

ETUDE NUMERIQUE DE L'INFLUENCE DE L'EFFET DUFOUR SUR LA PRODUCTION D'ENTROPIE TOTALE EN REGIME PERMANENT POUR LA CONVECTION NATURELLE THERMOSOLUTALE

R. Boudhiaf*, M. Magherbi et A. Ben Brahim

* Unité de Dynamique des Fluides Numérique et Phénomènes de Transfert - ENIS,
Route de Soukra km3,5 - B.P. 1173, 3038, Sfax - Tunisie

Unité de Recherche de Thermodynamique Appliquée - ENIG, Avenue Omar Ibn Elkhattab, 6029,
Gabès - Tunisie
ridhaboudhiaf@yahoo.fr

RESUME

La production d'entropie totale dans un fluide binaire gazeux (air-espèce polluante) enfermé dans une cavité carrée a été étudiée dans le cas de la convection naturelle thermosolutale en présence de l'effet Dufour par la résolution numérique des équations de continuité, de quantité de mouvement, d'énergie et de conservation de l'espèce polluante. Il a été examiné, en régime permanent, la variation de la production d'entropie totale en fonction des rapports de flottabilité positifs et négatifs pour un nombre de Dufour variant dans l'intervalle $0 \leq \text{Duf} \leq 0,6$ et pour différents nombres de Grashof thermique. L'influence de l'effet Dufour sur la production d'entropie totale minimale a été étudiée.

Mots Clés : Production, Entropie, Cavité Carrée, Régime permanent, Effet Dufour.

NOMENCLATURE

A	paramètre positif,	(K ²)	U, V	composants du vecteur vitesse,	(adim.)
C ₀	concentration moyenne,	(adim.)	X, Y	coordonnées cartésiennes,	(adim.)
ΔC	différence de concentration,	(adim.)	Symboles Grecs		
D	diffusivité massique,	(m ² /s)	α	diffusivité thermique,	(m ² /s)
D _F	coefficient de Dufour,	(m ² /s.K)	β _T	coefficient de dilatation thermique	(K ⁻¹)
Duf	nombre de Dufour,	(adim.)	β _S	coefficient de dilatation solutal	(adim.)
Gr _T	nombre de Grashof thermique,	(adim.)	λ	conductivité thermique,	(adim.)
Gr _S	nombre de Grashof solutal,	(adim.)	ν	viscosité cinématique,	(m ² /s)
L	longueur,	(m)	μ	viscosité dynamique,	(kg/m.s)
Le	nombre de Lewis,	(adim.)	ρ	densité,	(kg/m ³)
N	rapport de flottabilité,	(adim.)	φ	concentration,	(adim.)
P	pression,	(adim.)	θ	température,	(adim.)
Pr	nombre de Prandtl,	(adim.)	τ	temps,	(adim.)
t	temps,	(s)	Indices		
T	température,	(K)	a	adimensionnelle,	
ΔT	différence de température,	(K)	l	locale,	

1. INTRODUCTION

L'utilisation de la production d'entropie pour l'analyse des pertes d'énergie dans les systèmes thermodynamiques est relativement une nouvelle technique ayant pour objectif d'augmenter les critères de performance et d'optimiser la géométrie du système. Dans ce contexte, de nombreux travaux de recherches ont été réalisés. Bejan [1] a montré que la génération d'entropie en convection forcée est due aux gradients thermique et à la viscosité du fluide. Poulidakos et Bejan [2] ont étudié la plaque rectangulaire fine en régime laminaire. Sahin [3] s'est intéressé à l'étude analytique du problème de création d'entropie dans une conduite à écoulement du fluide visqueux en régime turbulent. Comme application aux réacteurs nucléaires et aux refroidisseurs, Baytas [4] a

