

## MODELISATION DE L'ÉCOULEMENT D'UN COULIS DE GLACE STABILISÉE DANS UN ÉCHANGEUR À PLAQUES. DETERMINATION DES COEFFICIENTS DE TRANSFERT CONVECTIF

C. Ionescu<sup>1,2</sup>, P. Haberschill<sup>2</sup>, R. Popa<sup>1</sup>, A. Lallemand<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup> *Facultatea de Energetică, Universitatea Politehnica București,  
Splaiul Independenței 313, București RO 060042*

cristi.ionescu@energy.pub.ro

<sup>2</sup> *Centre de Thermique de Lyon, UMR 5008, CNRS, INSA, UCBL –  
INSA, 20 Avenue Albert Einstein – F 69621 Villeurbanne*

[philippe.haberschill@insa-lyon.fr](mailto:philippe.haberschill@insa-lyon.fr) ; \*andre-j.lallemand@orange.fr

### RESUME

Le fluide frigoporteur diphasique étudié se compose de particules millimétriques d'un gel organique contenant jusqu'à 90 % d'eau (MCP), mises en suspension dans une huile silicone de très faible viscosité. Le modèle permet d'étudier son comportement thermique pendant son refroidissement en écoulement laminaire dans un canal rectangulaire. Dans ce modèle, le changement de phase est pris en compte par un terme source dans l'équation de l'énergie. L'influence de la surfusion et la variation des propriétés physiques du frigoporteur avec la température et l'état du MCP sont pris en compte. Par comparaison avec l'expérience, on note que l'évolution des valeurs expérimentales et théoriques est analogue du point de vue qualitatif. Sur le plan quantitatif, les différences sont inférieures à 15 %.

### NOMENCLATURE

$b$	hauteur du canal	(m)	<b>Lettres grecques</b>	
$C_p$	capacité thermique massique sous pression constante	(J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )	$\Delta h$	chaleur latente de changement de phase (J.kg <sup>-1</sup> )
$c_v$	fraction volumique en particules		$\Delta T_s$	degré de surfusion (K)
$d_p$	diamètre d'une particule	(m)	$\alpha$	diffusivité thermique (m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> )
$e$	gradient transversal de vitesse	(s <sup>-1</sup> )	$\lambda$	conductivité thermique (W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )
$l$	largeur du canal	(m)	$\rho$	masse volumique (kg.m <sup>-3</sup> )
$L$	longueur du canal	(m)	$\varphi$	densité de flux de chaleur (W.m <sup>-2</sup> )
$\dot{m}$	débit massique	(kg.s <sup>-1</sup> )	$\Phi_p$	flux de chaleur généré/absorbé par une particule (W)
$n$	nombre de mailles ; index de loi en puissance			
$N$	nbre particules par u. de volume	(m <sup>-3</sup> )	<b>Indices</b>	
$Pe_p$	nombre de Péclet d'une particule		$a$	apparent
$r_c$	rayon de congélation	(m)	$c$	changement de phase
$r_{cd}$	rayon du début de la congélation	(m)	$e$	entrée, extérieur
$r_p$	rayon d'une particule	(m)	$f$	fluide porteur
$Re$	nombre de Reynolds		$g$	glace
$S$	terme source	(W.m <sup>-3</sup> )	$i, j$	coordonnées du maillage
$S^*$	terme source normalisé	(K.s <sup>-1</sup> )	$loc$	local
$t$	temps	(s)	$m$	moyen
$T$	température	(K)	$p$	particule
$u$	vitesse	(m.s <sup>-1</sup> )	$r_c$	rayon de congélation
$\bar{u}$	vitesse moyenne	(m.s <sup>-1</sup> )	$s$	suspension, surfusion
$x$	position axiale	(m)	$w$	paroi
$y$	position radiale	(m)	$x, y$	coordonnées spatiales
$y_0$	demi-épaisseur du canal	(m)		

## 1. INTRODUCTION

La particularité du transfert thermique d'un fluide frigoporteur diphasique provient de la présence de particules en suspension qui, lorsqu'elles évoluent en température, absorbent ou dégagent de l'énergie sous forme de chaleur sensible et de chaleur latente. L'énergie de changement de phase peut être prise en compte dans l'équation de conservation de l'énergie, soit par un terme source, soit en utilisant une capacité thermique équivalente qui en tient compte (le terme source est alors nul).

