

EFFET D'UN CHAMP MAGNETIQUE SUR LES ECOULEMENTS CONVECTIFS DES METAUX LIQUIDES ENTRE CYLINDRES COAXIAUX ET VERTICAUX

H. Jemai¹, F. S. Oueslati¹, A. Amari¹, H. Sammouda² et A. Belghith¹,

¹LETTM, Département de physique, F.S.T, Tunisie.

²ESST-H. Sousse

hanene_jamai@yahoo.fr

RESUME

Nous nous sommes intéressés dans ce travail, à l'étude de l'effet d'un champ magnétique extérieur sur les écoulements convectifs des fluides métaux liquides, conducteurs du courant électrique, dans un espace annulaire différentiellement chauffé. Les résultats numériques ont été discutés en fonction des paramètres de contrôles et ce en absence et en présence du champ magnétique.

Mots clés : Convection naturelle, magnéto-convection, métaux liquides.

NOMENCLATURE

$A = \frac{H}{L}$ Rapport de forme

\vec{B} : Vecteur champ magnétique (tesla)

\vec{g} : Vecteur accélération de la pesanteur

(m/s²)

H : hauteur de la cavité cylindrique (m)

\vec{j} Vecteur densité de courant électrique

adimensionnel

k : R_2/R_1

P : Pression motrice adimensionnelle

t : temps adimensionnel

$L=R_2-R_1$: Différence de deux rayons (m)

T : Température adimensionnelle

r,z : Coordonnées adimensionnelles

u,w : Vitesses adimensionnelles suivant les directions r, z

Lettres grecques

α : Diffusivité thermique (m²/s)

β : Coefficient de dilatation volumique (1/k)

ρ : Masse volumique (kg/m³)

μ : Viscosité dynamique (kg/m.s)

σ Conductivité électrique (S/m)

Φ Fonction potentielle électrique

1. INTRODUCTION

Les écoulements convectifs des fluides conducteurs de courant électrique, tels que les métaux liquides, en présence d'un champ magnétique (magnéto-convection) ont fait l'objet d'un grand nombre de travaux de recherches. L'intérêt de ces écoulements réside dans leur présence dans de nombreux phénomènes naturels et appliqués. De même l'industrie métallurgique, le refroidissement des réacteurs en industrie nucléaire, la croissance cristalline pour l'industrie des semi-conducteurs, posent plusieurs questions à développer pour le contrôle de la stabilité de ces écoulements. Ce pendant, l'apparition de la convection pendant la croissance cristalline peut mener à des inhomogénéités qui conduisent à des striations et à des défauts qui affectent la qualité des cristaux obtenus. Dans ces cas, l'application d'un champ magnétique à la convection thermique paraît de grande importance pour le contrôle de la stabilité de ces écoulements et des transferts thermiques en résultant.

Notre étude concerne l'écoulement convectif, d'un fluide métal liquide dans une cavité annulaire verticale formée par deux cylindres coaxiaux finis, différentiellement chauffés et des parois horizontales adiabatiques en présence d'un champ magnétique constant. Alors, le fluide est soumis simultanément à la force de gravité ainsi qu'à celle de Laplace causée par le champ magnétique extérieur. Les équations régissant l'écoulement sont écrites en variables primitives, vitesse-pression, sous l'hypothèse d'axisymétrie.

La méthode des éléments finis est utilisée pour la discrétisation spatiale des équations à travers le code COMSOL. Enfin, les paramètres intervenants tels que le nombre de Rayleigh rendant compte

des effets thermiques et le nombre de Hartmann rendant compte des effets magnétiques, sont variés de façon à passer de la dominance de l'un à l'autre.

2. POSITIONNEMENT DU PROBLEME

La géométrie du système et le problème physique sont montrés dans fig. 1.

