

ETUDE NUMERIQUE DES ECOULEMENTS ET DES TRANSFERTS DE CHALEUR D'UN FLUIDE NON-NEWTONIEN AUTOUR D'UN OBSTACLE

S. Kessentini*, S. Turki** & M. Baccar*

* Unité de Dynamique des Fluides Numérique et Phénomènes de Transfert - ENIS,
Route de Soukra km3,5 - B.P. 1173, 3038, Sfax – Tunisie

** Département de physique – FSS, Route de Soukra – B.P. 802, 3018, Sfax - Tunisie
samehkessentini@yahoo.fr, said.turki@fss.rnu.tn, mounir.baccar@enis.rnu.tn

RESUME

Ce travail se rapporte à la simulation numérique des écoulements des fluides non newtoniens autour d'un cylindre de section carrée, chauffé et placé sur l'axe d'un canal horizontal. Le modèle rhéologique retenu dans cette étude est le modèle d'Ostwald-de-Waele. Les équations de conservation sont résolues pour une géométrie bidimensionnelle par la méthode de volumes finis à base d'éléments finis (CVFEM) en conservant la vitesse et la pression comme variables dynamiques du problème. Trois indices de comportement ont été considérés dans ce travail ($n = 0,5 ; 1$ et $1,4$) pour étudier son effet sur la valeur du nombre de Reynolds critique définissant la transition entre deux régimes d'écoulements (stationnaire et périodique). Les variations du nombre de Strouhal et des coefficients de traînée et de portance en fonction du nombre de Reynolds ont été ensuite étudiées pour ces trois indices de comportement. Dans l'étude thermique, nous avons examiné l'effet du terme de poussée sur le comportement dynamique de l'écoulement et sur le transfert de chaleur pour les fluides pseudoplastique ($n < 1$) et dilatant ($n > 1$).

Mots Clés : Fluide non Newtonien, nombre de Strouhal, coefficients de traînée et de portance, régime périodique, flux de chaleur, convection forcée, convection mixte.

NOMENCLATURE

C_D	coefficient de traînée,	$C_D = 2 \frac{F_D}{\rho_0 U_0^2 h}$	(adim.)
C_L	coefficient de portance,	$C_L = 2 \frac{F_L}{\rho_0 U_0^2 h}$	(adim.)
E	nombre d'Ecklet,	$E = \frac{u_0^2}{C_p \Delta T}$	(adim.)
Gr	nombre de Grashof,	$Gr = g \beta \Delta T \frac{\rho^2 \cdot u_0^{2(1-n)} \cdot h^{(2n+1)}}{k^2}$	(adim.)
h	dimension de l'obstacle,		(m)
H	hauteur du canal,		(m)
$\langle \overline{Nu}_t \rangle$	nombre de Nusselt moyen global,	$\langle \overline{Nu}_t \rangle = \frac{1}{\tau_2 - \tau_1} \int_{\tau_1}^{\tau_2} \overline{Nu}_t d\tau$	(adim.)
n	indice de comportement,		
Pe	nombre de Peclet,	$Pe = Re \cdot Pr$	(adim.)
Pr	nombre de Prandtl,	$Pr = \frac{k c_p}{\lambda} \left(\frac{u_0}{h} \right)^{n-1}$	(adim.)
Re	nombre de Reynolds,	$Re = \frac{\rho_0 u_0^{2-n} h^n}{k}$	(adim.)

Ri	nombre de Richardson,	$Ri = \frac{Gr}{Re^2}$	(adim.)
St	nombre de Strouhal,	$St = \frac{f.h}{u_0}$	(adim.)

