

EFFET DE LA VARIABILITE DES PROPRIETES THERMO-PHYSIQUES SUR LES TRANSFERTS COUPLES DE CHALEUR ET DE MASSE DANS UN CANAL VERTICAL

Othmane OULAID^{1,2}, Brahim BENHAMOU^{1*}, Nicolas GALANIS²

¹LMFE, Département de Physique, Faculté des Sciences Semlalia, Marrakech, Maroc

²THERMAUS, Département de génie mécanique, Université de Sherbrooke, Sherbrooke J1K 2R1, Québec, Canada

* (auteur correspondant : bbenhamou@ucam.ac.ma)

RESUME

Une étude numérique des transferts couplés de chaleur et de masse avec changement de phase dans un canal vertical est menée. Ce canal est formé de deux plaques planes, parallèles entre lesquelles circule un courant d'air chaud. Ces plaques sont mouillées par un film d'eau de faible épaisseur, ruisselant par gravité et sont refroidies à température constante. Les propriétés physiques de l'air sont considérées variables et dépendant de la température ainsi que la concentration. Nous avons adopté un modèle elliptique qui tient en considération de la diffusion axiale. Les équations aux dérivées partielles ont été résolues numériquement à l'aide de la méthode des volumes de contrôle et le couplage vitesse-pression a été traité par l'algorithme SIMPLER. On se propose d'étudier l'effet de la température de référence de la variabilité des propriétés thermo-physiques sur les champs hydrodynamique, thermique et massique. Nous présentons l'évolution des nombres sans dimension caractérisant ces champs (coefficient de friction, nombre de Nusselt et Sherwood).

NOMENCLATURE

b demi-distance entre les plaques (m)
C fraction massique (g/kg)
D Coefficient de diffusion (m²/s)
D_h diamètre hydraulique, = 4 b (m)
f coefficient de friction
h_{fg} chaleur latente de vaporisation (kJ/kg)
L longueur du canal (m)
Nu_s Nombre de Nusselt sensible
Nu_L Nombre de Nusselt Latent
p pression (Pa)
Pr nombre de Prandtl
q'' flux de chaleur (W/m²)
Re nombre de Reynolds, u₀.D_h/ν
Sc nombre de Schmidt
Sh Nombre de Sherwood
T température (°C ou K)

u vitesse axiale (m/s)
v vitesse transversale (m/s)
x coordonnée axiale (m)
y coordonnée transversale (m)

Indices et exposants

e évaporation
m massique
w valeur sur les parois du canal
0 grandeur à l'entrée du canal

Symboles grecs

φ humidité relative de l'air (%)
γ facteur de forme, = 2b/L
ν viscosité cinématique (m²/s)

1. INTRODUCTION

Les transferts couplés de chaleur et de masse associés à un changement de phase liquide-vapeur ont fait l'objet d'un grand nombre d'études aussi bien théoriques qu'expérimentales [1-8]. Lin et al.[1] ont étudié l'effet de l'évaporation d'un film d'eau liquide ruisselant sur la paroi interne d'un tube vertical dans lequel circule un écoulement d'air humide en convection mixte laminaire. Les auteurs ont considérés des propriétés physiques constantes évaluées à une température de référence T_{ref} et une concentration en vapeur d'eau de référence w_{ref} obtenues par ces expressions: T_{ref} = (2.T_w + T_{in})/3 et w_{ref} = (2.w_w + w_{in})/3, où T_w, w_w, T_{in} et w_{in} sont respectivement les températures et les concentrations sur les parois à l'entrée du tube. Cette manière d'évaluer les propriétés physiques

