

## MODELE MATHEMATIQUE EN REGIME TRANSITOIRE DE LA REPONSE PHYSIOLOGIQUE HUMAINE

K.Imessad<sup>1\*</sup>, N.Ait Messaoudene<sup>2</sup>, F.Mokhtari<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Centre de Développement des Energies Renouvelables, Alger, Algérie  
imessad@gmail.com

<sup>2</sup>Laboratoire des Applications Energétiques de l'Hydrogène (LApEH), Université de Blida, Algérie

**Résumé** – Cette étude présente un modèle mathématique des sensations thermiques de l'être humain en régime transitoire et en milieu non homogène. Le corps humain est représenté par dix sept segments, chaque segment est modélisé par quatre couches. Le modèle intègre les différents mécanismes de transfert de chaleur entre le corps et l'environnement externe, ainsi que les réactions physiologiques.

### Nomenclature

BF	Débit sanguin, l/h.	Skins	Coefficient de distribution sur la peau des thermorécepteurs pour la sudation.
BFB	Débit sanguin de base, l/h.	Skinv	Coefficient de distribution sur la peau des thermorécepteurs pour la vasodilatation.
C	Chaleur spécifique, Wh/°C.	Skinc	Coefficient de distribution sur la peau des thermorécepteurs pour la vasoconstriction.
Dilat	Signal de vasodilatation.	Skinr	Coefficient de distribution des thermorécepteurs sur la peau.
CD	Energie échangée par conductivité, W	T	Température (°C).
Ch	Chaleur dégagée en cas de frissons, W.	Text	Température extérieure, °C.
E	Energie évacuée par évaporation, W.	T <sub>bl,a</sub>	Température dans l'artère, °C.
E <sub>max</sub>	Evaporation maximal, W.	T <sub>bl,v</sub>	Température dans la veine, °C.
P <sub>a</sub>	Pression de vapeur d'eau de l'air extérieur	W	Travail externe, W.
Q	Métabolisme, W.		
Qb	Métabolisme de base, W.		
Qc	Energie échangée par convection, W.		
Qr	Energie échangée par rayonnement, W.		
Res	Chaleur évacuée par respiration, W.		
Stric	Signal de vasoconstriction.		

## 1. INTRODUCTION

L'interaction entre l'homme et son environnement a été le sujet de nombreuses études traitant du confort thermique. L'homme étant un homéotherme, il s'adapte aux différentes conditions climatiques en actionnant des mécanismes physiologiques lui permettant de garder une température centrale autour de 37°C. Les modèles mathématiques, dont le but est de prédire la sensation thermique, sont basés sur le calcul du bilan thermique du corps humain. Ils font intervenir des paramètres physiques, et physiologiques. Les paramètres physiques font intervenir les échanges de chaleur entre le corps et l'environnement externe (conduction, convection, rayonnement, évaporation). Les paramètres physiologiques, eux, font intervenir des réactions de protection (Sudation, vasodilatation, vasoconstriction, frisson).

Le modèle de Stolwijk a été conçu initialement pour la NASA (Stolwijk, 1971). Il modélise le corps humain par 25 nœuds; six segments représentant la tête, le tronc, les bras, les mains, les jambes et les pieds. Chaque segment étant constitué de 4 couches (Noyau, Muscles, Graisse, Peau). Le 25<sup>ème</sup> nœud illustre le flux sanguin. Dans le modèle de Gagge (1986), le corps humain est composé de deux compartiments cylindriques (La peau et le noyau central). Ce modèle, qui est l'un des plus simples, a été développé pour un individu se trouvant dans un milieu homogène. Fiala (1999) divise le corps en 15 parties sphériques ou cylindriques. Chaque partie est divisée en plusieurs nœuds. Fiala divise chaque segment, sauf le visage et l'épaule, en trois secteurs : antérieur, postérieur, inférieur. Le modèle de L'université de Berkeley (Huizenga et al. 2001) divise le corps en seize segments, chaque segment est composé de : Noyau, Muscles, Graisses et la Peau. Ce modèle prédit la réponse physiologique en régime transitoire et pour des conditions extérieures non

uniformes. Une interface graphique permet de visualiser les détails de la distribution de la température locale et du flux de chaleur sur un mannequin en trois dimensions.