1. INTRODUCTION

Depuis des années, l'écoulement autour d'un obstacle a été l'objet de nombreux travaux de recherches, tant expérimentaux que théoriques. La motivation derrière ces études est de comprendre le phénomène physique qui se produit derrière l'obstacle et de chercher des applications pratiques dans le processus industriel. Des revues bibliographiques [1,2,3] montrent que de nombreux travaux ont été consacrés à l'étude de l'écoulement d'un fluide newtonien autour d'un cylindre à base soit circulaire soit carrée ou rectangulaire. Ce type d'écoulement a connu un intérêt pratique considérable dans plusieurs domaines tels que l'aérodynamique, la construction navale, le refroidissement des composants électroniques, l'augmentation des transferts de chaleur dans les échangeurs tubulaires, stabilisateurs dans les chambres à combustion, etc. En revanche, très peu de travaux concernent l'écoulement des fluides de comportement rhéologique non newtonien autour d'un obstacle. Cette situation n'est pas due au manque d'applications pratiques puisque la majorité des fluides des industries chimiques et agro-alimentaires se caractérisent par un comportement rhéologique complexe. Elle s'explique par la difficulté à appréhender physiquement les mouvements convectifs et à les modéliser numériquement. Abhishek et al. [4] ont étudié numériquement la convection forcée de l'écoulement permanent d'un fluide obéissant à une loi en puissance dans un espace bidimensionnel autour d'un cylindre à base carrée, placé sur l'axe d'un canal horizontal. Pour un blocage $\beta = 1/8$, ils ont étudié l'effet de l'indice de comportement sur la structure globale d'écoulement et le transfert de chaleur, ceci pour $5 \leq Re \leq 40$ et $5 < Pe < 400$.

Paliwal et al. [5] ont étudié la convection forcée de l'écoulement et du transfert thermique autour d'un cylindre à base carrée d'un fluide ayant un comportement rhéologique de type loi en puissance. Leurs résultats, obtenus en régime permanent, montrent que l'indice de comportement a une influence significative sur le coefficient de traînée et le transfert de chaleur.

Dhiman et al. [6] ont étudié l'effet du blocage sur les caractéristiques de l'écoulement d'un fluide non newtonien, ayant un modèle rhéologique de type Ostwald-de-Waele, ceci pour un nombre de Reynolds allant de 1 à 45 et pour $\beta = 1/8, 1/6$ et $1/4$. Ils ont montré que le coefficient de traînée est influencé par le blocage β et par le nombre de Reynolds. En outre, Ils ont trouvé que la longueur de la zone de recirculation augmente presque linéairement avec le nombre de Reynolds et/ou l'indice de comportement et diminue avec l'augmentation du blocage.

Le travail présenté dans ce document consiste à simuler numériquement la convection forcée et la convection mixte d'un fluide non newtonien autour d'un cylindre à base carrée, chauffé et placé sur l'axe d'un canal horizontal pour un blocage fixé à $\beta = 1/8$. Dans l'étude dynamique, on s'intéresse au régime périodique pour étudier l'effet de l'indice de comportement sur les coefficients globaux de l'écoulement tels que le nombre de Strouhal St, les coefficients de traînée C_D et de portance C_L . Dans l'étude thermique on étudie l'effet du terme de poussée sur la structure globale d'écoulement et sur le transfert de chaleur pour différents indices de comportement.

2. FORMULATION DU PROBLEME

Le modèle physique à étudier est représenté sur la figure 1. Il s'agit d'un écoulement laminaire bidimensionnel, d'un fluide non-Newtonien incompressible ayant un modèle rhéologique de type Ostwald-de-Waele, autour d'un cylindre de section carrée, placé sur l'axe d'un canal horizontal. Les propriétés physiques du fluide sont supposées indépendantes de la température excepté la masse volumique intervenant dans le terme de poussée d'Archimède (hypothèse de Boussinesq). L'obstacle est porté à la température chaude T_C , échange de la chaleur avec le fluide qui pénètre dans le canal, à parois supposées adiabatiques, à la température froide T_F .