déterminé la production d'entropie dans une cavité carrée inclinée formée par deux parois isothermes et deux parois adiabatiques. Demirel et Kahraman [5] ont étudié la création d'entropie dans une conduite rectangulaire, le côté bas est à la température froide et celui du haut à la température chaude. Maghrebi et al. [6] ont étudié la production d'entropie en régime transitoire dans le cas de la convection naturelle dans une cavité carrée. Ils ont étudié l'évolution du maximum de la génération d'entropie avec le nombre de Rayleigh thermique et analysé l'effet du rapport de distribution des irréversibilités sur le maximum de génération d'entropie en régime permanent. Yilbas et al. [7] ont étudié l'écoulement tourbillonnaire dans une conduite circulaire avec obstacles. Castillo et Hoover [8,9] ont étudié dans un premier temps la transition de la convection thermique harmonique (périodique) à la convection thermique chaotique (apériodique) [8] et dans un deuxième temps ils ont travaillé sur un même fluide compressible [9]. San et Laven [10] ont étudié la génération d'entropie pour les transferts combinés de chaleur et de masse dans un canal bidimensionnel. La géométrie cylindrique a été abordée par Bassam et Waleed [11] qui ont montré que la génération d'entropie augmente quand le nombre de Reynolds et le rapport de flottabilité augmentent et elle décroît quand le rayon du cylindre augmente. Le travail présenté dans ce document est une étude numérique de l'influence de l'effet Dufour sur la production d'entropie totale en régime permanent pour la convection naturelle thermosolutale.

2. FORMULATION MATHÉMATIQUE

On considère un fluide incompressible, Newtonien et satisfaisant l'approximation d'Oberbeck-Boussinesq en fermé dans une cavité carrée (Figure 1).

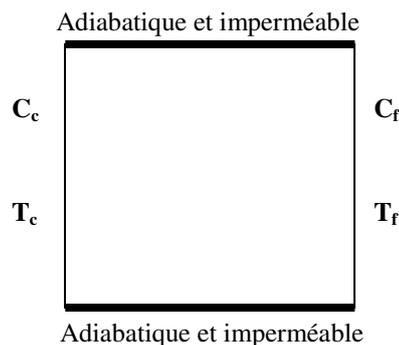


Figure 1. Schéma de principe de la cavité.

Les propriétés physico-chimiques du fluide sont supposées constantes, à l'exception de la masse volumique qui dépend linéairement de la température et de la concentration.

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta_T(T - T_0) - \beta_s(C - C_0)] \quad (1)$$

2.1 Equations de bilan

Les équations de conservation de la masse, de quantité de mouvement, d'énergie et de l'espèce polluante qui gouvernent l'écoulement s'écrivent sous forme adimensionnelle :

$$\text{div} \vec{U} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + \text{div}(\vec{J}_U) = - \frac{\partial P}{\partial X} \quad \text{avec} \quad \vec{J}_U = \vec{U} U - \text{Pr} \overrightarrow{\text{grad}} U \quad (3)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + \text{div}(\vec{J}_V) = - \frac{\partial P}{\partial Y} + \text{Pr}^2 \text{Gr}_T (\theta + N \varphi) \quad \text{avec} \quad \vec{J}_V = \vec{U} V - \text{Pr} \overrightarrow{\text{grad}} V \quad (4)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \text{div}(\vec{J}_\theta) = 0 \quad \text{avec} \quad \vec{J}_\theta = \vec{U} \theta - \overrightarrow{\text{grad}}\theta - \text{Duf} \overrightarrow{\text{grad}}\varphi \quad (5)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} + \text{div}(\vec{J}_\varphi) = 0 \quad \text{avec} \quad \vec{J}_\varphi = \vec{U} \varphi - \frac{1}{\text{Le}} \overrightarrow{\text{grad}}\varphi \quad (6)$$

où les paramètres adimensionnels sont définis par :

$$X = \frac{x}{L} ; Y = \frac{y}{L} ; U = \frac{uL}{\alpha} ; V = \frac{vL}{\alpha} ; \theta = \frac{T - T_f}{T_c - T_f} ; \varphi = \frac{C - C_f}{C_c - C_f} ; P = \frac{\rho L^2}{\rho \alpha^2} ; \tau = \frac{\alpha t}{L^2}$$

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha} ; \text{Gr}_T = \frac{L^3 g \beta_T \Delta T}{\nu^2} ; \text{Gr}_S = \frac{L^3 g \beta_S \Delta C}{\nu^2} ; N = \frac{\text{Gr}_S}{\text{Gr}_T} ; \text{Le} = \frac{\alpha}{D} ; \text{Duf} = \frac{D_F A \Delta C}{\alpha \Delta T} \quad (7)$$

2.2 Conditions aux limites et initiales

L'imperméabilité et le non glissement des particules fluides sur les parois rigides de la cavité nous permettent d'écrire : $U = V = 0$.

$\theta = 1, \varphi = 1$ pour le plan $X = 0$ et $\theta = 0, \varphi = 0$ pour le plan $X = 1$.