Le modèle de notre étude est un modèle de confort thermique en régime transitoire. Il est basé sur un homme de corpulence moyenne, avec un poids d'environ 74,5 kg et une surface corporelle de 1.87m<sup>2</sup>. Le corps est divisé en 17 segments: la tête (demi sphère), le visage (cylindre), le torse (demi cylindre), le dos (demi cylindre), la bassin (cylindre), les bras gauche et droit (cylindres), les avants bras gauche et droit (cylindres), les mains gauche et droite (cylindres), les jambes gauche et droite (cylindres), les cuisses gauche et droite (cylindres), et les pieds gauche et droit (cylindres). Chaque segment est composé de quatre couches : Le noyau central, les muscles, la graisse et la peau. Les avantages du présent modèle sont :

- 1- La considération d'un nombre suffisant de segments afin de prendre en compte la non homogénéité des conditions extérieures, ainsi que l'asymétrie de distribution de la chaleur sur le corps, éventuellement causée par l'irradiation solaire, les surfaces froides, la non uniformité des vêtements,... etc.
- 2- L'intégration de la non uniformité de la température artérielle. En effet, le sang circulant dans des artères irrigue différentes parties du corps d'une manière différente. De plus, un échange par contre courants se fait entre les artères et les veines.
- 3- La prise en compte des différentes réponses physiologiques intervenant dans la régulation thermique.
- 4- La proposition de coefficients d'échange par convection et rayonnement calculés pour chaque segment.

## 2. PARAMETRES PHYSIQUES DU MODELE

Le corps humain doit maintenir un équilibre thermique entre l'énergie produite par le métabolisme et l'énergie échangée avec l'environnement extérieur. Le bilan énergétique qui en résulte pour chaque segment considéré dans le présent modèle est donné par les équations suivantes :

$$\begin{aligned}
 \text{Noyau central :} \quad & C(i,1) \cdot \frac{dT(i,1)}{dt} = Q(i,1) - BF(i,1) - CD(i,1) - Re.s(i,1) \\
 \text{Muscles :} \quad & C(i,2) \cdot \frac{dT(i,2)}{dt} = Q(i,2) - BF(i,2) + CD(i,1) - CD(i,2) \\
 \text{Graisse :} \quad & C(i,3) \cdot \frac{dT(i,3)}{dt} = Q(i,3) - BF(i,3) + CD(i,2) - CD(i,3) \\
 \text{Peau :} \quad & C(i,4) \cdot \frac{dT(i,4)}{dt} = Q(i,4) - BF(i,4) + CD(i,3) - Qc(i) - Qr(i) - E(i)
 \end{aligned} \tag{1}$$

i représente le numéro du segment et varie de 1 à 17

Où Q(i,j) représente la chaleur produite par le métabolisme (oxydation de la nourriture) au niveau de chaque couche. Dans le modèle, il est considéré comme la somme d'une valeur de base produite dans les conditions de neutralité thermique et d'une chaleur additionnelle produite lors d'un effort physique ou lors de frissonnement. Le surplus de chaleur occasionné se produit seulement au niveau des muscles.

Durant la respiration, le corps évacue de la chaleur sensible par convection et de la chaleur latente par évaporation. Cette perte de chaleur est supposée se produire au niveau du noyau central du torse et est donnée par :

$$Re.s = (0.0014 \cdot (34 - T_{ext} + 0.017 \cdot (5.867 - P_a))) \cdot \sum_{i=1}^{17} \sum_{j=1}^4 Q(i, j) \tag{2}$$

Le terme  $E(i)$  représente l'évaporation et correspond à une chaleur latente de changement d'état qui se manifeste au niveau de la peau lors de la transpiration. L'eau évaporée à la surface de la peau est produite par deux mécanismes distincts, soit elle est diffusée à travers les cellules cutanées ( $E_b$ ), soit elle est secrétée par les glandes sudoripares ( $E_{sw}$ ), ce qui donne l'expression suivante :

$$E(i,4) = E_b(i,4) + E_{sw}(i,4)$$

$$E_b(i,4) = .06 \cdot \left( 1 - \frac{E_{sw}(i,4)}{E_{\max}(i)} \right) \cdot E_{\max}(i) \quad (3)$$

$$E_{sw}(i,4) = (371,2 \cdot Error(1,1) + 33,6 \cdot (wrms - clds)) \cdot Skins(i) \cdot km(i)$$

