

SIMULATION NUMERIQUE DE LA CONVECTION NATURELLE DANS UNE CAVITE PRISMATIQUE ISOCELE

W. Aich ^{1,*}, I. Hajri ¹, A. Omri ¹, S. Ben Nasrallah ^{1,2}

¹ LESTE, ENIM, avenue Ibn Eljazzar 5019 Monastir.

² CRTEn, Technopole de Borj Cédria, Tunisie.

* (auteur correspondant : aich_walid@yahoo.fr)

RESUME

Dans ce travail, on présente une étude numérique de la convection naturelle dans une cavité prismatique isocèle. Cette configuration peut présenter plusieurs applications telles que les serres, les collecteurs d'énergie solaire, les unités de dessalement et les bâtiments. Les équations de Navier Stokes ont été discrétisées à l'aide de la méthode des volumes de contrôle à base d'éléments finis pour aboutir à des équations algébriques qui ont été résolues par la méthode du gradient conjugué. L'étude porte sur l'effet de plusieurs paramètres, tels que le nombre de Rayleigh, le rapport de forme et l'angle d'inclinaison du plafond, sur la structure de l'écoulement. Les résultats concernant le nombre de Nusselt, les lignes de courant, les profils de vitesse et de température ont été présentés. Pour les valeurs élevées du nombre de Rayleigh, l'écoulement perd sa symétrie et devient multicellulaire.

NOMENCLATURE

A_w	rapport de forme, $A_w=W/H$	Pr	nombre de Prandtl
W	hauteur des parois verticales	q	densité de flux
H	hauteur des parois inclinées	q'	densité adimensionnelle de flux
H'	hauteur adimensionnelle des parois inclinées	θ	température adimensionnelle
Ra	nombre de Rayleigh	P	pression adimensionnelle

1. INTRODUCTION

Au cours de ces dernières années, la convection naturelle dans les cavités a fait l'objet de nombreuses études du fait de son implication dans de nombreux phénomènes naturels et applications industriels, tels que le refroidissement des composants électroniques, les réacteurs nucléaires, l'isolation thermique et l'écoulement d'air dans les bâtiments. Les travaux

expérimentaux et numériques, essentiellement en géométrie rectangulaire ou cylindrique, ont suscité une attention considérable. **Vahl davis** [1] a étudié numériquement le problème de la convection naturelle dans une cavité carrée différentiellement chauffée. Il a fourni les premières solutions de base "BENCHMARK". **Lakhal** et al. [2] ont conduit une étude de la convection naturelle au sein d'une cavité carrée refroidie par le haut de façon isotherme et chauffée partiellement sur le côté avec deux types d'excitations (sinusoïdale et carré). Ils ont constaté que le chauffage pulsatoire semble un meilleur moyen pour évacuer la chaleur vers l'extérieur de la cavité. **Wang et Hamed** [3] ont étudié numériquement la convection naturelle bidimensionnelle dans une cavité rectangulaire, inclinée. Ils ont montré qu'il est possible de varier le taux de transfert thermique en variant l'angle d'inclinaison ou en modifiant l'état initial du fluide à l'intérieur de la cavité. D'autres travaux se sont plutôt focalisés sur les cavités triangulaires et trapézoïdales. **Boussaid** et al. [4] ont étudié numériquement le problème de la convection naturelle dans une cavité trapézoïdale chauffée en bas et refroidie par la paroi inclinée. Ils ont montré que la structure de l'écoulement dépend de l'angle d'inclinaison de la paroi supérieure. **Poulikakos et Bejan** [5] ont étudié expérimentalement le problème de la convection naturelle dans une cavité triangulaire. Ils ont obtenu une corrélation entre le nombre de Nusselt et le nombre de Rayleigh. Ils ont constaté que les grands nombres de Rayleigh donnent une meilleure approximation du nombre de Nusselt. **Omri** et al. [6] ont étudié le problème de convection naturelle dans une cavité triangulaire dont les parois inclinées sont maintenues isothermes et la base est soumise à un flux de chaleur continu. Cette étude a prouvé que la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur sont sensiblement affectés par la forme de la cavité et le nombre de Rayleigh. Ils ont déterminé un angle d'inclinaison optimal pour lequel le nombre de Nusselt est minimal et la température est maximale au centre de la base. Toutefois la géométrie prismatique n'a pas été évoquée par les chercheurs malgré qu'elle puisse représenter plusieurs applications telles que les serres, les unités de dessalement et les bâtiments. Dans ce contexte, nous présentons, une étude de la convection naturelle dans une enceinte prismatique en utilisant la méthode des volumes de contrôle à base d'éléments finis.