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial \varphi}{\partial Y} = 0 \quad \text{pour les plans } Y = 1 \text{ et } Y = 0.$$

Les conditions initiales sont : $U=V=0, P=0, \theta = 1-X$ et $\varphi = 1-X$.

2.3 Production d'entropie totale

L'existence d'un échange continu d'énergie entre le fluide et les parois actives de la cavité met le fluide dans un état de non équilibre ce qui génère alors une production d'entropie dans le système. Le système étudié tient compte de trois causes d'irréversibilité à savoir le transfert thermique, la diffusion massique et les effets de viscosité, par l'intermédiaire du gradient de vitesse, suite à l'écoulement du fluide au sein de la cavité. La production d'entropie locale s'écrit dans le cas d'un système cartésien bidimensionnel comme suit :

$$\dot{S}_l = \frac{\lambda}{T_0^2} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] + \frac{RD}{C_0} \left[\left(\frac{\partial C}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial C}{\partial y} \right)^2 \right] + \frac{RD}{T_0} \left[\left(\frac{\partial C}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial C}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) \right]$$

$$+ \frac{\mu}{T_0} \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (8)$$

L'équation adimensionnelle de la production d'entropie locale s'écrit sous la forme suivante :

$$\dot{S}_{l,a} = \frac{\mu T_0}{\lambda} \left(\frac{\alpha}{L \Delta T} \right)^2 \left[2 \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right)^2 \right] + \left[\left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)^2 \right]$$

$$+ \frac{RD T_0}{\lambda C_0} \left(\frac{\Delta C}{\Delta T} \right)^2 \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial Y} \right)^2 \right] + \frac{RD}{\lambda} \left(\frac{\Delta C}{\Delta T} \right) \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial X} \right) \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right) + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial Y} \right) \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) \right] \quad (9)$$

La production d'entropie totale adimensionnelle est l'intégrale sur tout le volume du système de la production d'entropie locale adimensionnelle, soit :

$$\dot{S}_{To,a} = \int_{\mathcal{V}} \dot{S}_{l,a} \, dV \quad (10)$$

3. PROCEDURE NUMERIQUE ET VALIDATION DU CODE DE CALCUL

Une version modifiée de la méthode de volumes finis à base d'éléments finis (CVFEM) de Saabas et Baliga [12] est adaptée à la grille décalée standard dans laquelle des composants de pression et de

vitesse sont stockés à différents points. L'algorithme SIMPLER a été appliqué pour résoudre l'accouplement de pression-vitesse en même temps qu'un arrangement implicite alternatif de direction pour exécuter l'évolution du temps. Les solutions des équations seront interpolées par une fonction propre Ψ ($=U, V, \theta, \phi$) appelé fonction d'interpolation, l'intégration sur chaque subvolume donnera les valeurs de Ψ aux nœuds correspondants. Nous avons suivi Saabas et Baliga [12] en assumant des variations linéaires et exponentielles respectivement quand la fonction Ψ est calculée dans les termes diffusifs et convectifs des équations de conservation. Le code numérique utilisé ici est décrit en détaille par Abassi et al. [13]. Le code de calcul a été validé par rapport aux résultats de Traoré et Mojtabi [14].

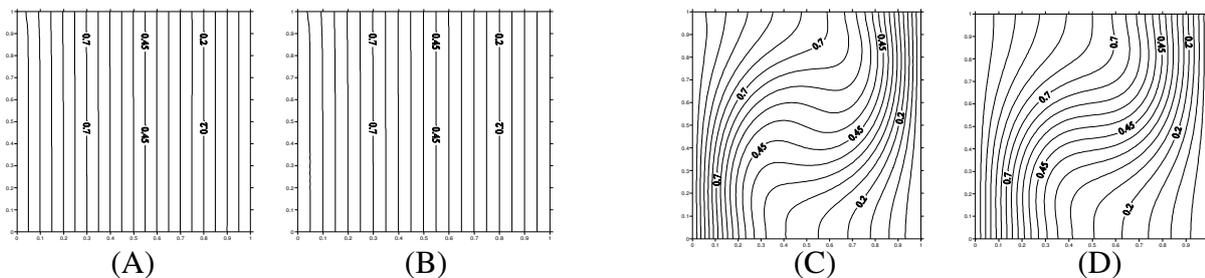


Figure 2. Lignes des isoconcentrations (A et C) et des isothermes (B et D).
 (A et B pour $Duf=0$; C et D pour $Duf=0,6$; $Gr_T=33000$)