### 3. PERAMETRES PHYSIOLOGIQUES DU MODELE

Les réponses physiologiques du corps humain sont activées par l'intermédiaire de thermorécepteurs qui déclenchent l'état thermique du système. Les thermorécepteurs comparent la température de chaque compartiment à une température de consigne  $T_{set}$ . Il en résulte un signal d'erreur  $Error(i,j)$ . Si ce signal est positif, nous pouvons assumer que les thermorécepteurs spécifiques à la sensation de « chaud » sont activés. Dans ce cas on écrit  $Warm(i,j) = Error(i,j)$ . Si par contre ce signal est négatif, alors les thermorécepteurs de la sensation « froid » sont activés et on écrit  $Cold(i,j) = -Error(i,j)$ . Un paramètre englobant les différents signaux d'erreur est utilisé pour tenir compte des différentes parties du corps qui peuvent être à des températures différentes.

$$Warm_s = \sum_1^{17} Skin_r(i) \cdot Error(i,4), \text{ il est fait de même pour le 'Colds'}$$

Le signal émis par le cerveau permet de déclencher l'action à entreprendre par le corps humain, il fait intervenir la température interne de la tête, correspondant à l'hypothalamus, et une moyenne pondérée des températures cutanées de chaque segment.

Les différentes parties du corps humain sont irriguées par le sang chaud à travers les artères principales. Cependant, avant que les extrémités ne soient perfusées, le sang est refroidi lors d'un échange par contre-courant entre les artères et les veines adjacentes. Les artères vont alimenter les lits capillaires, puis retourner dans les veines et se réchauffer à nouveau par contre-courant. L'échange de chaleur par contre-courant entre artères et veines adjacentes est donné par :

$$Q_x = h_x \cdot (T_{bla} - T_{blv}) \quad (4)$$

$h_x$  étant le coefficient d'échange par contre courant, il est considéré égal à 0 pour les parties intérieures du corps ; pour les extrémités (Bras, Mains, Epaule, Jambes, Pieds) ce coefficient est obtenu de la littérature[2].

En conditions de neutralité thermique, les tissus sont alimentés par un débit de base. Dans les conditions de non-neutralité, le débit sanguin varie en fonction des conditions extérieures, selon qu'on soit en situation de vasodilatation ou de vasoconstriction. La variation du débit sanguin se produit seulement au niveau des muscles et de la peau.

Au niveau des muscles 
$$BF(i,2) = BFB(i,2) + \frac{W(i) + Ch(i)}{1.16} \quad (5)$$

Au niveau de la peau 
$$BF(i,4) = \frac{BFB(i,4) + SKINV(i) \cdot Dilat}{1 + SKINC(i) \cdot Stric} \cdot km(i,4) \quad (6)$$

Avec  $km(i,4)$  un multiplicateur local qui dépend de la différence entre la température au niveau de la peau et une température de consigne.

Si la température du corps augmente, le cerveau génère une vasodilatation. C'est une réaction physiologique se traduisant par une augmentation du débit sanguin afin de favoriser l'évacuation de la chaleur vers l'extérieur.

$$Dilat = 117 \cdot (Error(1,1) + 7.5 \cdot (Warm_s - Colds) + P_{dl} \cdot Warm(1,1) \cdot Warm_s) \quad (7)$$

Au contact du froid, la réponse thermorégulatrice de l'être humain est la vasoconstriction et la production de chaleur à travers les frissons. Les sont une production supplémentaire de chaleur qui se manifeste au niveau des muscles. Alors que la vasoconstriction est une réduction du débit sanguin alimentant les parties extrêmes.

$$Ch(i,2) = (-C_{ch} \cdot Error(1,1) - S_{ch} \cdot (Warms - Colds) + 24.4 \cdot Cld(1,1) \cdot Colds) \cdot Chilf(i) \quad (8)$$

$$Stric = -11.5 \cdot Error(1,1) - 11.5 \cdot (Warms - Colds) + P_{st} \cdot cold(1,1) \cdot Colds$$

$P_{dl}, C_{ch}, S_{ch}, P_{st}$  sont des coefficients de contrôle et sont pris égale à 0.