connue sous le nom de la loi du un-tiers (*one-third rule*) a été utilisée précédemment dans la littérature [9-10]. Chow et Chung [10] ont étudié numériquement l'évaporation de l'eau dans un courant d'air laminaire. La température de surface de l'eau est supposée constante et égale à la température humide du courant d'air. Plusieurs températures du courant d'air ont été considérées (150-500°C). Les auteurs ont utilisé deux modèles mathématiques, l'un avec propriétés physiques constantes évalués avec la loi du un-tiers et l'autre avec des propriétés physiques variables. En comparant les résultats de ces deux modèles les auteurs ont conclu que les deux modèles donnent des résultats comparables même à des températures d'air assez élevées. Précédemment, Hubbard et al. [9] ont conduit une étude numérique sur l'évaporation d'une goutte d'octane liquide dans un air stagnant. La température initiale de la goutte est de 27°C et la température de l'air a été variée entre 327°C et 1727°C. En comparant leurs résultats issus de différentes températures et concentrations de référence, les auteurs ont conclu que la loi du un-tiers est celle qui s'accorde le mieux avec les résultats obtenus avec des propriétés physiques variables.

Récemment Laaroussi et al. [7] ont mené une étude numérique de la convection mixte laminaire dans un canal constitué de deux plaques planes parallèles sur lesquelles ruisselle un film liquide. Les plaques sont maintenues à une température constante et le film liquide est supposé d'épaisseur négligeable. L'écoulement d'air est descendant et le film liquide est soit de l'eau soit de l'hexane. Les auteurs ont particulièrement comparé les résultats obtenus avec un modèle mathématique avec propriétés constantes (modèle de Boussinesq) et ceux obtenus en considérant des propriétés variables. Ils ont conclu que le premier modèle n'est valable que pour des températures et des concentrations assez faibles.

Le but de ce travail est de montrer l'effet de la dépendance des propriétés physiques de l'air humide, aussi bien vis-à-vis de la température que de la concentration en vapeur d'eau, sur l'écoulement et les transferts de chaleur et de masse dans un canal vertical.

2. ANALYSE

Nous considérons un canal formé de deux plaques planes parallèles verticales et distantes de $2h$. Ces plaques sont mouillées par un film d'eau et maintenues à une température constante T_w . L'air humide ambiant entre à une température T_0 supérieure à T_w , une humidité relative ϕ_0 et un profil de vitesse uniforme u_0 . On suppose que l'écoulement d'air est laminaire et en régime permanent. Le film d'eau est supposé très fin et son épaisseur est négligée [2]. Le rayonnement, le transfert d'énergie par inter-diffusion des espèces, la dissipation visqueuse d'énergie et le travail des forces de pression, ainsi que les effets Dufour et Soret, sont considérés négligeables. En tenant compte de ces hypothèses, les transferts de chaleur et de masse en convection mixte laminaire ascendante dans un canal vertical, peuvent être décrits par les équations suivantes :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \rho g \quad (2)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (3)$$

$$\rho C_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (4)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial C}{\partial y} \right) \quad (5)$$

Les conditions aux limites sont :

$$\text{À l'entrée du canal (x = 0): } u = v = 0, C = C_0 \text{ et } T = T_0 \quad (6)$$

$$\text{Sur les parois (y = 0 et y = 2h): } u = 0, v = v_e, C = C_w \text{ et } T = T_w \quad (7)$$

$$\text{A la sortie du canal (x = L): } \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial C}{\partial y} = 0 \quad (8)$$

La présence du film d'eau liquide est prise en compte à travers la vitesse d'évaporation v_e donnée par [2] :

$$v_e = -\frac{D}{1 - C_w} \frac{\partial C}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (9)$$

Le coefficient de friction pariétal est:

$$f.Re = \frac{2D_h}{u_0} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (10)$$

Le transport de chaleur entre les parois mouillées du canal et l'air humide dépend du gradient de température au voisinage de la paroi et du taux de transfert de masse entre le film d'eau et l'air. Ainsi, le flux de chaleur total au voisinage d'une paroi est la somme du flux sensible et du flux latent, soit :

$$q'' = q''_s + q''_L = -k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} - \frac{\rho D h_{fg}}{1 - C_w} \frac{\partial C}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (11)$$

