

ETUDE NUMERIQUE DU REGIME TRANSITOIRE DANS UN MODELE THERMIQUE D'EVAPORATION

B. Trouette⁽¹⁾, C. Dang Vu-Delcarte⁽¹⁾, E. Chénier⁽²⁾, O. Bouizi⁽³⁾

⁽¹⁾ Université Paris-Sud 11 – LIMSI-CNRS, Bât. 508, 91405 Orsay, France

⁽²⁾ Université Paris-Est, MSME FRE3160, 5 bd. Descartes, 77545 Marne-la-Vallée, France

⁽³⁾ CEA Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette, France

trouette@limsi.fr, delcarte@limsi.fr, eric.chenier@univ-paris-est.fr, othman.bouizi@lsce.ipsl.fr

RESUME

Le caractère transitoire de l'écoulement de convection thermo-gravitationnel et thermo-capillaire, qui prend naissance au début de l'évaporation d'une solution polymère, est étudié à l'aide d'un code 3D pseudo-spectral en géométrie cylindrique. L'impact du confinement sur la structure de l'écoulement aux temps courts est mis en évidence.

NOMENCLATURE

A rapport d'aspect : $A=R/e$	α diffusivité thermique du fluide ($m^2.s^{-1}$)
e épaisseur (m)	β coefficient expansion thermique (K^{-1})
g gravité ($m.s^{-2}$)	γ coefficient de tension de surface ($N.m^{-1}.K^{-1}$)
h coefficient d'échange avec l'air ($W.m^{-2}.K^{-1}$)	λ conductivité thermique ($J.s^{-1}.m^{-1}.K^{-1}$)
L chaleur latente ($J.m^{-3}$)	θ température réduite
R rayon du cylindre (m)	μ viscosité dynamique du fluide ($kg.s^{-1}.m^{-1}$)
u vitesse radiale	ν viscosité cinématique du fluide ($m^2.s^{-1}$)
v vitesse azimutale	ρ densité du fluide ($kg.m^{-3}$)
w vitesse axiale	Φ flux de chaleur par évaporation ($m.s^{-1}$)
$(\vec{e}_r, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_z)$: vecteurs de base	
Nombres adimensionnels :	
Pr Prandtl $Pr = \mu / \rho \alpha$	Ra Rayleigh $Ra = g\beta\Delta T e^3 / \mu \alpha$
Bi Biot $Bi = h e / \alpha$	Ma Marangoni $Ma = \frac{\partial \gamma}{\partial T} \Delta T e / \mu \alpha$
	Pe Péclet $Pe = e V / \alpha$

1. INTRODUCTION

La physique du séchage d'une solution dont un des constituants est volatil met en jeu des phénomènes de transferts de chaleur et/ou de masse dans le fluide dont les caractéristiques évoluent au cours du temps. L'évaporation du solvant est un processus endothermique : la température et la concentration en solvant diminuent au niveau de la surface libre puis diffusent dans le mélange. Des gradients thermiques ou massiques peuvent alors se créer et engendrer le développement de cellules convectives. Des expériences ont confirmé la présence d'un état convectif en début de séchage [1]. Pour ces mélanges [1], les temps caractéristiques thermique et massique sont très différents ; aux temps courts, les variations des fractions volumiques des constituants sont négligeables et seul le champ thermique évolue.

Les études numériques permettent d'étudier séparément chaque phénomène physique et le rôle des différents paramètres. Dans ce travail nous étudions l'influence de la perturbation initiale et du rapport d'aspect au début du processus d'évaporation.

2. MODELE

2.1 Hypothèses

La solution est placée dans un récipient cylindrique, d'épaisseur e et de rayon R , dont les parois sont isolées thermiquement. Au cours de la phase thermique, la concentration en solvant reste uniforme

et constante dans le temps. La viscosité, fonction de la concentration, est donc également uniforme et indépendante du temps. La variation de l'épaisseur est négligeable et l'interface est plane et indéformable. Les écarts relatifs de températures restant faibles, l'approximation de Boussinesq est utilisée.