Charunyakorn *et al.* [1] ont mis au point un modèle numérique qui utilise un terme source pour simuler le changement de phase. Leurs résultats ont été validés qualitativement par une étude expérimentale effectuée par Goel *et al.* [2]. Mais, l'accord quantitatif n'était pas bon.

A partir des différences signalées par Goel *et al.*, Zhang et Faghri [3] ont modifié le modèle de Charunyakorn *et al.* en ajoutant une équation qui caractérise le processus de fusion dans une particule. Leur modèle inclut les effets de parois des particules, le sous-refroidissement initial et le domaine de température de fusion. Ainsi, la différence entre les résultats théoriques et expérimentaux a été réduite de 45 [2] à 34 % [3].

Le comportement thermique d'un fluide frigoporteur, analogue à celui que nous utilisons dans un canal rectangulaire, a été étudié par Demasles *et al.* [4] à l'aide d'un modèle 3D. Il prend en compte la modélisation des transferts thermiques et du changement de phase dans les particules ainsi que les transferts entre les billes et le fluide porteur et le phénomène de surfusion. Mais, aucune validation expérimentale de ce modèle n'a pu être faite.

Au lieu d'ajouter un terme source à l'équation de l'énergie pour considérer le changement de phase, Roy et Avanic [5] utilisent une capacité thermique équivalente. Les effets de changement de phase sont incorporés à la capacité thermique massique du matériau à changement de phase qui devient une fonction de la température et de la concentration en MCP. La principale critique de cette approche est qu'elle considère que le changement de phase se fait sur un intervalle de température et non à une température de fusion donnée.

Ainsi, l'ensemble des modèles de la littérature ne couvrant pas l'intégralité des phénomènes mis en jeu ou ne donnant pas des résultats conformes à l'expérience, il nous est apparu intéressant de proposer une nouvelle modélisation simple et efficace.

## 2. MODELISATION DES TRANSFERTS DANS UN CANAL REFROIDI

### 2.1. Mise en équation

#### 2.1.1. Considérations générales

Notre modèle est inspiré des travaux de Charunyakorn *et al.* [1]. Par rapport à leur modèle, nous avons introduit l'influence de la surfusion. Deux autres améliorations sont apportées :

- la prise en compte de la variation des propriétés physiques des constituants du fluide frigoporteur diphasique (FFD) avec la température et l'état du matériau à changement de phase (MCP) ;
- la possibilité de faire varier le type d'écoulement de laminaire à turbulent.

Afin de faciliter la résolution des équations de base, les hypothèses simplificatrices suivantes ont été faites :

- l'écoulement est considéré incompressible et à profil de vitesse connu. Il est hydrodynamiquement développé et à température uniforme à l'entrée de la section de transfert thermique ;
- les particules sont des sphères rigides ;
- la suspension est homogène ;
- la dissipation visqueuse est négligée dans l'équation de l'énergie ;
- l'effet de paroi, qui crée une couche sans particules près de la paroi du canal, est négligé.

Les équations correspondantes, pour l'écoulement du fluide dans le canal de section rectangulaire (Figure 1), sont données ci-après.

Profil de vitesse pour l'écoulement laminaire entre deux plaques parallèles. L'équation classique pour un écoulement du type Hagen-Poiseuille [6] a été modifiée pour le fluide chargé en particules solides. Nous utilisons l'expression générale suivante :

$$u(y) = \frac{(n+1)}{n} u \left[ 1 - \left( \frac{y}{y_0} \right)^n \right] \quad (1)$$

où le paramètre  $n$  peut varier jusqu'à 15, voire plus selon la charge en particules et leur taille par rapport à celle de la canalisation.