Le nombre de Nusselt local est défini par :

$$Nu_T = \frac{h D_h}{k} = \frac{q''_T D_h}{k(T_w - T_m)} = Nu_S + Nu_L \quad (12)$$

où Nu_S et Nu_L sont les nombres de Nusselt associés respectivement aux flux sensible et latent:

$$Nu_S = -\frac{D_h}{T_w - T_m} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (13)$$

$$Nu_L = -\frac{\rho D h_{fg}}{1 - C_w} \frac{D_h}{k(T_w - T_m)} \frac{\partial C}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (14)$$

Le transfert de masse entre l'air et le film liquide est caractérisé par le nombre de Sherwood:

$$Sh = \frac{\rho h_m D_h}{D} = -\frac{D_h}{C_w - C_m} \frac{\partial C}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (15)$$

3. METHODE NUMERIQUE ET VALIDATION

La méthode des volumes finis [11] est utilisée pour résoudre numériquement le système d'équations (1-5). Le couplage vitesse-pression est traité par l'algorithme SIMPLER. Un maillage non uniforme dans les deux directions x et y avec une densité de nœuds plus grande près des parois et de l'entrée a été utilisé. Le détail des validations du code de calcul pour le cas de propriétés thermo-physiques constantes adoptant l'approximation de Boussinesq est donné dans [3,8]. Un nouveau test de validation a été mené dans le but de vérifier la validité du code tenant compte de la variabilité des propriétés thermo-physiques. Cette validation a été réalisée en comparaison avec les résultats de Laaroussi et al. [7]. Ces auteurs ont considéré la convection mixte solutale entre les plaques d'un canal vertical dont les parois sont maintenues à la même température d'un écoulement descendant d'air sec. La température imposée sur les plaques est de 327.5K, la concentration de saturation correspondante est de 0.1. La figure 1 présente les résultats de cette validation. On constate que nos résultats diffèrent d'un maximum de 8%. Cette différence peut être attribuée à la vitesse d'évaporation qui a la façon spéciale de traitement de la présence du film liquide par [7] (vitesse d'évaporation nulle et terme source ajouté dans les nœuds adjacents aux parois).

4. RESULTATS

Les résultats présentés ici ont été calculés avec $b = 1/130\text{m}$, $L = 1\text{m}$ (soit $\gamma = 1/65$), $u_0 = 0.17\text{ m/s}$ (soit $Re = 300$), $T_0 = 90^\circ\text{C}$, $\phi_0 = 10\%$ (soit $C_0 = 0.044$ et $\rho_0 = 934\text{ g/m}^3$) et $T_w = 20^\circ\text{C}$ (soit $C_w = 0.014$ et $\rho_w = 1178\text{ g/m}^3$). Dans le cas des propriétés thermo-physiques constantes, l'approximation de Boussinesq est utilisée ainsi que les nombres adimensionnels caractérisant le mélange air-vapeur d'eau ont été évalués à une température de référence et une concentration de référence calculées par la loi dite du 'un tiers', soit $T_{ref} = 316.48\text{K}$, $C_{ref} = 0.024$ [3]. Ainsi, les nombres de Grashof thermique et solutale sont $Gr_T = -181\,730$ et $Gr_M = -17\,018$ et $Pr = 0.706$, $Sc = 0.563$. On remarque que Gr_T et Gr_M sont négatifs ce qui indique que les forces d'Archimède thermique et massique agissent dans le sens opposé à l'écoulement ascendant.