2.2 Équations

Les équations de Navier-Stokes et de la chaleur, décrivant l'évolution temporelle adimensionnelle de la vitesse, $\vec{U} = u\vec{e}_r + v\vec{e}_\varphi + w\vec{e}_z$, et de la température, θ , s'écrivent :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{U} = 0 \quad (1)$$

$$\partial_t \vec{U} + (\vec{U} \cdot \vec{\nabla}) \vec{U} = -\vec{\nabla} p + \text{Pr} \Delta \vec{U} + \text{Ra} \text{Pr} \theta \vec{e}_z \quad (2)$$

$$\partial_t \theta + (\vec{U} \cdot \vec{\nabla}) \theta = \Delta \theta \quad (3)$$

Les échelles de longueur, vitesse, pression, temps et température sont respectivement : e , α/e , $\rho\alpha^2/e^2$, e^2/α et $(T-T_0)/\Delta T$ où ΔT mesure l'écart entre la température initiale T_0 et la température atteinte en régime stationnaire (température uniforme donnée par l'équilibre entre le flux de chaleur perdu par évaporation et les échanges convectifs à la surface libre). A l'instant initial, le fluide est au repos à la température T_0 .

En surface libre, l'équilibre mécanique est imposé. La condition à la limite thermique, tenant compte de l'échange convectif entre le fluide et l'air ambiant et de l'évaporation du fluide, s'écrit :

$$-\lambda \partial_z T = H(T - T_0) + L\Phi(T_0) \text{ avec } \Phi(T_0) \text{ le flux d'évaporation à } T_0 \text{ et } H = h + L \frac{\partial \Phi}{\partial T}_{T_0}.$$

Sous forme adimensionnelle, les conditions aux limites s'écrivent :

$$z = A, \quad \begin{cases} \vec{U} = \vec{0} \\ \partial_n \theta = 0 \end{cases} \quad z = 0, \quad \begin{cases} \vec{U} = \vec{0} \\ \partial_n \theta = 0 \end{cases} \quad z = 1, \quad \begin{cases} w = 0 \\ \partial_z u = -Ma \partial_r \theta \\ r \partial_z v = -Ma \partial_\varphi \theta \\ \partial_z \theta = -Bi(\theta + 1) \end{cases}$$

Dans le but de confronter nos résultats aux travaux expérimentaux [1], les paramètres adimensionnels s'expriment sous la forme :

$$Bi = 0.2e \text{ mm}^{-1}, Pr = 12\mu \text{ (mPa} \cdot \text{s)}^{-1}, Ma = 5850 \frac{e}{\mu} \text{ (mPa} \cdot \text{s} \cdot \text{mm}^{-1}), Ra = 451 \frac{e^3}{\mu} \text{ (mPa} \cdot \text{s} \cdot \text{mm}^{-3})$$

Dans la suite de l'étude, les paramètres utilisés seront la viscosité et l'épaisseur.

2.3 Schéma numérique

Les équations d'évolutions tridimensionnelles sont résolues à l'aide d'un code 3D pseudo-spectral Chebychev-Chebyshev-Fourier, validé sur une configuration d'écoulement de convection thermo-capillaire en pont liquide latéralement chauffé [2]. On utilise des points de collocations de Gauss-Radau dans la direction radiale, ce qui permet de s'affranchir du problème à l'axe, et des points de Gauss-Lobatto dans la direction axiale. La pression est résolue grâce à un algorithme de projection diffusion. Les simulations ont été réalisées avec un maillage $(r, z, \varphi) = (221, 20, 49)$. Ce travail fait suite à une étude 2-D réalisée par O. Touazi *et al.* [3] à l'aide d'un code volumes finis.

3. RESULTATS

Le nombre de Péclet caractérise l'intensité relative des échanges par convection et diffusion, il permettra de définir l'apparition de la convection. Le nombre de Péclet, Pe , étant construit avec la

vitesse maximale de l'écoulement, $\max |V|$, nous obtenons donc la relation $Pe = \max |V|$.