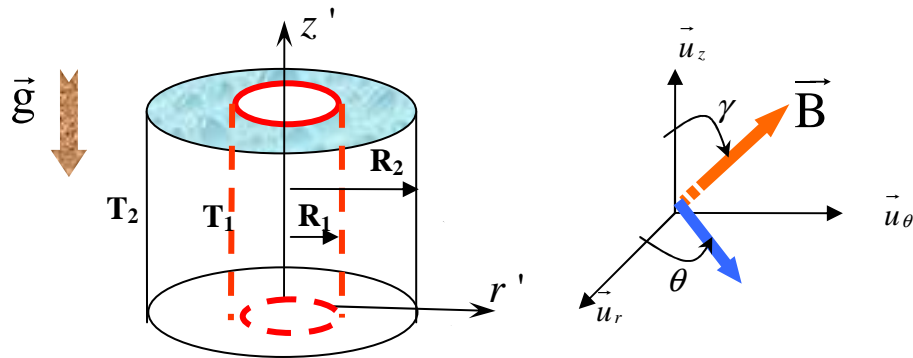


Figure 1. Configuration géométrique étudiée

L'approximation de Boussinesq est adoptée: la densité varie linéairement avec la température, comme:

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta_T (T - T_0)] \quad (1)$$

Les équations adimensionnelles qui décrivent le problème, sont respectivement équations de, continuité, conservation de la quantité de mouvement, la loi d'Ohm et l'équation de conservation d'énergie:

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

$$\left\{ \frac{\partial u}{\partial t} + \left(u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{v^2}{r} \right) \right\} = -\frac{\partial P}{\partial r} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{u}{r^2} \right) + \text{Pr} \cdot \text{Ha}^2 (\vec{j} \wedge \vec{e}_B) \cdot \vec{u}_r \quad (3)$$

$$\left\{ \frac{\partial w}{\partial t} + \left(u \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right\} = -\frac{\partial P}{\partial z} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + (\text{Pr} Ra) T + \text{Pr} \cdot \text{Ha}^2 (\vec{j} \wedge \vec{e}_B) \cdot \vec{u}_z \quad (4)$$

$$\vec{j} = (-\vec{\nabla} \phi + \vec{V} \wedge \vec{e}_B) \quad (5)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \left(u \frac{\partial T}{\partial r} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (6)$$

avec \vec{e}_B est le vecteur unitaire suivant la direction du champ \vec{B}

$Ra = g \beta \Delta T l^3 / \nu \alpha$, $Ha = l \cdot B \cdot \sqrt{\sigma / \mu}$, et $\text{Pr} = \nu / \alpha$ sont les nombres de Rayleigh, de Hartmann et de Prandtl, qui sont les nombres adimensionnels régissant le problème.

Les conditions aux limites adoptées pour la résolution du problème sont :

Condition hydrodynamique : non glissement $u=w=0$

Condition thermique : $\{r=R_1: T=T_1, r=R_2: T=T_2, z=0,1 \quad \partial T / \partial z=0\}$

Conditions électriques : les parois sont considérés électriquement isolantes $\vec{j} \cdot \vec{n} = 0$

La solution est apportée par l'emploi du Code COMSOL qui utilise la méthode des éléments finis. Les critères de convergence doivent conserver la masse et l'énergie globalement et localement. Afin d'assurer que les résultats soient indépendants, différentes mailles sont examinées. Des maillages non uniformes très fins près des frontières sont adoptés. On assume que la solution est convergée quand l'erreur est moins de 10^{-6} .

3. RESULTATS ET DISCUSSIONS

Les résultats obtenus sont présentés sous forme de profils, de champs dynamique et thermique illustrant les régimes du mouvement du fluide ainsi que le transfert thermique à l'intérieur de l'enceinte annulaire. Les paramètres de contrôle incluent le nombre de Rayleigh ($10^2 \leq Ra \leq 10^6$), le nombre de Hartmann ($0 \leq Ha \leq 100$). En ce qui concerne les rapports de forme A et des rayons k sont fixés respectivement à 1 et 2.