Le profil de vitesse est représenté sur la figure 2 pour $x/L = 0.082$. Nous présentons aussi le cas des propriétés constantes pour fin de comparaison. Dans les deux cas, la vitesse axiale à la position considérée est négative près des parois. Ceci indique un renversement d'écoulement [5, 7 et 8]. On constate que la zone de renversement d'écoulement est plus étroite pour le cas propriétés variables. Ceci est expliqué par la masse volumique qui n'est pas constante et qui prend des valeurs près des plaques plus grandes que celles calculées par la loi un-tiers, alors qu'elles sont moins importantes vers le centre du canal (Fig. 3). Pour satisfaire l'équation de conservation de la masse la vitesse doit inversement varier vis-à-vis de la masse volumique. La figure 4 montre l'évolution axiale du nombre de friction $f.Re$. On note que ce nombre est affecté par les forces d'Archimède dans les deux cas étudiés. $f.Re$ présente un minimum qui est plus important dans le cas de propriétés constantes (approximation de Boussinesq) que dans le cas des propriétés variables. L'écart entre ces deux minimums est de 30%. Ceci peut être expliqué par le fait que la viscosité dynamique près des parois est plus petite dans le cas de propriétés variables que celle calculée par la loi un-tiers ($\mu_{1/3} = 1.89\text{ E-}05$). Vers la sortie du canal, $f.Re$ tend pour les deux cas vers la valeur asymptotique de 24 qui correspond à un écoulement développé en convection forcée.

L'évolution axiale du nombre de Nusselt sensible est représentée sur la figure 5. Nu_S présente, dans le cas de propriétés constantes (approximation de Boussinesq) un minimum qui est plus petit que celui du cas propriétés variables. L'écart entre ces deux minimums est de 8%. Ces valeurs minimales peuvent être expliquées par le fait que la conductivité thermique près des parois est plus petite dans le cas de propriétés variables que celle calculée par la loi un-tiers ($k_{1/3} = 2.75\text{ E-}02$). Vers la sortie du canal, Nu_S tend pour les deux cas vers la valeur asymptotique de 7.5 qui correspond à un écoulement développé en convection forcée.

L'évolution axiale du nombre de Sherwood est représentée sur la figure 6. Sh présente, dans le cas de propriétés constantes (approximation de Boussinesq) un minimum qui est plus petit que celui du

cas propriétés variables. L'écart entre ces deux minimums est aussi de 8%. Ces valeurs minimales peuvent être expliquées par le fait que la diffusivité massique près des parois est plus petite dans le cas de propriétés variables que celle calculée par la loi un-tiers ($D_{1/3} = 3.09 \text{ E-}05$). Vers la sortie du canal, Sh tend pour les deux cas vers la valeur asymptotique de 7.5 qui correspond à un écoulement développé en convection forcée.

CONCLUSION

Dans la présente communication nous avons présenté les résultats d'une étude numérique sur les transferts couplés de chaleur et de masse avec changement de phase dans un canal vertical dont les parois sont couvertes par un film d'eau liquide. Les propriétés physiques sont considérées variables et dépendant de la température ainsi que la concentration. L'écart entre les résultats obtenus par les deux modèles (modèle de Boussinesq et modèle avec propriétés variables) est important (entre 8 et 30%) pour toutes les grandeurs hydrodynamiques, thermiques et massiques. Ces résultats montrent que le modèle de Boussinesq n'est pas valide dans le cas présent. Il est donc important de tenir compte de la variabilité des propriétés thermo-physiques dans le modèle mathématique.

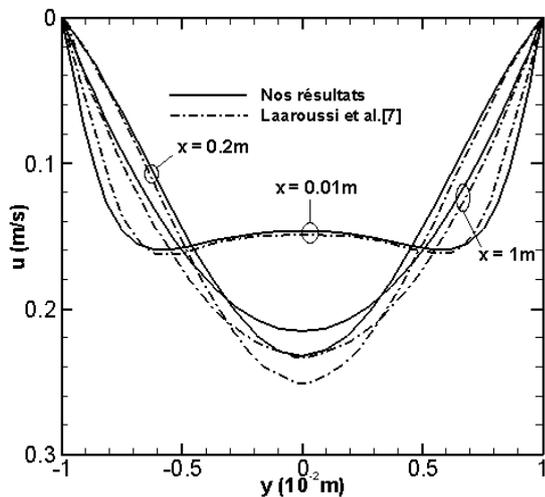


Figure 1. Validation du code de calcul ($T_w = T_0 = 327.5\text{K}$, $C_w = 0.1$ et $C_0 = 0$).