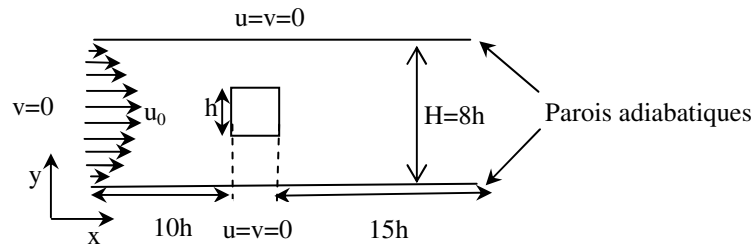


Figure 1. Modèle physique.

En choisissant h , u_0 et $\Delta T = T_C - T_F$ comme grandeurs caractéristiques de longueur, de vitesse et de température, les équations de conservation régissant le mouvement du fluide et les transferts thermiques s'écrivent sous la forme adimensionnelle suivante :

$$\text{div } \vec{U} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} + \text{div}(\vec{J}_u) = -\frac{\partial p}{\partial x} + S_u \quad \text{où } \vec{J}_u = u\vec{U} - \frac{\Lambda}{\text{Re}} \text{grad } u \quad \text{et } S_u = \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial \Lambda}{\partial x} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \Lambda}{\partial y} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} \right] \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \tau} + \text{div}(\vec{J}_v) = -\frac{\partial p}{\partial y} + S_v \quad \text{où } \vec{J}_v = v\vec{U} - \frac{\Lambda}{\text{Re}} \text{grad } v \quad \text{et } S_v = \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial \Lambda}{\partial y} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial \Lambda}{\partial x} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \right] + \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2} \theta \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \text{div}(\vec{J}_\theta) = S_\theta \quad \text{où } \vec{J}_\theta = \theta\vec{U} - \frac{1}{\text{Pe}} \text{grad } \theta \quad \text{et } S_\theta = \frac{E}{\text{Re}} \Phi \quad (4)$$

$$\Lambda = \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right\}^{\frac{n-1}{2}} \quad \text{et } \Phi = \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right\}^{\frac{n+1}{2}} \quad (5)$$

3. METHODE NUMERIQUE ET VALIDATION DU CODE DE CALCUL

Une méthode de type volumes finis à base d'éléments finis (C.V.F.E.M), adaptée à un maillage décalé, a été utilisée en recourant à l'algorithme SIMPLER pour traiter le couplage vitesse-pression. Cette méthode [7], intermédiaire entre la méthode de volumes finis classique et la méthode des éléments finis, a l'avantage de choisir un maillage flexible permettant l'étude des problèmes physiques dans des domaines à géométrie complexe. Le code, développé par Abbassi et al. [8,9], a été modifié dans le cas d'un fluide obéissant à une loi en puissance et testé avec succès (Tableau 1).

Table 1. Comparaison des valeurs de C_D pour différentes valeurs de Re et n ($\beta=1/8$).

Re	n	Présent travail	Gupta et al. [4]	Dhiman et al. [6]	% erreur par rapport à Gupta	% erreur par rapport à Dhiman
20	0,5	2,488	2,437	2,5	2,1	0,5
	1	2,365	2,442	2,448	3,2	3,4
	1,4	2,516	2,374	2,399	5,9	4,9
40	0,5	1,79	1,59	1,879	12,6	4,7
	1	1,756	1,752	1,864	0,2	5,8
	1,4	1,886	1,801	1,871	4,7	0,8

4. RESULTATS ET DISCUSSION

Dans notre étude, la face frontale de l'obstacle est placée à une distance $x_u=10$ par rapport à l'entrée du canal et à une distance $x_d=15$ par rapport à la sortie du canal. Ces distances adimensionnelles sont recommandées par Sohankar et al. [3] dans le cas de l'utilisation d'une condition aux limites de type convective à la sortie du canal. Trois indices de comportement ($n = 0,5, 1$ et $1,4$) ont été considérés dans cette étude et les résultats sont obtenus pour un nombre de

Reynolds Re allant de 20 à 250, un nombre de Richardson Ri allant de 0 à 3, un nombre de Peclet $Pe = 100$ et un blocage $\beta = h/H = 1/8$. Le choix du maillage résulte de deux critères, à savoir permettre de bien présenter l'écoulement autour de l'obstacle et de ne pas aboutir à un nombre trop important de points de calcul. En se basant sur ces deux critères, une grille non uniforme comportant 249×97 a été retenue.