3.1 Effet du champ magnétique axial

Dans cette partie, le champ magnétique est supposé suivant la direction des z ($\vec{e}_B = \vec{u}_z$) en négligeant le terme électrique dans la force de Laplace. Nous présentons sur la Figure 2, les lignes de courant, les isothermes et les champs de vitesses pour $Ra = 10^4$ et $A = 1$ et pour différentes valeurs du nombre de Ha. En absence du champ magnétique ($Ha = 0$, Fig.2(a)), l'écoulement est convectif montrant une simple circulation montant le long de la paroi chaude et descendant le long de celle froide. On note qu'à mesure que l'intensité du champ magnétique s'accroît ($Ha = 40$), les lignes de courant centrales sont prolongées horizontalement et la stratification verticale de la température dans le cœur de la cavité diminue (Fig. 2(b)). Pour des valeurs élevées de Ha (Fig.2(c)) les isothermes sont quasi parallèles et verticaux donc on atteint le régime convectif.

Les figures 3(a et b) relatives aux profils des vitesses verticale et horizontale dans les plans médians respectivement horizontal et vertical illustrent bien ce constat. En effet les valeurs maximales de chacune des composantes de la vitesse diminuent considérablement en augmentant la valeur de Ha.

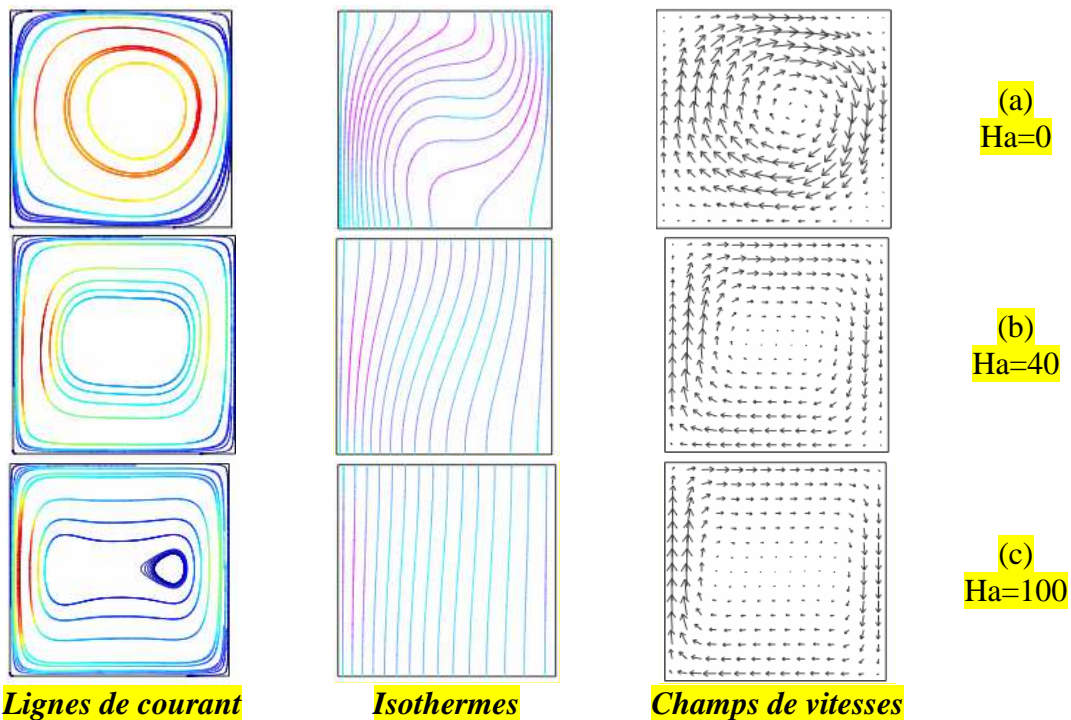


Figure 2 : Champs dynamiques, thermiques et de vitesses pour différentes valeurs de Hartmann, $A = 1$, $k=2$, $Ra = 10^4$ et $\theta = \pi/2$.