La figure 2A et B nous permet de constater qu'en absence de l'effet Dufour ($Duf = 0$) et pour un rapport de flottabilité égale à -1 , le fluide est en état d'équilibre stable, les lignes des isothermes et des isoconcentrations sont parallèles aux parois actives de la cavité, ce qui est en bon accord avec [14]. Par contre, la figure 2C et D nous permet de constater, pour un nombre de Dufour égale à $0,6$ et à partir d'un nombre de Grashof thermique critique égale à 33000 , une distorsion des lignes des isoconcentrations et des isothermes dans le sens inverse de celle obtenue en présence de l'effet Soret [14] ce qui implique l'existence d'un écoulement convectif. L'inversion de l'écoulement traduit bien que l'effet Dufour est le phénomène inverse de l'effet Soret.

4. RESULTATS ET DISCUSSION

Dans ce travail, le nombre de Prandtl est égal à $0,71$ et le nombre de Lewis est fixé à $1,2$. Les figures 3, 4, 5 et 6 représentent la variation de la production d'entropie totale adimensionnelle en fonction des rapports de flottabilité coopérantes et anti-coopérantes pour les quatre valeurs du nombre de Dufour ($0; 0,2; 0,4$ et $0,6$) et pour quatre valeurs du nombre de Grashof thermique ($3 \cdot 10^4; 3,3 \cdot 10^4; 8 \cdot 10^4$ et 10^5). Pour des nombres de Grashof thermique et de Dufour fixes, la production d'entropie augmente avec la valeur absolue du rapport de flottabilité. En fait, l'augmentation du rapport de flottabilité via l'augmentation du nombre de Grashof solutale entraîne l'augmentation de la vitesse du fluide. Par conséquent les irréversibilités liées aux effets de viscosité augmentent, provoquant ainsi l'augmentation de la production d'entropie. Il est à noter que les courbes des figures 3, 4, 5 et 6 ne sont pas symétriques par rapport à l'axe $N=0$. En fait, le terme source de l'équation de la vitesse relative à la composante V (Eq. 4), contenant l'expression $Pr^2 Gr_T (\theta + N\phi)$ est plus important lorsque $N > 0$ vis-à-vis la situation ou $N < 0$. La production d'entropie totale dépend des champs de la vitesse, de la température et de la concentration. Par suite l'amplitude de l'entropie générée est plus grande pour le cas ou $N > 0$ en comparaison avec le cas ou $N < 0$. Pour des nombres de Dufour et des rapports de flottabilité fixes, la production d'entropie augmente avec le nombre de Grashof thermique. En fait, l'augmentation du nombre de Grashof thermique entraîne l'augmentation des gradients de température et de la vitesse. Par conséquent la production d'entropie totale augmente via l'augmentation des irréversibilités thermiques et visqueuses. Pour des nombres de Grashof thermique et des rapports de flottabilité fixes, la production d'entropie diminue avec le nombre de Dufour, lorsque les forces de flottabilité sont opposées (à l'exception de la valeur -1 du rapport de flottabilité). Pour les forces de flottabilité

agissant dans le même sens, l'influence de l'effet Dufour sur la production d'entropie est pratiquement insignifiante.

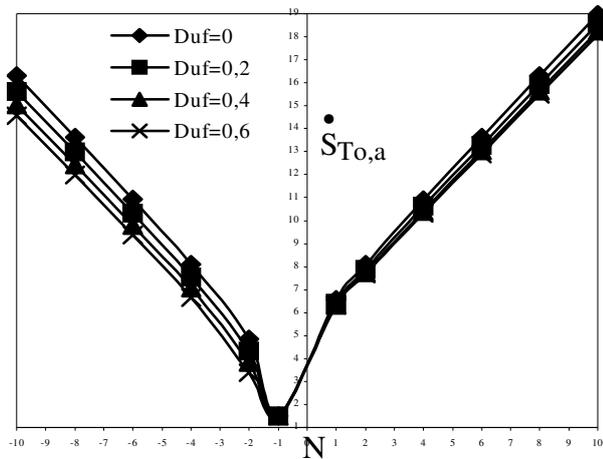


Figure 3. Variation de la production d'entropie totale adimensionnelle en fonction du rapport de flottabilité pour $Gr_T=3 \cdot 10^4$.