4.1 Convection forcée ($Ri = 0$)

Les figures 2a et 2b représentent respectivement les lignes de courant obtenues pour $Re = 40$ et $Re = 140$ à $n = 1,4$. Chaque figure représente un régime d'écoulement totalement différent l'un de l'autre : un régime symétrique caractérisé par l'apparition de deux tourbillons contra-rotatifs juste derrière l'obstacle, symétriques par rapport à l'axe du canal et tournant sur place, et, un régime périodique caractérisé par le détachement de deux tourbillons par cycle derrière l'obstacle. En augmentant progressivement le nombre de Reynolds à partir de $Re = 40$, et, en se basant sur la visualisation de la structure d'écoulement, le détachement des tourbillons derrière l'obstacle est observé à un nombre de Reynolds critique au voisinage de $Re_C = 50$. Les mêmes phénomènes sont également observés pour $n = 1$ et $n = 0,5$. Les nombres de Reynolds critiques sont trouvés au voisinage de $Re_C = 60$ et $Re_C = 85$ pour $n = 1$ et $n = 0,5$ respectivement. On peut conclure qu'une augmentation de l'indice de comportement conduit à un décroissement du nombre de Reynolds critique, caractérisant la transition d'un écoulement permanent et symétrique vers un écoulement périodique.

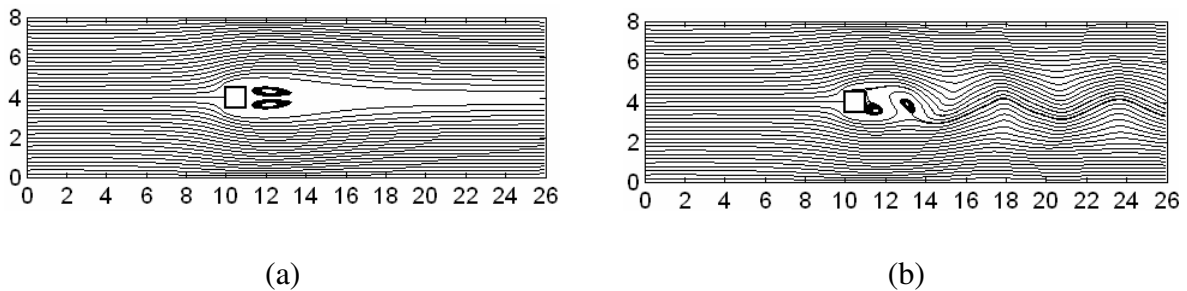


Figure 2. Lignes de courant pour $Re = 40$ et $Re = 140$ ($n = 1,4$).

Le nombre de Strouhal St , caractérisant la fréquence de détachement des tourbillons, est déterminé en calculant la période des oscillations de la variation temporelle du coefficient de portance C_L lorsque le régime est bien établi (régime pleinement périodique). La figure 3 représente la variation de St avec Re pour différents indices de comportement. Les résultats numériques montrent que pour les différents indices de comportement considérés dans cette étude, le nombre de Strouhal augmente avec Re , atteint un maximum à $Re \approx 110$, 140 et 180 respectivement pour $n = 0,5$, 1 et $1,4$ puis il diminue. Cette diminution est trouvée d'autant plus significative que l'indice de comportement est faible. On notera que pour $n = 0,5$, lorsqu'on dépasse légèrement $Re = 150$, le problème devient instable et la convergence s'avère difficile à atteindre même avec des faibles pas de temps.