2. FORMULATION MATHEMATIQUE

La figure 1 représente le système physique étudié. Il s'agit d'une enceinte fermée dont la section est prismatique formée par la juxtaposition d'une partie triangulaire et d'une partie rectangulaire. La base est soumise à un flux de chaleur constant q alors que les parois inclinées sont maintenues à une température T_F et les parois verticales sont parfaitement isolées.

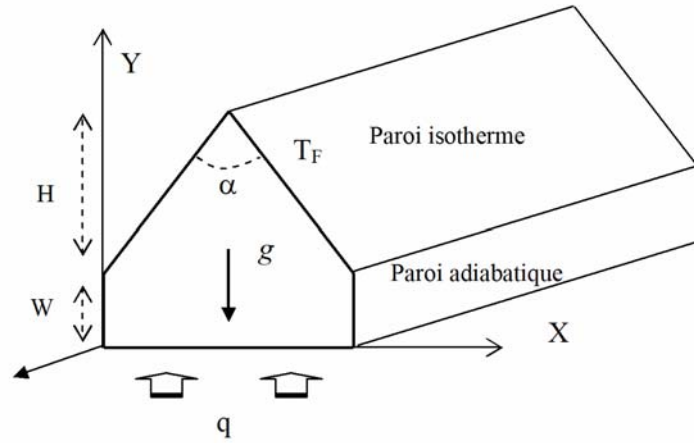


Figure 1. Cavité prismatique isocèle

Les propriétés physiques du fluide sont constantes hormis sa masse volumique qui obéit à l'approximation de Boussinesq. Pour un système de coordonnées cartésiennes et en écoulement incompressible bidimensionnel, les équations adimensionnelles de continuité, de quantité de mouvement et de l'énergie se présentent, en régime stationnaire, sous les formes suivantes :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \left[\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right] \quad (2)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \left[\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right] + \frac{Ra}{Pr} \theta \quad (3)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Pr} \left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right] \quad (4)$$

3. RESULTATS ET DISCUSSION

3.1. Effet du nombre de Rayleigh

Pour étudier l'effet du nombre de Rayleigh sur la structure de l'écoulement nous représentons les lignes de courant pour $10^3 \leq Ra \leq 10^6$, $A_w=0,75$ et pour un angle au sommet du toit $\alpha = 60^\circ$ (figure 2). Pour $Ra=10^3$, on remarque que les lignes de courant forment deux cellules symétriques dont les centres sont

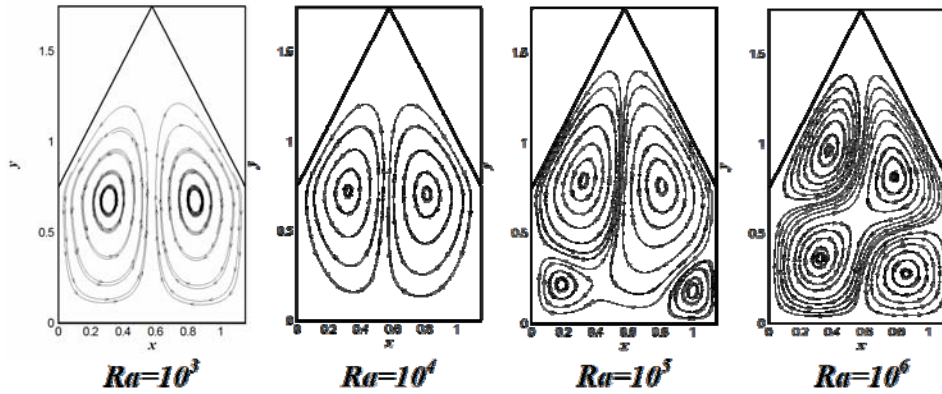


Figure 2. Les lignes de courant pour $A_w=0.75$, $\alpha = 60^\circ$ et différentes valeurs du nombre de Rayleigh