## 4. VALIDATION DU MODELE

Les résultats du présent modèle sont confrontés aux résultats d'expériences menées de travaux menés pour étudier le phénomène des réactions physiologiques aux conditions de température ambiante. La comparaison est faite en régime établi ainsi qu'en régime transitoire.

### 4.1. Régime établi

La température rectale ainsi que de la température de la peau au niveau de quelques parties du corps humain sont données pour différentes ambiances. Les données expérimentales sont celles fournies par Werner [3]. Les sujets testés portaient des shorts et se trouvaient en état de repos.

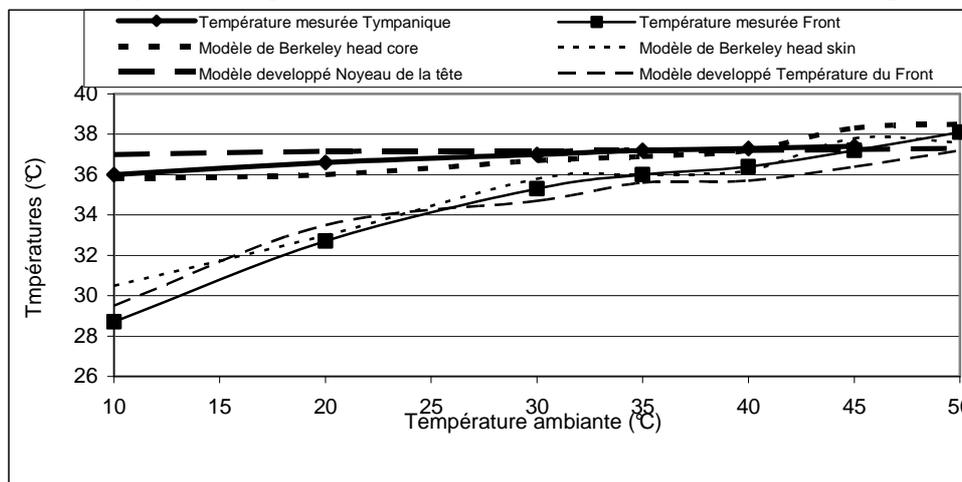


Fig. 1. Comparaison entre les températures simulées et mesurées pour différentes températures ambiantes

Le tableau 1 illustre les données provenant des travaux d'une équipe de recherche de l'Université de Californie, Berkeley et celles fournies par Olsen et Fanger. Ces données concernent la température de la peau de sujets portant un habit de travail et se trouvant dans une ambiance qu'ils considèrent neutre [4]. Nous avons estimé une ambiance neutre comme une température de 20°C et RH=40%.

Segment	Température de la peau [°C]		
	Fanger et Olsen	Berkeley UC	Modèle développé
Le Front	34.2	35.8	34.5
Le torse	34.5	35.1	35
Le dos	34.3	35.3	34.9
L'abdomen	34.9	35.3	34.4
Bras	33.5	34.2	33.8
Avants bras	32.7	34.6	33.1
Mains	33.5	34.4	33.3
Cuisses	33.7	34.3	34.3
Jambes	32.2	32.7	33
Pieds	32.2	33.3	32.4
Moyenne	33.38	34.45	33.66

Tableau.1. *Température de la peau en ambiance neutre*

Il apparaît d'après le tableau 1 que, pour des conditions extérieures similaires, la différence entre les deux données expérimentales dépasse des fois 1,5°C. Cela démontre la complexité de prévoir le comportement humain face à un environnement donné. Nous pouvons remarquer d'après la figure 1 et le tableau 1 que notre modèle reproduit très bien le comportement du corps humain en régime établi.

## 4.2. Régime transitoire

Les prédictions du présent modèle ont été comparées avec des études expérimentales ainsi que d'autres modèles théoriques: celui développé par Li Yi et al.[5] et celui d'une équipe de recherche de l'université de Berkeley.[3].