3.1 Influence de l'amplitude de la perturbation initiale

Vu le caractère transitoire du problème, il est pertinent d'étudier la sensibilité des écoulements aux conditions initiales. Sauf précision contraire, les calculs sont initialisés avec un champ de température uniforme sur lequel est ajouté une perturbation d'amplitude variable. Cette perturbation est, soit aléatoire selon une loi uniforme et de moyenne nulle sur l'ensemble du champ thermique, soit harmonique et localisée sur la surface libre. Le rapport d'aspect est ici $A=2$. L'influence du facteur de forme sera discutée par la suite.

3.1.1. Perturbation aléatoire sur le champ de température

La figure 1. illustre l'évolution de la vitesse maximale (Pe) pour trois valeurs de l'amplitude de la perturbation initiale. On peut voir que la condition initiale modifie le temps d'apparition de la convection ($Pe=1$) et de ce fait l'intensité de celle-ci. Pour des temps suffisamment longs, $t>2$, les maxima des vitesses deviennent indépendants de la condition initiale et l'écoulement relaxe lentement vers l'état conductif. La figure 2. présente l'évolution au cours du temps de l'écart maximum de température dans le film liquide. Tant que la convection n'est pas apparue, les écarts

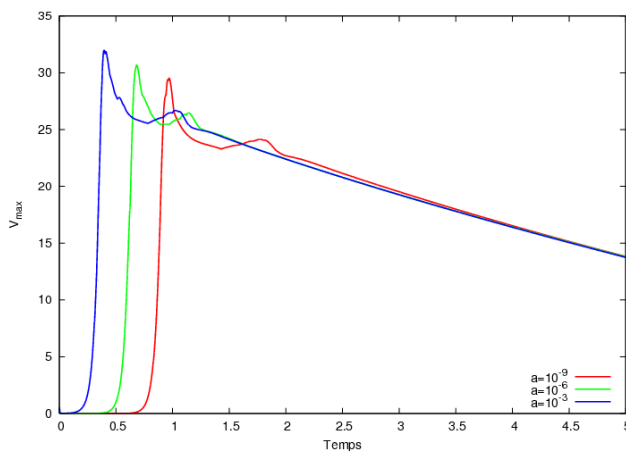


Figure 1. Évolution vitesses pour différentes amplitudes.

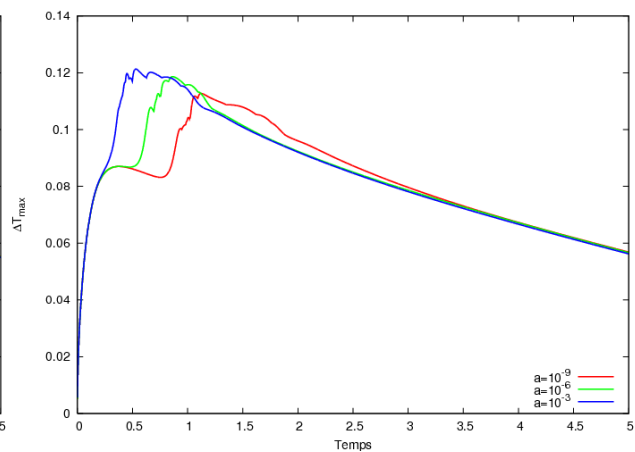


Figure 2. ΔT_{max} dans toute la couche pour différentes amplitudes

de température sont indépendants de la condition initiale et sont solutions d'un problème de diffusion thermique instationnaire. Pour la perturbation de plus grande amplitude, la convection se déclenche lorsque l'écart de température conductif est quasiment à son maximum. L'apparition de la convection engendre des écoulements localement descendants qui viennent homogénéiser la température dans le voisinage immédiat de la surface libre et ainsi réduire la densité de flux thermique à l'interface. La diminution du flux conductif induit un accroissement du couplage entre les échanges par convection avec l'ambiance et par évaporation ce qui provoque une chute supplémentaire de la température à la surface libre et explique l'augmentation de l'ordre de 40% de l'écart maximum de température par rapport à la situation purement conductive (Fig. 2). Le même phénomène s'observe également pour les autres perturbations mais pour des écarts de températures diffusifs décroissants, ce qui explique la diminution des vitesses maximales avec l'intensité de la perturbation (Fig. 1).