situés à égale distance du plan médian. L'écoulement se fait en deux tourbillons tournant dans des sens opposés. Le fluide ascendant dans la partie centrale est dévié vers le bas en longeant les deux parois froides. Le reste du fluide reste au repos au voisinage des sommets. En augmentant Ra , on remarque que la zone occupée par chaque tourbillon devient plus grande et tend à envahir la moitié de la cavité. Les lignes de courant se resserrent en se rapprochant des parois froides. En effet, les forces de poussées thermiques devenant plus intenses poussent le fluide vers le sommet supérieur de la cavité. Le fluide froid descend vers les régions inférieures où il reste piégé dans deux zones de recirculation dont la taille augmente avec le nombre de Rayleigh. A partir de $Ra=10^5$ il y a eu génération de deux nouvelles cellules qui augmentent en taille au fur et à mesure qu'on augmente la valeur du nombre de Rayleigh ($Ra=10^6$). Ainsi, l'écoulement devient multicellulaire et perd sa symétrie.

3.2. Effet du rapport de forme

Pour étudier l'effet du rapport de forme sur la structure de l'écoulement nous représentons les lignes de courant pour trois différentes valeurs de ce paramètre : $A_w=0.5$, $A_w=0.75$ et $A_w=1$ (figure 3). On remarque que l'écoulement change de structure au fur et à mesure qu'on augmente la valeur de A_w . En effet, pour $A_w=0.5$ l'écoulement présente deux cellules, une cellule principale qui occupe la majorité de surface de la cavité et une cellule secondaire qui occupe son coin inférieur droit. En augmentant A_w ces deux cellules tendent à occuper la partie supérieure ce qui donne naissance à deux nouvelles cellules ($A_w=0.75$) au niveau des coins

inférieurs. Par contre pour un facteur de forme $A_w=1$, on remarque que l'une des cellules tend à envahir la partie centrale de la cavité alors que la deuxième est déplacée au voisinage du sommet supérieur pour remplacer la zone qui était stagnante. En plus on note la génération d'une troisième cellule qui apparaît sur le coin inférieur gauche de la cavité et l'écoulement présente une bifurcation et perd sa symétrie.

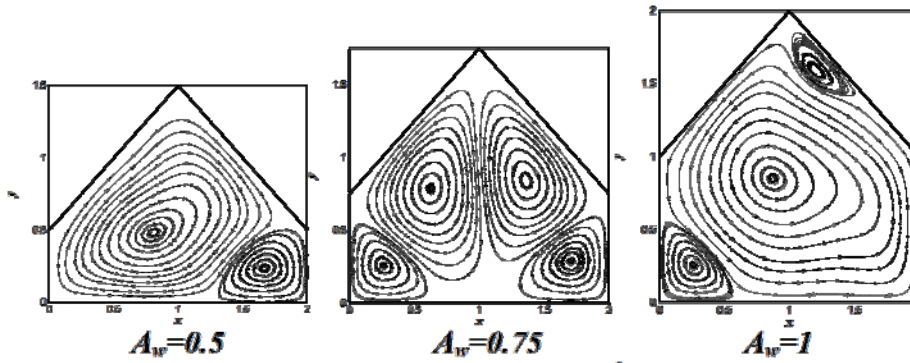


Figure 3. Les lignes de courant pour $Ra=10^6$, $\alpha = 45^\circ$ et différentes valeurs du rapport de forme

3. 3. Effet de l'angle au sommet

La figure 4 représente les lignes de courant pour trois différentes valeurs de l'angle au sommet : $\alpha = 45^\circ$, $\alpha = 60^\circ$ et $\alpha = 90^\circ$. L'effet de ce paramètre sur la structure de l'écoulement est plus accentué pour les valeurs élevées du nombre de Rayleigh ($Ra=10^6$).