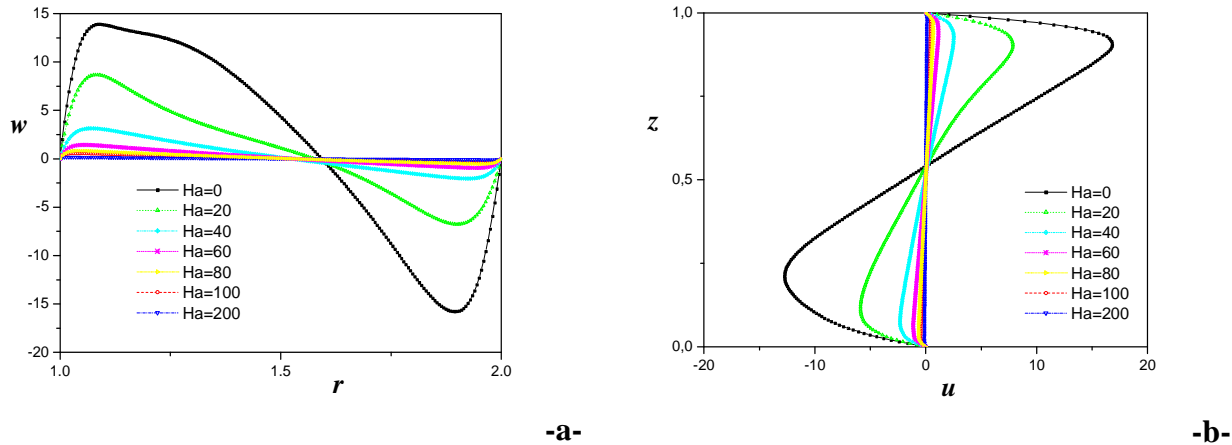


Figure 3: Profils de vitesses verticales (a) et (b) horizontales respectivement dans les plans médians horizontal et vertical, $A = 1$, $k=2$, $Ra = 10^4$ et $\theta = \pi/2$.

3.2 Effet du champ magnétique orthoradial

Dans cette partie, on tient compte du terme électrique dans la force de Laplace et on s'intéresse à l'effet d'un champ magnétique orthoradial ($\vec{e}_b = \vec{u}_\theta$) sur la distribution de la température et le champ dynamique pour $Ra = 10^4$, $A = 1$ et $k=2$. On constate, à partir des figures 5(a) et (b) relatives aux vitesses verticales et horizontales que l'intensité de l'écoulement n'est presque pas affectée et ce même pour les valeurs élevées de Ha . En effet, lorsque le champ magnétique est perpendiculaire au plan du mouvement il engendre, outre la force magnétique qui s'oppose au mouvement du fluide, une force causée par le champ électrique, qui dérive du potentiel électrique Φ résultant du mouvement du fluide conducteur. Cette force vient s'opposer, par son effet, à la force magnétique. Les figures 5(a et b) révèlent l'apparition du gradient de potentiel électrique et par conséquent le vecteur densité de courant qui en découle. En effet, les forces qui en résultent, l'une d'origine hydromagnétique et l'autre d'origine électromagnétique, appartiennent au plan du mouvement vont s'opposer l'une à l'autre minimisant la force magnétique globale (force de Laplace) et de fait il n'y a d'origine thermique devient dominante. On note que nos résultats sont en accord avec la littérature et on confirme dans ce sens le fait de négliger l'effet d'un champ magnétique perpendiculaire au plan du mouvement puisque l'impact est quasi-absent sauf pour des valeurs très élevées de Ha où l'intensité de l'écoulement peut être affectée.

La figure 6(a) révèle que le transfert thermique n'est presque pas affecté que seulement pour les valeurs très élevées de Ha . Ce résultat est bien illustré par les profils de températures (Fig. 6 (b)) qui illustre bien que les gradients thermiques sont presque les mêmes pour les différentes valeurs de Ha .