Equation de la conservation de l'énergie. L'équation de l'énergie avec un terme source :

$$\rho_s C_{ps} \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_s C_{ps} u(y) \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_{sa} \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_{sa} \frac{\partial T}{\partial y} \right) = S \quad (2)$$

est normalisée en la divisant par  $\rho_s C_{ps}$  :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ u(y) T - \alpha_{sa} \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left( -\alpha_{sa} \frac{\partial T}{\partial y} \right) = S^* \quad (3)$$

où  $\alpha_{sa} = \frac{\lambda_{sa}}{\rho_s C_{ps}}$  est la diffusivité thermique apparente de la suspension et  $S^* = \frac{S}{\rho_s C_{ps}}$  est le terme source normalisé.

Les propriétés thermophysiques de la suspension sont calculées par les équations classiques des fluides chargés en particules solides [7]. Pour tenir compte des effets microconvectifs autour des particules, la conductivité apparente de la suspension ( $\lambda_{sa}$ ) proposée par Ismaïl et Radwan [8] a été modifiée. En effet, dans notre cas, compte tenu du profil de vitesses adopté et du rapport élevé de la taille des particules par rapport au diamètre hydraulique du canal, nous avons introduit comme paramètre supplémentaire, le nombre de Reynolds de l'écoulement. De plus, la relation linéaire avec la concentration, proposée dans leur équation, apparaît comme peu fondée. Nous l'avons remplacée par une fonction puissance. L'équation utilisée est alors la suivante :

$$\lambda_{sa} = \lambda_s \left[ 1 + \left( \frac{Re}{Re_0} \right)^a c_v^b Pe_p^{0,18} \right] \quad (4)$$

où  $Pe_p$  est le nombre de Péclet des particules ( $Pe_p = ed_p^2 \alpha_f^{-1}$ ) et  $Re_0$  représente un nombre de Reynolds de référence, que nous avons pris égal à 2300 (écoulement laminaire). Les valeurs des exposants  $a$  et  $b$ , déterminées à partir de l'ensemble des essais [9] valent respectivement 0,4 et 0,66.

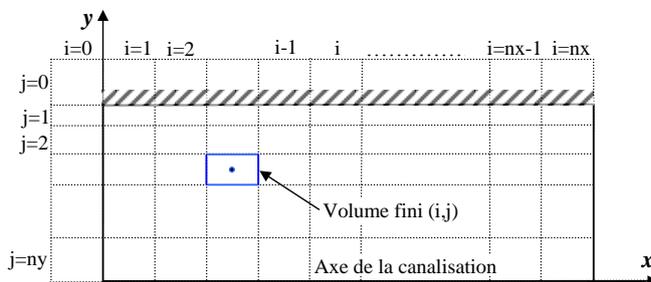


Figure 1. Schématisation du canal étudié et du maillage

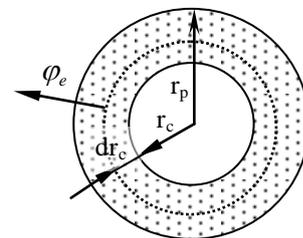


Figure 2. Particule sphérique avec changement de phase

### 2.1.2. Expression de l'évolution du rayon de congélation

Le terme source de l'équation de l'énergie provient uniquement du changement de phase qui se produit à l'intérieur d'une particule de MCP. Or, pour une particule, cette énergie est liée à

l'évolution de la frontière interne entre liquide et solide caractérisée par le rayon de congélation  $r_c$  dont la valeur ne peut évoluer qu'entre  $r_p$  et 0 (Figure 2). La connaissance de cette évolution du rayon de congélation est donc primordiale.