L'effet de l'indice de comportement sur le coefficient de traînée, moyen dans le temps $\langle C_D \rangle$, est représenté sur la figure 4. Pour les différents indices de comportement, la variation de $\langle C_D \rangle$ avec Re montre un comportement opposé qu'à celui observé dans la variation de St avec Re . La valeur moyenne du coefficient de traînée diminue lorsque Re augmente, atteint un minimum à $Re \approx 100$; 130 et 180 respectivement pour $n = 0,5$, 1 et $1,4$ puis elle augmente. Cette augmentation est trouvée plus significative pour les fluides pseudoplastiques ($n < 1$).

L'effet de l'indice de comportement sur le coefficient de portance a été étudié en traçant la variation du $[\max(C_L) - \min(C_L)]$ en fonction du nombre de Reynolds. Les résultats obtenus sont reportés sur la figure 5. Les profils sont similaires pour les trois indices de comportement. L'amplitude de C_L augmente avec Re et cette augmentation est plus importante pour $n < 1$.

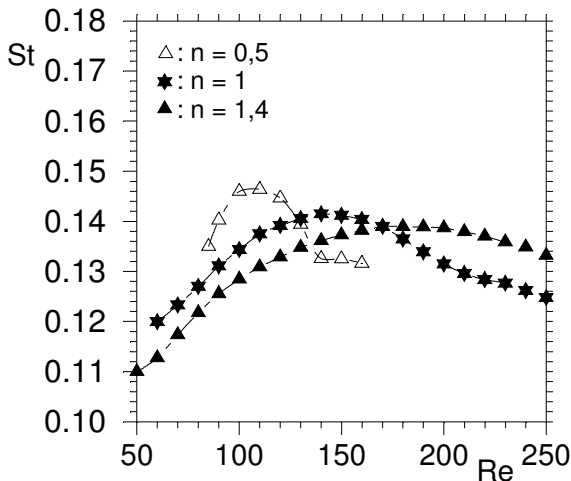


Figure 3. Effet de l'indice de comportement sur la variation de St avec Re.

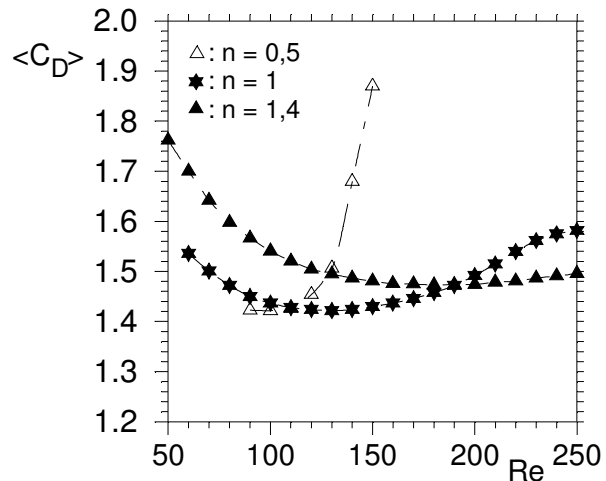


Figure 4. Effet de l'indice de comportement sur la variation de $\langle C_D \rangle$ avec Re.

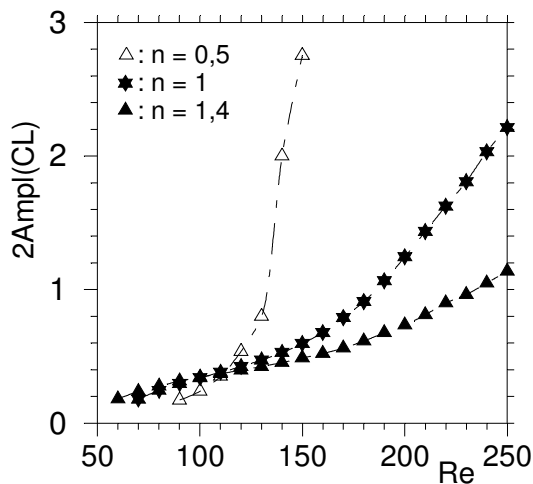


Figure 5. Effet de l'indice de comportement sur la variation de $(C_{L\max} - C_{L\min})$ avec Re.