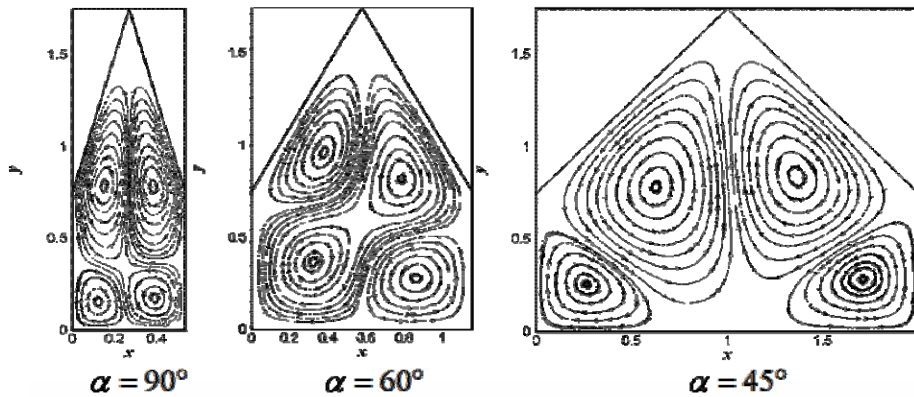


Figure 4. Les lignes de courant pour $Ra=10^6$, $A_w=0.75$ et différentes valeurs de l'angle au sommet

On remarque qu'au fur et à mesure qu'on diminue la valeur de α , ce qui revient à augmenter la surface de la cavité, les cellules de la partie inférieures sont poussées vers les parois adiabatiques verticales et tendent à occuper les coins inférieurs.

4. CONCLUSION

Au cours de ce travail nous avons étudié le phénomène de la convection naturelle dans une cavité prismatique isocèle fermée dont la base est soumise à un flux de chaleur constant et le toit, désigné par les deux parois inclinées, est refroidi. Les parois verticales sont thermiquement isolées. L'étude porte sur l'effet du nombre de Rayleigh, du rapport de forme et de l'angle au sommet de l'enceinte sur la structure de l'écoulement. Il s'est avéré que pour les faibles valeurs du nombre de Rayleigh, quelque soit la valeur du rapport de forme ou bien de l'angle au sommet, l'écoulement présente deux cellules symétriques alors que pour les valeurs élevées de ce paramètre l'écoulement présente une multiplicité de cellules. En outre, on note l'apparition d'une bifurcation et l'écoulement perd sa symétrie.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] G. de VAHL DAVIS, Natural convection of air in a square cavity: A Bench Mark Numerical Solution, *Int. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 3, pp. 249-264, 1983.
- [2] E.K. Lakhal, M. Hasnaoui et P. Vasseur, Numerical study of transient natural convection in a cavity heated periodically with different types of excitations, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 42, pp. 3927-3941, 1999.
- [3] H. Wang et M.S. Hamed, Flow mode-transition of natural convection in inclined rectangular enclosures subjected to bidirectional temperature gradients, *International Journal of Thermal Sciences*, article in press.
- [4] M. Boussaid, A. Mezenner, M. Bouhadeh, Convection naturelle de chaleur et de masse dans une cavité trapézoïdale, *Int. J. Therm. Sci.*, Vol.38, pp. 363-371, 1999.
- [5] D. POULIKAKOS et A. BEJAN, Natural Convection Experiments in a Triangular Enclosure. *Transactions of the ASME, Journal of Heat Transfer*, Vol. 105, pp. 652-655, Aug.1983.
- [6] A. Omri, J. Orfi et S. Ben Nasrallah, Natural convection effects in solar stills, *Desalination*, Vol. 183, pp. 173-178, 2005.