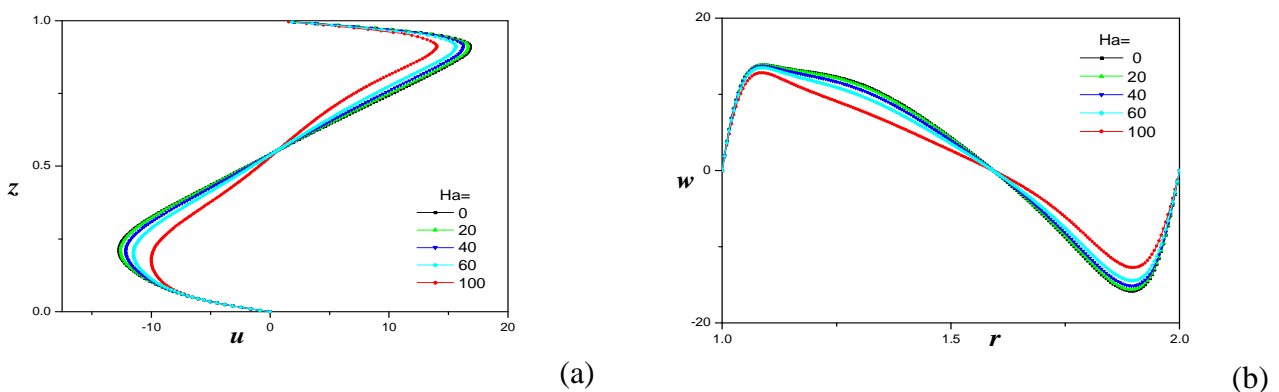


Figure 4 : Profils de vitesses, (a) verticaux, (b) horizontaux respectivement dans les plans médians horizontal et vertical pour différentes valeurs de Ha , $A=1$, et $k=2$.

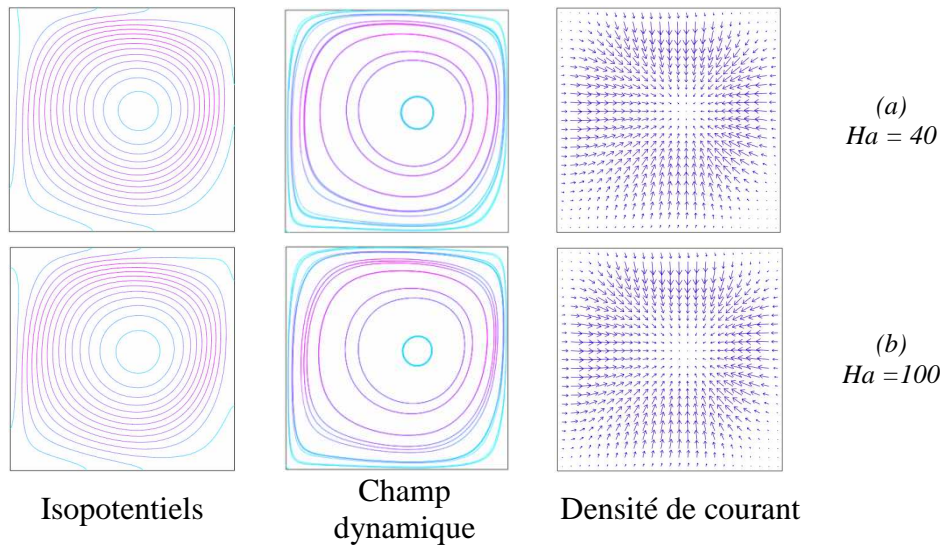
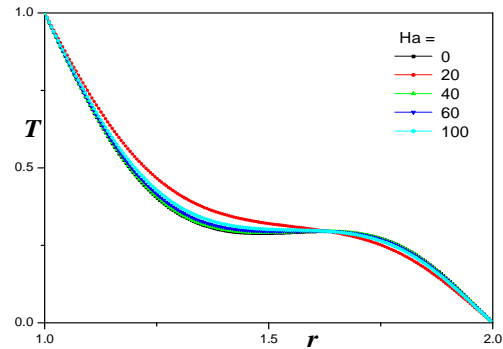
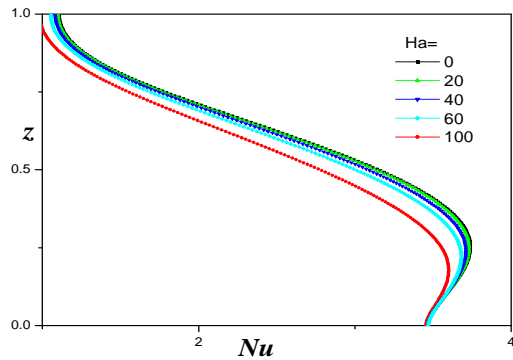


Figure 5 : Isolignes des équipotentiels, vecteurs densité de courant champ dynamique pour différentes valeurs du nombre de Hartmann, $A = 1$, $k=1$ et $Ra = 10^4$.