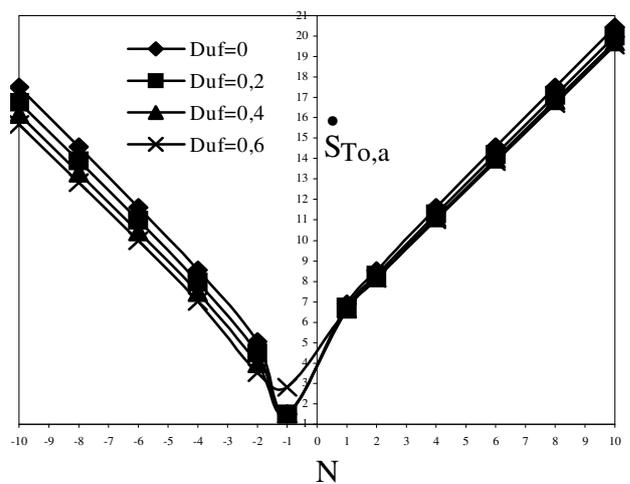


Figure 4. Variation de la production d'entropie totale adimensionnelle en fonction du rapport de flottabilité pour $Gr_T=3,3 \cdot 10^4$.

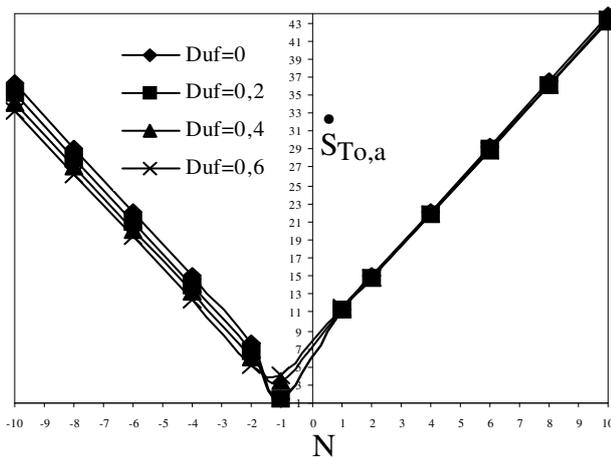


Figure 5. Variation de la production d'entropie totale adimensionnelle en fonction du rapport de flottabilité pour $Gr_T=8 \cdot 10^4$.

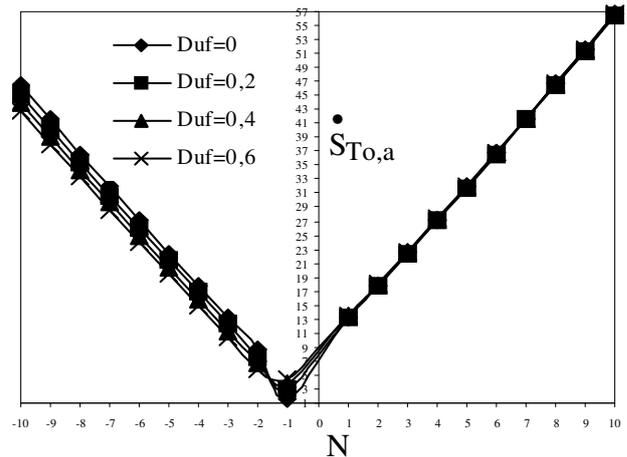


Figure 6. Variation de la production d'entropie totale adimensionnelle en fonction du rapport de flottabilité pour $Gr_T=10^5$.

Il est important de noter que la production d'entropie présente une valeur minimale pour un rapport de flottabilité égale à -1 et ce pour tous les nombres de Grashof thermique étudiés. En fait lorsque $N=-1$, le terme source de la composante de vitesse V (Eq. 4) contenant l'expression $Pr^2 Gr_T (\theta - \phi)$ indique que le gradient de vitesse est à sa valeur minimale, il en est de même pour les champs de température et de concentration. Par suite la production d'entropie est minimale. En plus, il a été trouvé que pour des nombres de Grashof thermique inférieurs à $3,3 \cdot 10^4$, la situation purement diffusive causée par le transfert thermique est la solution du problème. Dans ce cas la convection est absente et l'effet Dufour n'a aucune influence sur la production d'entropie. Ceci est confirmé par la figure 3 sur laquelle $S_{To,a} \approx 1,5$ à $N=-1$. Le début de la convection est obtenue pour un nombre de Grashof thermique égale à $3,3 \cdot 10^4$ à un nombre de Dufour égale à $0,6$ et $N=-1$. La figure 4 montre