### Congélation à la rupture de surfusion

A cause du phénomène de surfusion, lors de la rupture de surfusion, une « croûte » de glace se forme instantanément à partir de l'extérieur de la particule vers l'intérieur. La température est alors égale à  $T_c - \Delta T_s$ . Pour déterminer l'épaisseur de cette croûte, on fait l'hypothèse que le phénomène, très rapide, est adiabatique et que la chaleur dégagée par le changement de phase est utilisée uniquement pour réchauffer la particule et la porter à la température de congélation. Le bilan enthalpique permet alors de déterminer la quantité de liquide gelé, donc le rayon qu'il y aura au début de la congélation progressive ( $r_{cd}$ ). On écrit, en faisant l'hypothèse simplificatrice des capacités thermiques identiques pour les phases solide et liquide :

$$\left(\frac{4}{3}\pi r_p^3 \rho_p\right) C_{pp} \Delta T_s = \frac{4}{3}\pi (r_p^3 - r_{cd}^3) \rho_p \Delta h \Rightarrow r_{cd} = r_p \left(1 - \frac{C_{pp} \Delta T_s}{\Delta h}\right)^{1/3} \quad (5)$$

Comme la rupture de surfusion est adiabatique pour la particule, le terme source de l'équation de l'énergie est nul au cours de cette phase instantanée, comme au cours de l'évolution préalable de température de  $T > T_c - \Delta T_s$  à  $T = T_c - \Delta T_s$ .

### Congélation à l'équilibre thermique ( $r_c < r_p - \Delta r_s$ )

Quand la solidification se poursuit, la chaleur échangée avec l'extérieur au cours d'un intervalle de temps  $dt$  est utilisée pour le changement de phase d'une tranche  $dr_c$ . On peut écrire alors :

$$4\pi r_c^2 \varphi_{rc} dt = 4\pi r_c^2 \rho_p dr_c \Delta h \Rightarrow \frac{dr_c}{dt} = \frac{\varphi_{rc}}{\rho_p \Delta h} \quad (6)$$

Si on fait l'hypothèse qu'il n'y a pas d'accumulation de chaleur dans la particule (ce qui empêcherait la congélation par augmentation de la température), le flux de chaleur transmis au niveau du rayon de congélation  $r_c$  est égal au flux de chaleur échangé entre la particule et le fluide :

$$\varphi_{rc} = \frac{\Phi_p}{4\pi r_c^2} \quad (7)$$

Par ailleurs, ce flux de chaleur peut être calculé à l'aide de la corrélation proposée par Tao [1] qui, avec nos hypothèses simplificatrices, s'écrit [7] :

$$\Phi_p = -4\pi \lambda_p r_c r_p (T_c - T_f) \left[ r_p + \left( \frac{\lambda_p}{\lambda_f} - 1 \right) r_c \right]^{-1} \quad (8)$$

La combinaison des équations (6), (7) et (8) donne alors :

$$\frac{dr_c}{dt} = \frac{\lambda_p (T_f - T_c) r_p}{\rho_p \Delta h r_c \left[ r_p + \left( \frac{\lambda_p}{\lambda_f} - 1 \right) r_c \right]} \quad (9)$$

### 2.1.3. Expression du terme source

Le terme source  $S$ , positif lorsque la particule fournit de la chaleur donc lorsque son flux est négatif, s'écrit :

$$S = -N \Phi_p \quad (10)$$

$$\text{où } N \text{ est lié à } c_v \text{ par : } c_v = N \frac{4\pi}{3} r_p^3 \Rightarrow N = \frac{3}{4\pi} \frac{c_v}{r_p^3} \quad (11)$$

En combinant (10), (7), (6) et (11) avec la définition du terme source normalisé, on obtient :

$$S^* = \frac{S}{\rho_s C_{ps}} = -\frac{3\rho_p \Delta h}{\rho_s C_{ps}} \frac{c_v}{r_p^3} r_c^2 \frac{dr_c}{dt} \quad (12)$$

## 2.2. Modélisation

La résolution numérique du modèle utilise la méthode des volumes finis (VF) dans un système de coordonnées bidimensionnelles (Figure 1). Le canal a été divisé en un nombre  $n_x$  de mailles sur la longueur et  $n_y$  sur sa hauteur. Pour bien prendre en compte le transfert thermique dans la couche limite, selon l'axe  $y$  une hauteur de maille en progression géométrique a été utilisée.