La figure 2 illustre les observations expérimentales rapportées par Tetsuya Umeno et Satoru Tokada.[6] Cette étude avait pour but d'illustrer la réaction du corps humain face à un environnement chaud et humide. Trois sujets habillés légèrement passent 15 minutes dans une chambre A se trouvant à 25°C avec une humidité relative (RH) de 40% et une vitesse de l'air (Vv) 0.3m/s. Ces sujets se déplacent ensuite dans une chambre B à 36°C, RH=80% et Va=0.1m/s. Vingt minutes après, ils reviennent à la chambre A et y restent 40 minutes.

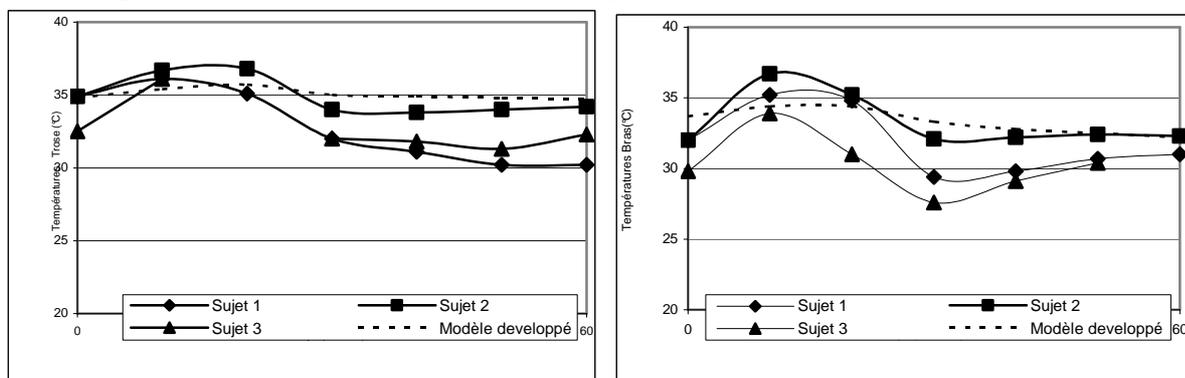


Fig. 2 : Comparaison entre les températures simulées et mesurées de la peau au niveau du torse et du bras

La figure 3 montre les résultats d'une expérience menée par Hardy et Stolwijk sur trois personnes qui sont passés d'une chambre A où l'ambiance était à 30°C avec RH=40% vers une ambiance à 48°C et RH=30% puis retour à nouveau vers une ambiance à 30°C. La température rectale et la moyenne de la température de la peau relevée sur 10 endroits sont présentées.

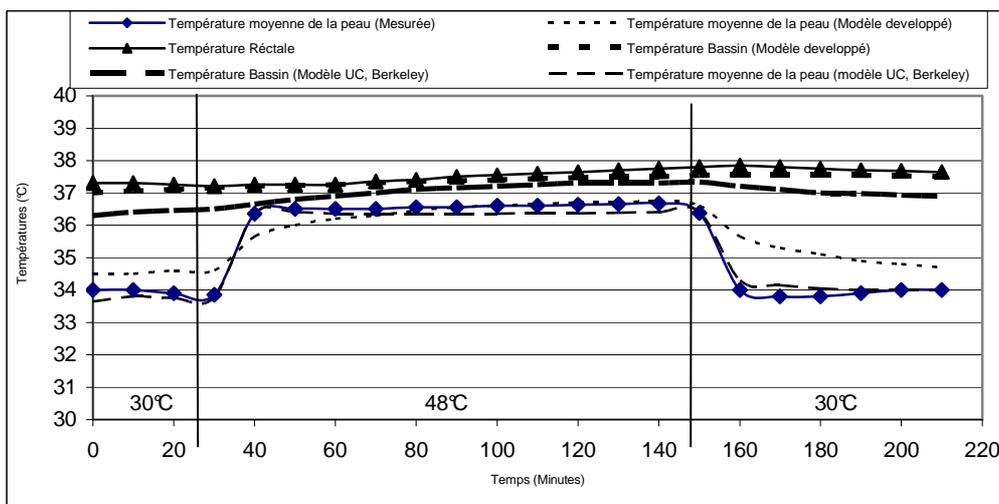


Fig. 3 : Comparaison entre les températures simulées et mesurées pour un changement d'état de 30°C vers 48°C puis 30°C.