que pour des valeurs considérables du nombre de Dufour ($Duf=0,6$), la production d'entropie augmente, traduisant l'influence de l'effet Dufour sur les irréversibilités totales via l'équation du flux thermique (Eq. 5). Au delà du nombre de Grashof thermique critique ($Gr_{Tc}=3,3 \cdot 10^4$), le minimum de production d'entropie dépend uniquement de l'effet Dufour. En fait, dans ce cas la solution purement diffusive disparaît, le fluide est en état stable de non-équilibre malgré que les gradients thermiques, visqueux et massiques sont à leurs valeurs minimales. L'augmentation du nombre de Grashof thermique ($Gr_T=10^5$) entraîne l'augmentation des gradients thermiques, et pour $N=-1$, les gradients solutaux augmentent aussi et agissent dans le sens contraire des gradients de température. Le seul facteur restant est l'effet Dufour. Cet effet provoque ainsi l'augmentation du minimum de production d'entropie traduisant un état de non-équilibre ce qui est compatible avec la thermodynamique des processus irréversibles. Les figures 5 et 6 montrent que le minimum de production d'entropie augmente avec le nombre de Dufour.

5. CONCLUSION

Une étude numérique de l'influence de l'effet Dufour sur la production d'entropie totale en convection naturelle thermosolutale dans une cavité carrée, fermée, soumise à des gradients horizontaux de température et de concentration, a été réalisé dans ce travail. Il a été constaté que l'influence de l'effet Dufour n'apparaît que pour des valeurs importantes du nombre de Grashof thermique. Les résultats trouvés montrent que l'effet Dufour a une large influence sur la production d'entropie totale pour des rapports de flottabilité négatifs.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. D. Poulikakos and A. Béjan, 1982, Fin Geometry for Minimum Entropy Generation in Forced Convection. I. J. of Heat Transfer, 104: 616 - 626.
2. A. Z. Sahin, 2000, Entropy generation in turbulent liquid flow through a smooth duct subjected to constant wall temperature. I. J. of Heat and Mass Transfer, 43: 1469 – 1478.
3. A. C. Baytas, 2000, Entropy generation for natural convection in an inclined porous cavity. I. J. of Heat and Mass Transfer, 43: 2089 – 2099.
4. A. C. Baytas, 1997, Optimization in an inclined enclosure for minimum entropy generation in natural convection. I. J. of Heat and Mass Transfer 22: 145 – 155.
5. Y. Demirel and R. Kahramen, 1999, Entropy generation in a rectangular packed duct with wall heat flux. I. J. of Heat and Mass Transfer, 42: 2337 – 2344.
6. M. Maghrebi, H. Abbassi, A. Ben Brahim, 2003, Entropy generation at the onset of natural convection. I. J. of Heat and Mass Transfer, 46: 3441 – 3450.
7. B. S. Yilbas, S. Z. Shuja, M. O. Budan, 1999, Second Law Analysis of a swirling flow in a circular duct with restriction. I. J. of Heat and Mass Transfer, 42: 4027 – 4041.
8. V. M. Castillo, Wm. G. Hoover, 1998, Heat flux at the Transition from harmonic to chaotic flow in thermal convection. Physical Review, E 58, n°3.
9. V. M. Castillo, Wm. G. Hoover, 1998, Entropy production and Lyapunov instability at the onset of turbulent convection. Physical Review, E 58, n°6.
10. J. Y. San, Z. Laven, 1987, Entropy Generation in Convective Heat Transfer and Isothermal Convective Mass Transfer. I. J. of Heat Transfer, 109: 647 – 652.
11. A. K. Abu Hijleh Bassam, W. N. Heilem, 1999, Entropy Generation due to Laminar Natural Convection over a Heated Rotating Cylinder. I. J. of Heat and Mass Transfer, 42: 4225 – 4233.
12. H.J. Saabas, B.R. Baliga, 1994, Co-located equal-order control-volume finite-element method for multidimensional, incompressible, fluid flow part I : formulation. Numerical Heat Transfer, Part B, 26: 381-407.
13. H. Abbassi, S. Turki, S. Ben Nasrallah, 2001, Mixed convection in a plane channel with a built-in triangular prism. Numerical Heat Transfer, Part A(3), 39: 307-320.
14. PH. Traoré, A. Mojtabi, 1994, Analyse de l'effet Soret en convection thermosolutale. Entropie, n°184/185: 32-37.