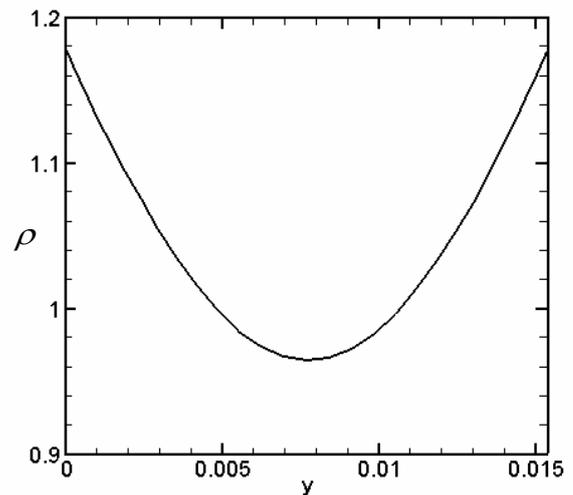


Figure 3. Profil de la masse volumique en $x = 0.082$.

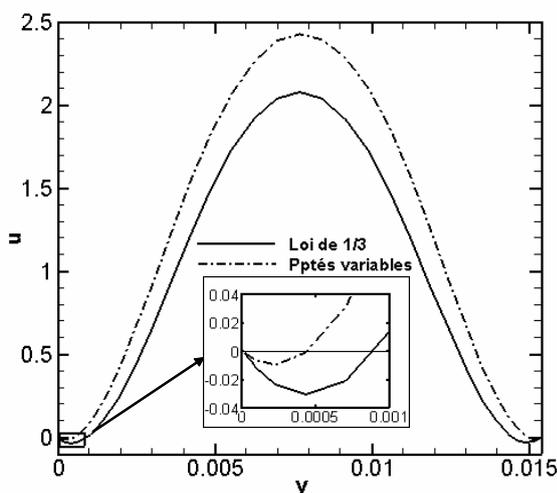


Figure 2. Profils de vitesse en $x = 0.082$.

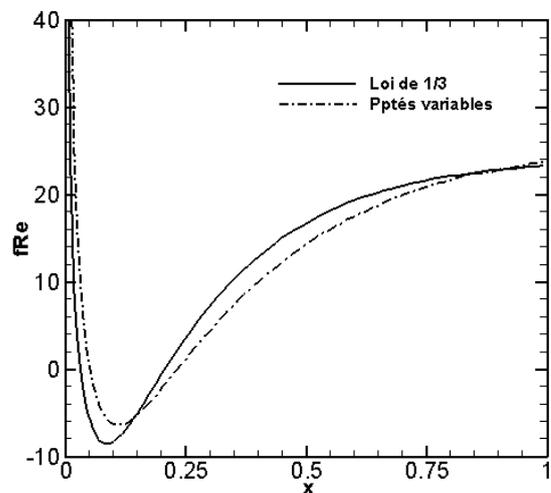


Figure 4. Evolution du coefficient de friction.

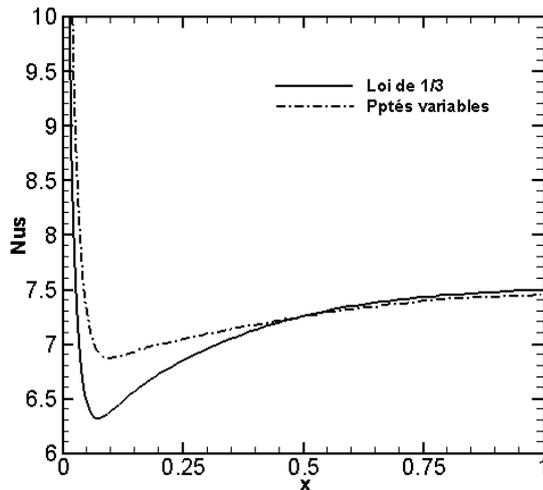


Figure 5. Evolution axiale du nombre de Nusselt sensible.