Il apparaît d'après les figures 1,2 et 3 que la différence entre la température rectale mesurée et la température simulée par notre modèle ne dépasse pas (0.5°C). En ce qui concerne la température moyenne de la peau, le modèle donne d'assez bons résultats, avec un écart n'excédant pas 1,5°C. Il faut noter que les températures mesurées sont des moyennes relevées sur plusieurs personnes, alors que le modèle développé utilise un homme de corpulence moyenne.

## 5. CONCLUSION

Cette étude est une première étape d'un travail qui a pour objectif de participer au développement des indices de confort thermique dans le domaine de l'habitat et de l'automobile. Un modèle de sensation thermique en régime transitoire et en milieu non homogène a été développé. Les résultats simulés pour les températures à différents points du corps ont été comparés à des résultats d'études expérimentales. Les résultats du modèle présente une assez bonne concordance avec la réalité. Une application première de ce travail sera faite dans le domaine de l'habitat, en calculant la température intérieure dans les locaux en mode chauffage et rafraîchissement permettant d'avoir une meilleure sensation de confort

## REFERENCES

- [1] R.J. de Dear, E.Arens, Z.Hui and M.Oguro, Convective and radiative heat transfer coefficients for individual human body segments. *Int J Biometeorol*, 40 (1997), 141-156.
- [2] Fiala D, *Dynamic simulation of human heat transfer and thermal comfort*, Ph. D. thesis, Institute of Energy and Sustainable Development, De Montfort University, Leicester, (1998).
- [3] Huizenga C, Zhang H, Arens E, A Model of Human Physiology and Comfort for Assessing Complex Thermal Environments, *Building and Environment*, 36 (2001), 691-699.
- [4] E.Arens and H.Zhang, *Thermal moisture transport in fibrous materials Part 16 The skin's role in human thermoregulation and comfort*, Edité par N.pan et P;Gibson, Presse CRC, (2006).
- [5] Li Yi, Li Fengzhi Liu Yingxi and Luo Zhongxuan, An integrated model for simulating interactive thermal processes in human-clothing system, *Journal of Thermal Biology*, 29 (2004), 567-575.
- [6] Tetsuya Umeno, Shuichi Hokoi and Satoru Takada, Prediction of skin and clothing temperature under thermal transient considering moisture accumulation in clothing, *ASHRAE Transaction*, 107, (2001), 71-92.
- [7] Zhang H (2003), *Human Thermal Sensation and Comfort in Transient and Non-Uniform Thermal Environments*, Ph. D. thesis, CEDR, University of California at Berkeley (2003).
- [8] Shin-ichi Tanabe, Kozo Kobayashi, Junta Nakano, Yoshiichi Ozeki, Masaaki Konishi, Evaluation of thermal comfort using combined multi-node thermoregulation (65MN) and radiation models and computational fluid dynamics (CFD), *Energy and Building*, 34 (2002), 637-646.
- [9] J.A.J STOLWIJK, *A model of physiological temperature regulation in man*. NASA contractor report, NASA CR-1855). Washington, DC (1971).
- [10] Gagge, A.P., A.P. Fobeletes, and L.G. Berglund, A standard predictive index of human response to the thermal environment, *ASHRAE Transactions*, 92(2B) (1986), 709-731.
- [11] B.AYing, Y.L.Kwork, Y.Li, C.Y.Yeung, F.Z.Li, and S.Li, Mathematical modelling of thermal physiological responses of clothed infants, *Journal of Thermal Biology*, 29, (2004), 5596-565.
- [12] Zhi Jian Kang, Hong Xue, Ten Yin Bong, Modeling of thermal environment and human response in a crowded space for tropical climate, *Building and environment*, 36, (2001), 511-525.
- [13] K.C.Parsons, Computer models as tools for evaluating clothing risks and controls, *Ann. Occup. Hyg.* 39-6, (1995), 827-839.