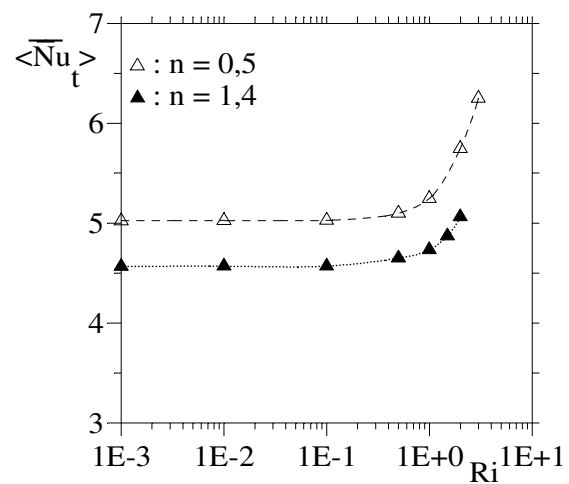


Figure 6. Variation de $\langle \overline{Nu}_t \rangle$ avec Ri pour $n = 0,5$ et $n = 1,4$.

4.2 Convection mixte

L'étude de la convection mixte est limitée à $Re = 100$ et $Pe = 100$. Des calculs ont été entrepris pour deux indices de comportement ($n = 0,5$ et $n = 1,4$) et pour diverses valeurs du nombre de Richardson Ri allant jusqu'à 3 afin d'étudier son effet sur la structure globale d'écoulement et sur transfert de chaleur. On notera que lorsqu'on dépasse légèrement $Ri = 3$, le problème devient instable et la convergence s'avère difficile à atteindre.

La variation du flux de chaleur transféré de l'obstacle vers l'écoulement en fonction de Ri est représenté sur la figure 6. Pour chaque valeur de l'indice de comportement, les résultats obtenus montrent qu'une diminution de l'indice de comportement produit une augmentation du transfert de chaleur. En outre, pour chaque indice de comportement, le transfert de chaleur est quasiment constant aux valeurs de $Ri < 1$, puis il augmente au delà de $Ri = 1$. Ce résultat met clairement en évidence que la limite du régime de convection mixte est indépendante de l'indice de comportement.

La figure 7 représente l'effet du terme de poussé sur le comportement dynamique de l'écoulement autour de l'obstacle d'un fluide pseudoplastique ($n < 1$) et d'un fluide dilatant ($n > 1$). Cet effet se manifeste par la déviation d'une masse importante de particules fluides au dessous de

l'obstacle, notamment pour $n = 1,4$. Ceci s'explique par le fait que lorsque Ri augmente, les forces de poussée deviennent importantes et poussent les particules fluides vers le haut derrière l'obstacle. La conservation de la masse impose dans ce cas un appel de fluide dans la région au dessous de l'obstacle et par conséquent une déviation d'une importante masse de fluide dans cette région en se rapprochant de la face frontale de l'obstacle. Ce phénomène est à l'origine de la formation des cellules tourbillonnaires près des parois du canal qui sont trouvées plus larges pour les fluides dilatants.