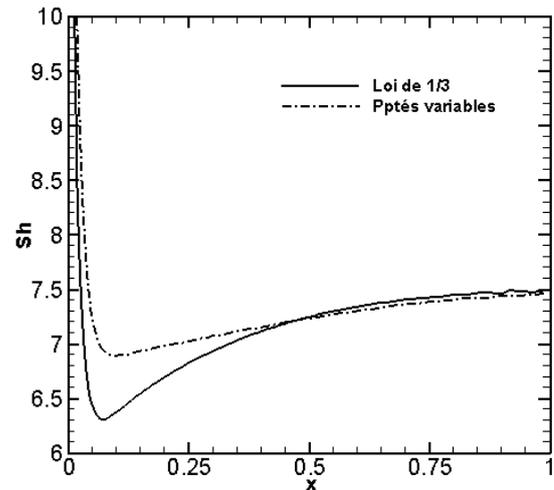


Figure 6. Evolution axiale du nombre de Sherwood.

REFERENCES

1. T.F. Lin, C.J. Chang, W.M. Yan, 1988, Analysis of combined buoyancy effects of thermal and mass diffusion on laminar forced convection heat transfer in a vertical tube. *J. Heat Transfer*, vol. 110, pp. 337-344.
2. W.M. Yan, T.F. Lin, 1990, Combined heat and mass transfer in natural convection between vertical parallel plates with film evaporation. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 33, pp. 529-541.
3. Z. Ait Hammou, B. Benhamou, N. Galanis, J. Orfi, 2004, Laminar Mixed Convection of Humid Air in a Vertical Channel with Evaporation or Condensation at the Wall. *Int. J. Thermal Sciences*, vol. 43, pp. 531-539.
4. J.H. Jang, W.M. Yan, 2006, Thermal protection with liquid film in turbulent mixed convection channel flows, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 49, pp. 3645-3654.
5. Y. Azizi, B. Benhamou, N. Galanis, M. El-Ganaoui, 2007, Buoyancy effects on upward and downward laminar mixed convection heat and mass transfer in a vertical channel. *Int. J. Num. Meth. Heat Fluid Flow*, vol. 17, pp. 333-353.
6. V. Dharma Rao, V. Murali Krishna, K.V. Sharma, P.V.J. Mohana Rao, 2008, Convective condensation of vapor in the presence of a non-condensable gas of high concentration in laminar flow in vertical pipe. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 51, pp. 6090-6106.
7. N. Laaroussi, G. Lauriat, G. Desrayaud, 2008, Effects of variable density for film evaporation on laminar mixed convection in a vertical channel. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 52, pp. 151-164.
8. O. Oulaid, B. Benhamou, N. Galanis, 2008, Combined buoyancy effects of thermal and mass diffusion on laminar convection in a vertical isothermal channel. 4th International Symposium on Advances in Computational Heat Transfer, CHT-08, Marrakech, Morocco, May 11-16, 2008, Paper n° : CHT-08-378.
9. G.L. Hubbard, V.E. Denny, A.F. Mills, 1975, Droplet evaporation: effects of transients and variable properties. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 18, pp. 1003-1008.
10. L. C. Chow, J. N. Chung, 1983, Evaporation of water into laminar stream of air and superheated steam. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 26, pp. 373-380.
11. S.V. Patankar, Numerical heat transfer in fluid flow, 1980, Mc Graw Hill Editions, Londres.