3.1.2. Perturbation par un mode azimuthal thermique en surface libre

La perturbation thermique utilisée est harmonique, d'amplitude $a = 10^{-3}$ et localisée en surface libre. Les figures 3a-3d montrent les champs de température en surface libre à $t=0,5$ et $t=5$, pour quatre perturbations initiales et la figure 4 illustre l'évolution des vitesses maximales. Lorsque la

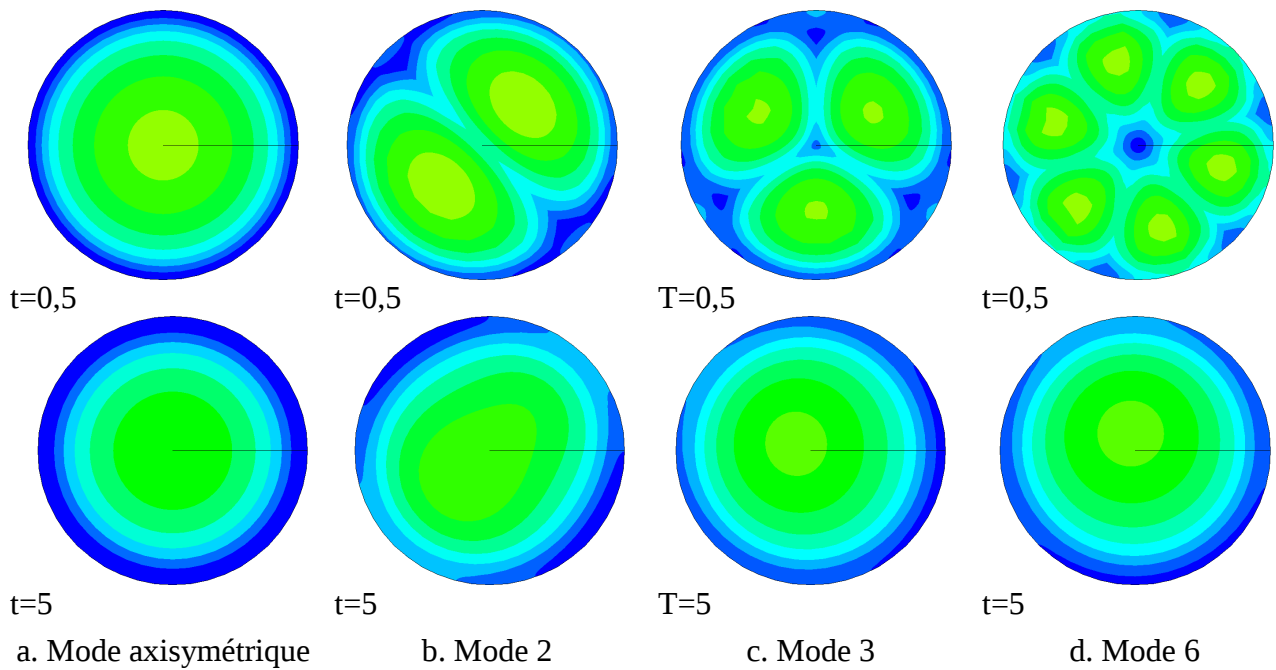


Figure 3 : Température sur la surface libre pour différentes perturbations périodiques

convection est maximale ($t=0,5$), on observe sur la surface libre la structure de la perturbation initiale. Cette amplification de la perturbation initiale a déjà été observée par Pasquetti et al. [4] dans une configuration de Bénard-Marangoni. Pour des temps plus longs ($t=5$) l'écoulement s'organise sous une forme torique avec un écoulement ascendant en son centre. Il faut cependant remarquer une légère dissymétrie du champ thermique à l'interface lorsque la perturbation n'est pas un mode axisymétrique. Comme pour les perturbations aléatoires, les cellules de convection relaxent lentement au cours du temps (Fig. 4).