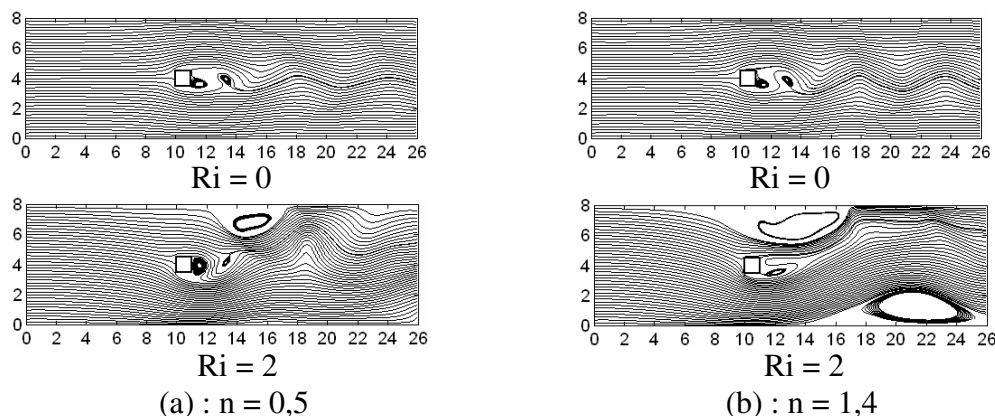


Figure 7. Lignes de courant pour $Ri = 0$ et $Ri = 2$ ($Re = 100$, $Pe = 100$).

5. CONCLUSION

Les résultats présentés dans ce document nous amènent à tirer les conclusions suivantes :

- Le nombre de Reynolds critique caractérisant la transition entre écoulements symétrique et périodique est d'autant plus important que l'indice de comportement est faible.
- Pour les trois indices de comportement, le nombre de Strouhal augmente avec Re , passe par un maximum puis il diminue tandis que le coefficient de traînée moyen diminue avec l'augmentation de Re , passe par un minimum puis il augmente.
- L'amplitude du coefficient de portance est d'autant plus forte que l'indice de comportement diminue.
- La structure globale d'écoulement est fortement modifiée par le terme de poussée quand celui-ci est important, notamment pour les fluides dilatants.
- Le transfert de chaleur augmente lorsque l'indice de comportement diminue mais la limite du régime de convection mixte est trouvée indépendante de l'indice de comportement.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. Ahmad R.A, 1996, Steady-State Numerical Solution of the Navier-Stokes and Energy Equations Around a Horizontal Cylinder at Moderate Reynolds Numbers From 100 to 500. Heat Transfer Eng., 17 : 31-81.
2. Caughey D.A, 2001, Implicit Multigrid Computation of Unsteady Flows Past Cylinders of Square Cross-Section. Computers Fluids, 30 : 939-960.
3. Sohankar A., Norberg C. and Davidson L., 1998, Low-Reynolds-Number Flow Around a Square Cylinder at Incidence : Study of Blockage, Onset of Vortex Shedding and Outlet Boundary Condition. Int. J. Num. Methods Fluids, 26 : 39-56.
4. Abhishek K., Gupta Atul Sharma, R.P. Chhabra, and V. Eswaran, 2003, Two-Dimensional Steady Flow of a Power-Law Fluid Past a Square Cylinder in a Plane Channel : Momentum and Heat-Transfer Characteristics. Ind. Eng. Chem. Res., 42 : 5674-5686.
5. Paliwal B., Sharma A.G., Chhabra R.P. and Eswaran V., 2003, Power Law Fluid Flow Past a Square Cylinder : Momentum and Heat Transfer Characteristics. Chem. Eng. Sci., 58 : 5315-5329.

6. A. K. Dhiman, R. P. Chhabra and V. Eswaran, 2006, Steady Flow of Power-Law Fluids Across a Square Cylinder. *Chemical Engineering Research and Design*, 84 : 300-310.
7. Saabas H.J., Baliga B.R., 1994, Co-located Equal-Order Control-Volume Finite Element Method For Multidimensional Incompressible Fluid Flow Part I : Formulation. *Numerical Heat Transfer : Part B*, 26 : 381-407.
8. Abbassi H., Turki S., Ben Nasrallah S., 2001, Numerical Investigation of Forced Convection in a Plane Channel with a Built-in Triangular Prism. In. *J. Therm. Sci.*, 40 : 649-658.
9. Abbassi H., Turki S., Ben Nasrallah S., 2003, Interpolation Functions in Control Volume Finite Element Method. *Comput. Mech.*, 30 :303-309.