Pour introduire les conditions aux frontières, autour du domaine réel une bande de volumes fictifs a été considérée. Les conditions aux frontières sont :  $T(0, j) = T_{entrée\ canal}$ ;  $T(i, 0) = T_{paroi}$ . Ces températures sont données par le système de mesure qui équipe l'installation expérimentale [9].

A partir des températures fournies par la simulation pour chaque volume de contrôle, la température moyenne du fluide pour toutes les valeurs de  $x$  (dans la longueur de canal) est calculée par la relation :

$$T_{m,i} = \frac{1}{\bar{u}y_0} \int_1^{n_y} uTdy \quad (13)$$

Entre deux sections consécutives du canal, l'échange thermique avec la paroi est compensé par l'énergie dégagée par le changement de phase du MCP et la chaleur sensible de la suspension. On écrit :

$$\varphi_i = 0,5 \frac{1}{(x_i - x_{i-1})l} \dot{m} \left[ C_{ps,i} |T_{m,i-1} - T_{m,i}| + \Delta h \frac{\rho_g (r_{c,i-1}^3 - r_{c,i}^3) c_v}{\rho_s (x_i - x_{i-1}) y_0 l} \right] \quad (14)$$

$\rho_s$  et  $C_{ps}$  ont les valeurs moyennes à l'abscisse  $i$ . Le coefficient local d'échange thermique le long de l'axe  $x$  est :

$$h_{loc,i} = \frac{\varphi_i}{T_{m,i} - T_{w,i}} \quad (15)$$

## 3. VALIDATION DU MODELE

La validation du modèle a été réalisée pour trois fractions massiques en particules : 20, 25 et 30 %. Sur la Figure 3 (a) sont représentées les variations des valeurs expérimentales et simulées pour la température moyenne du fluide frigoporteur chargé à 20 % en particules solides. La différence relative entre les deux types de valeurs augmente dans la région comprise entre  $x=0$  mm et  $x=200$  mm. A partir de cette abscisse, l'écart entre les valeurs expérimentales et théoriques est sensiblement constant et au maximum de 12 %.

Sur la Figure 3 (b) on donne l'évolution de la densité de flux le long du canal, pour diverses valeurs du nombre de Reynolds. Pour la zone  $x>200$  mm cette évolution est qualitativement la même pour les valeurs expérimentales et les valeurs théoriques : augmentation vers le sortie du canal. L'écart maximum enregistré pour la densité de flux est de 6 %. Cette différence reste la même pour les coefficients d'échange locaux.

Pour les fluides diphasiques chargés avec 25 et 30 % de particules solides, les différences enregistrées entre les valeurs expérimentales et celles calculées sont analogues à celles du fluide à 20 % de particules.

## 4. CONCLUSIONS

Par comparaison aux modèles existants, notre modèle tient compte de la surfusion et de la variation des propriétés physiques des composants du fluide frigoporteur avec la température et l'état du

MCP. Une autre amélioration est la possibilité de faire varier le type d'écoulement de laminaire à turbulent en modifiant simplement l'indice  $n$  de la variation du profil transversal de vitesse.