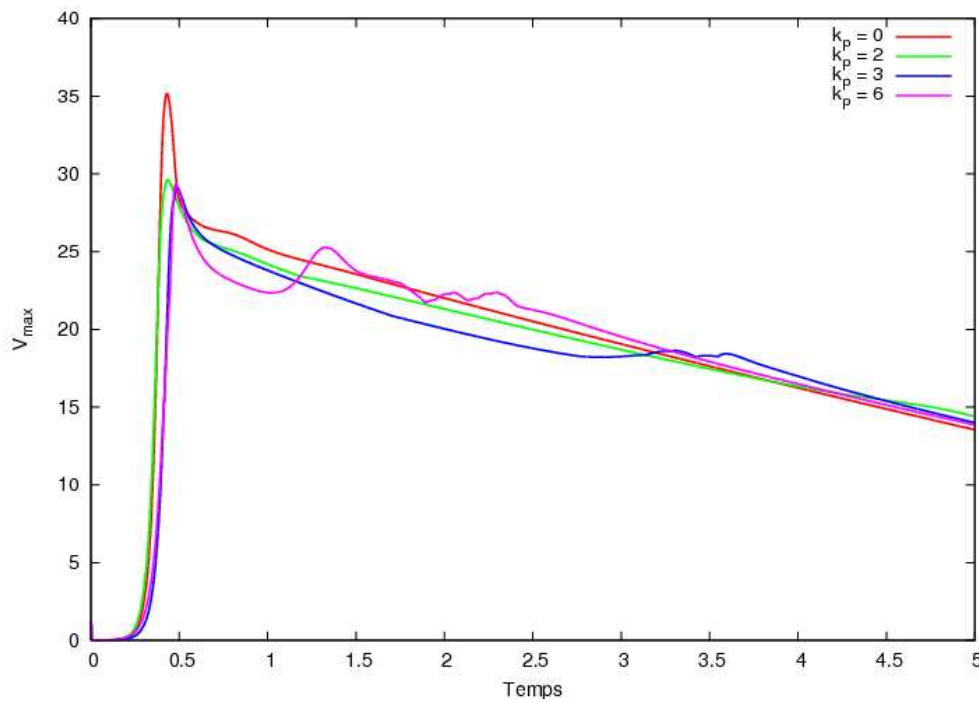


Figure 4. Évolution du maximum de la norme de la vitesse en fonction du temps pour des perturbations initiales sur différents modes Fourier.

3.2 Influence du facteur de forme

La figure 5. présente l'évolution des vitesses maximales au cours du temps pour différents facteurs de forme allant de 1 à 3, pour une perturbation initiale aléatoire d'amplitude 10^{-9} . Hormis pour le cas $A=1$, les courbes ont qualitativement le même comportement. Le confinement semble avoir un effet stabilisateur sur le système : l'évolution de la vitesse pour $A=1,5$ et 2 est plus régulière que pour $A=2,5$ et 3 . Les figures 6a-6e montrent le champ de température en surface libre lorsque la convection est maximale et à $t=5$. Le confinement a une influence sur le nombre de cellules de convection qui apparaît. Plus le confinement est important plus le nombre de cellules est réduit à l'instant où la vitesse est maximale. Dans chacun de ces cas, l'écoulement retrouve une structure torique sur les temps longs.

