial \theta}{\partial n} = \bar{\phi}_{adim}$  ;
- Sur les trois autres parois latérales du canal :  $\frac{\partial \theta}{\partial n} = 0$  .

Et la condition initiale est introduite par des champs de vitesse, de pression et de température uniformément nuls dans tout le domaine :  $\vec{v}(x, y, z, 0) = \vec{0}$ ,  $\theta(x, y, z, 0) = 0$  .

Les trois nombres sans dimension apparaissant dans les équations précédentes sont :

- Le nombre de Prandtl :  $Pr = \nu / \kappa$  ;
- Le nombre de Grashoff :  $Gr = g \beta \Delta T h^3 / \nu \kappa$  ;
- Le nombre de Reynolds :  $Re = V D_h / \nu$  (où  $D_h$  représente le diamètre hydraulique du canal,  $D_h = 4S/P$ ,  $S$  est l'aire de la section d'écoulement et  $P$  son périmètre).

#### 3.2. Modélisation numérique du problème

Parallèlement à l'étude expérimentale, un modèle numérique basé sur la méthode des éléments finis a été développé pour la résolution des équations de Navier-Stokes incompressibles couplées avec l'équation de l'énergie, présentées ci-dessus [5]. Ce modèle numérique exploite une formulation en variables primitives dont la résolution du problème d'écoulement incompressible est appréhendée par un algorithme de projection incrémental [6], tandis que le couplage thermo-mécanique est traité de manière 'segregated'. La discrétisation spatiale est effectuée à l'aide d'éléments hexaédriques à approximation quadratique pour les variables de vitesse et de température, et linéaire pour la pression. Ce code a été conçu et développé pour être exécuté sur des ordinateurs à architecture parallèle à hautes performances grâce à l'implémentation des bibliothèques de calculs scientifiques Petsc [7].

Le principal résultat des simulations numériques effectuées au cours de cette étude met en évidence, pour les deux types de modélisation du chauffage à la paroi considérés, l'existence de trois régimes d'écoulement : stationnaire, périodique et à dynamique complexe (figure 5).

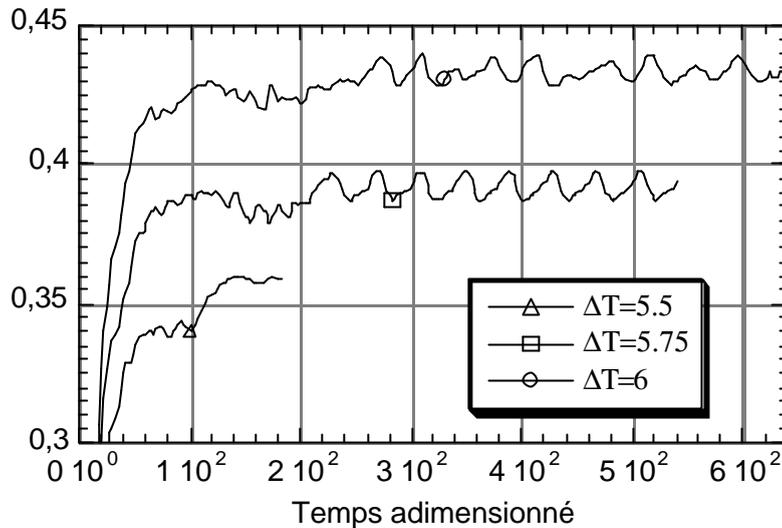


Figure 5 : Evolution de l'énergie interne adimensionnée

Il est par ailleurs intéressant de noter, que même dans le cas du régime d'écoulement stationnaire, la structure spatiale de l'écoulement est déjà relativement complexe, puisqu'en effet trois zones se distinguent assez clairement. Dans la première, qui s'étend environ sur le premier tiers de la conduite à partir du début de la zone de chauffage pariétal, un écoulement secondaire de convection naturelle prend naissance sous forme de deux rouleaux longitudinaux contrarotatifs, ascendants aux parois latérales (verticales). Cette première structure est ensuite brutalement modifiée lorsque deux zones surchauffées, situées dans la partie centrale de la couche limite thermique se développe à la paroi chauffée, se déstabilisent et donnent naissance à deux écoulements ascendants de forte intensité. On peut alors observer dans cette deuxième zone que les deux rouleaux issus de la première zone sont repoussés vers les parois latérales par les deux rouleaux nouvellement apparus. Cette structure à quatre rouleaux longitudinaux n'est pas stable en raison du fait que le rapport d'aspect (hauteur sur largeur) de la section transversale de la conduite est de l'ordre de un demi. On assiste alors dans la troisième zone à une réorganisation de la structure à deux rouleaux longitudinaux qu'évolue spatialement jusqu'à l'extrémité de la conduite. C'est ce mécanisme de base, résultant du couplage entre l'écoulement de convection forcée et celui de convection naturelle qui semble être à l'origine des régimes dynamiques observés expérimentalement.

## 4. CONCLUSION

Nous avons présenté la première étape d'une étude couplant approches expérimentale et numérique pour un écoulement de convection mixte en canal rectangulaire. Elle fait suite à celle réalisée au laboratoire sur un conduit de section circulaire. A travers la richesse des situations et des instabilités, il s'agit, à terme, de faire une synthèse des phénomènes dans les différentes configurations (y compris le cas d'un chauffage sur paroi verticale qui sera ensuite abordé). On aura, en effet, rassemblé ainsi les cas de gradient de température horizontal, vertical, et leur couplage (conduit cylindrique).

## REFERENCES

- [1] X. Nicolas, "Revue bibliographique sur les écoulements de Poiseuille-Rayleigh-Bénard : écoulements de convection mixte en conduites rectangulaires horizontales chauffées par le bas", International Journal of Thermal Sciences, Volume 41, Issue 10 ( 2000), pp. 961-1016.
- [2] C. Abid and al., "Thermal instabilities in a mixed convection phenomenon: nonlinear dynamics", Phys Rev E, Vol.56, N°6 (1997), pp. 6735-6744.
- [3] P. Bergé, Y. Pomeau et C. Vidal, "L'ordre dans le chaos", Hermann éditeurs des sciences et des arts, Paris, (1988).

- [4] C. Abid and al., "Application of the wavelet transform in the laminar turbulent transition for a flow in a mixed convection phenomenon", *Eur. Phys. J. B* 13 (2000), pp. 707-714.
- [5] M. Medale, "Simulation numérique d'écoulements thermo-convectifs et à interfaces mobiles", H.D.R. de l'Université de Provence, Aix-Marseille 1, France (2000).
- [6] Guermond J. L. and Quartapelle L., " Calculation of incompressible viscous flows by an unconditionally stable projection FEM", *J. Comp. Physics*, Vol. 132 (1997), pp. 12-33.
- [7] Balay S., Gropp W., McInnes L. C. and Smith B.: "PETSc 2.0.21 Users Manual", Mathematics and Computer Science Division, Argone National Laboratory, 1998.