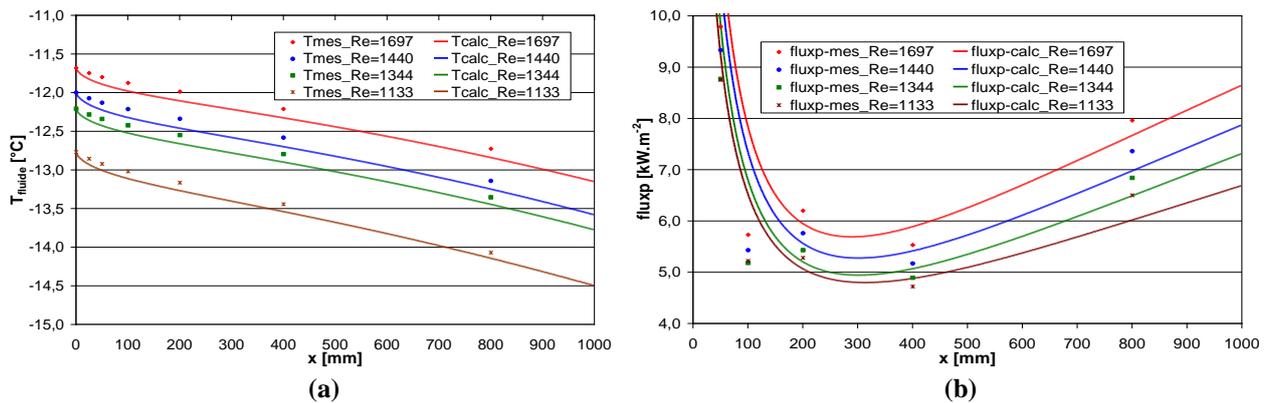


Figure 3. Comparaison entre les valeurs expérimentales et celles issues de la simulation pour la température moyenne du fluide (a) et la densité de flux thermique (b), pour l'écoulement laminaire d'un FFD à 20 % de fraction massique en particules pendant son refroidissement

La température moyenne du fluide pour chaque abscisse est déterminée à l'aide des températures calculées par le modèle dans toutes les cellules du maillage. A partir d'un bilan thermique entre deux abscisses consécutives, on obtient le flux thermique qui traverse les parois, puis le coefficient d'échange thermique paroi-fluide. L'évolution des valeurs expérimentales et théoriques est analogue du point de vue qualitatif. L'accord quantitatif n'est pas parfait, mais les différences entre les valeurs expérimentales et théoriques sont raisonnables, de l'ordre de 12 à 15 % d'écart au maximum, ce qui valide notre modèle.

De plus, et comme cela a déjà été souligné par plusieurs auteurs nos résultats théoriques confirment que la présence des particules à changement de phase dans le fluide porteur améliore nettement les échanges thermiques

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. P. Charunyakorn, S. Sengupta, S.K. Roy, 1991, Forced convection heat transfer in microencapsulated phase change material slurries: flow in circular ducts. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol. 34, n° : 3, pp. 819-833.
2. M. Goel, S.K. Roy, S. Sengupta, 1994, Laminar forced convection heat transfer in microcapsulated phase change material suspensions. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 37, n° : 4, pp. 593-604.
3. Y. Zhang, A. Faghri, 1995, Analysis of forced convection heat transfer in microencapsulated phase change material suspension. *J. of Thermophysics and Heat Transfer*, vol. 9, n° : 4, pp. 727-732.
4. H. Demasles, P. Mercier, A. Lallemand, 2003, Étude théorique des transferts thermiques dans un fluide chargé en particules à changement de phase. *JITH 2003, Alger*, 21/23-06, pp. 159-166.
5. S.K. Roy, B.L. Avanic, 2001, Laminar forced convection heat transfer with phase change material suspension. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, vol. 28, n° : 7, pp. 895-904.
6. A. Bejan, A.D. Kraus, 2003, *Heat Transfer Handbook*. Wiley.
7. C. Ionescu, 2008, Etude expérimentale et théorique de l'écoulement et des transferts thermiques d'un fluide frigoporteur diphasique dans un canal rectangulaire de type échangeur à plaques. *Thèse, Université POLITEHNICA de Bucarest - INSA de Lyon*.
8. K.A.R. Ismail, M.M. Radwan, 1999, Effect of axial conduction on the ice crystal growth in laminar falling films. *Int. J. of Refrigeration*, vol. 22, n° : 5, pp. 389-401.
9. C. Ionescu, P. Haberschill, I. Kiss, A. Lallemand, 2007, Local and global heat transfer coefficients of a stabilised ice slurry in laminar and transitional flow. *Int. J. of Refrigeration*, vol. 30, pp. 970-977.