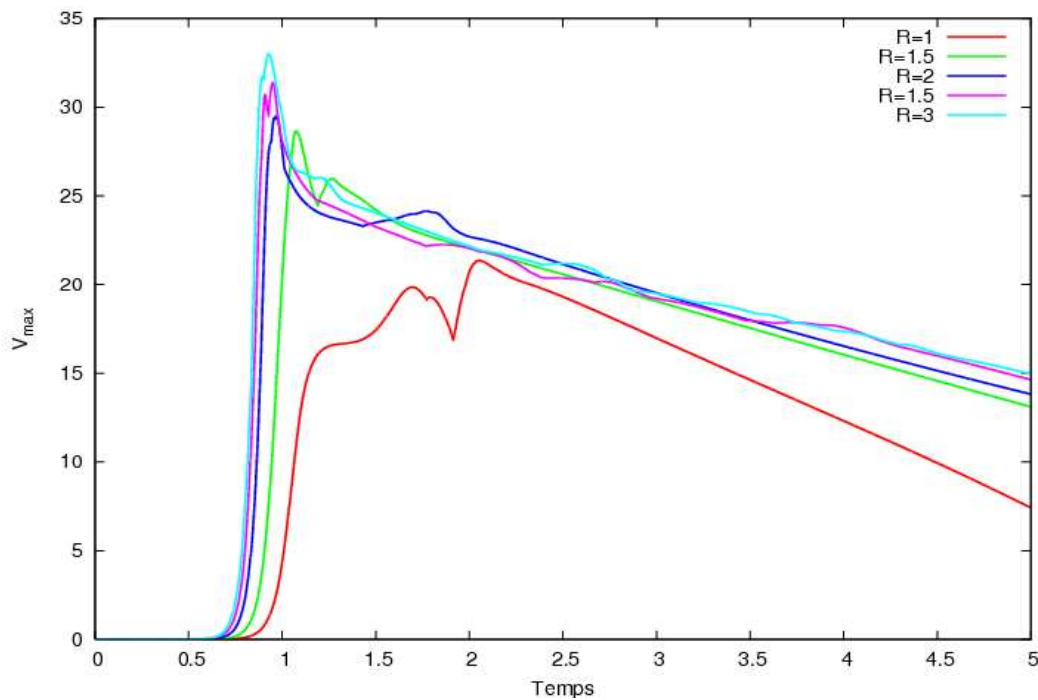


Figure 5 : évolution du maximum de la norme de la vitesse en fonction du temps pour différents facteurs de formes.

Les figures 7a-7d donnent les iso-valeurs de la vitesse axiale à mi-hauteur, à différents instants et pour un rapport de forme $A=1$. On remarque que l'écoulement au centre du cylindre s'inverse au cours du temps. Au début du séchage, le fluide monte le long des parois latérales et descend par le centre (Fig. 7a, 7b). L'écoulement se réorganise pour des temps voisins de $t=2$ (Fig. 7c), instant où la vitesse maximale (Fig 5) présente un minimum local. Enfin pour les temps longs, on retrouve la cellule torique avec une vitesse ascendante au centre.

4. CONCLUSION

Dans ce travail, nous avons mis en évidence l'influence des conditions initiales et du rapport de forme de la zone fluide sur l'évolution aux temps courts de l'écoulement thermo-convectif induit par évaporation. Bien que l'écoulement tende qualitativement toujours vers un état axisymétrique avec une vitesse axiale ascendante près de l'axe du cylindre, le transitoire dépend fortement de l'amplitude et de la forme de la perturbation initiale ainsi que du confinement.

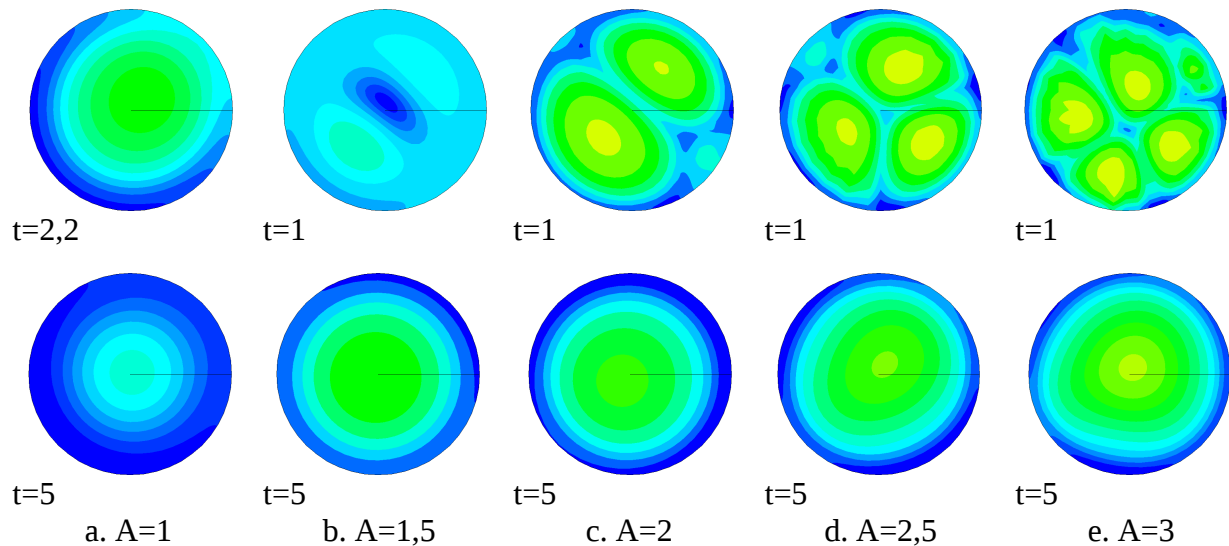


Figure 6 : Température sur la surface libre pour différents rapports de forme.

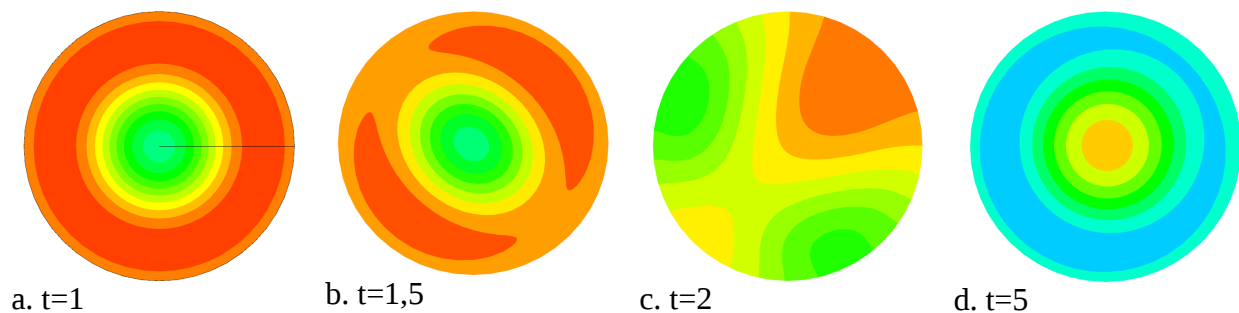


Figure 7 : Vitesse axiale à mi hauteur de la zone fluide en fonction du temps, $A=1$.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUE

1. G.Toussaint, H.Bodiguel, F.Doumenc, B.Guerrier and C.Allain : Experimental characterization of buoyancy- and surface tension-driven convection during the drying of a polymer solution, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 51, pp.4228-4237, 2008.
2. O. Touazi, E. Chénier, F. Doumenc, B. Guerrier : Convection naturelle de Rayleigh-Bénard-Marangoni en régime transitoire, *Congrès SFT-2008*, Toulouse, 3-6 Juin 2008.
3. O. Bouizi, C. Delcarte and G. Kasperski : Stability study of the floating zone with respect to the Prandtl number value, *Physics of Fluids*, vol. 19, 114102, 14 pages, 2007.
4. R. Pasquetti, P. Cerisier, C. Le Niliot : Laboratory and numerical investigation on Bénard-Marangoni convection in circular vessels, *Physics of fluids*, vol 14, n°: 277-288, 2002.