(a)

(b)

Figure 6 : Profils, (a) de transfert de chaleur le long de la paroi chaude, (b) de température, pour différentes valeurs de, Ha , $A=1$, et $k=2$.

3.4 Transfert de chaleur

La variation de la valeur du nombre de Nusselt moyen en fonction de Ra , pour différentes valeurs de Ha , est montrée par la Figure 7. Cette figure révèle que pour un nombre de Hartmann donné le taux global de transfert thermique augmente à mesure que Ra augmente. Toutefois, pour les valeurs élevées de Ha le transfert demeure très faible même pour des valeurs assez élevées de Ra , ce qui est dû au freinage du mouvement du fluide par les forces magnétique.

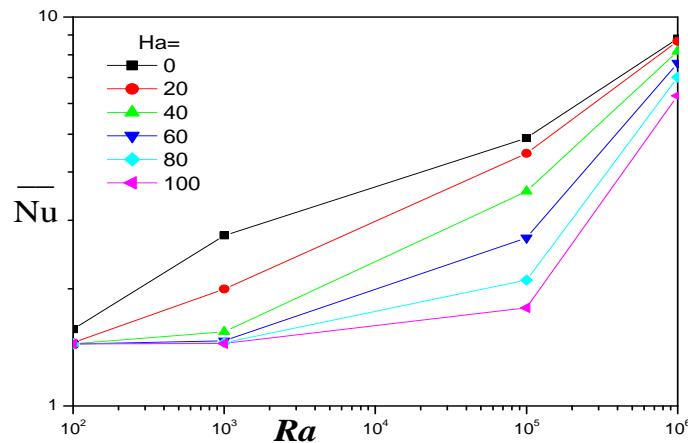


Figure 7: Transfert de chaleur local moyen le long de la paroi gauche vs. Ha en fonction de Ra

4. CONCLUSION

Les résultats de cette étude montrent que si le champ magnétique imposé est axial affecte l'intensité de l'écoulement ainsi que le transfert thermique. En effet, en absence de champ magnétique et pour des valeurs modérées du nombre de Rayleigh, le régime de l'écoulement est pleinement convectif avec développement de couches limites et une stratification thermique verticale. En imposant un champ magnétique extérieur, les forces d'origine magnétique s'opposent à celles thermiques. Ainsi le régime de l'écoulement pour les mêmes valeurs du nombre de Rayleigh redevient conductif. On constate, de même, une diminution considérable du taux de transfert thermique dans la cavité.

Par contre si le champ magnétique imposé est perpendiculaire au plan du mouvement, il y'aura apparition de forces électromagnétiques qui s'oppose à celles hydrodynamiques de sorte que le mouvement convectif ainsi que le transfert thermique ne sont presque pas affectés que pour des valeurs très élevées de Ha.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. Kaneda M., Tagawa T., Ozoe H. (2006). Natural convection of liquid metal under a uniform magnetic field with an electric current supplied from outside, *Exp. Thermal Fluid Sc.*, 30, 243-252.
2. Bednarz T., Fornalik E., Tagawa T., Ozoe H., Szmyd J. S. (2005). Experimental and numerical analyses of magnetic convection of paramagnetic fluid in a cube heated and cooled from opposing verticals walls, *Int. J. Thermal Sc.*, 44, 933-943.
3. Krakov M.S., Nikiforov I.V., Reks A.G. (2005). Influence of the uniform magnetic field on natural convection in cubic enclosure: experiment and numerical simulation, *J. Magn.. Mater.*, 289, 272-274.
4. Ece M.C., (2005). Free convection flow about a cone under mixed thermal boundary conditions and a magnetic field, *Applied Mathematical Modelling*, 29, 1121-1134
5. Ryskin A., Pleiner H. (2004). Influence of a magnetic field on the Soret-effect-dominated thermal convection in ferrofluids, *Physical Review E*, 69, 046301.
6. Krakov M.S., Nikiforov I.V. (2002). To the influence of uniform magnetic field on thermomagnetic convection in square cavity, *J. Magn. Magn. Mater.*, 252, 209-211.
7. Ivan Di Piazza I., Michele Ciofalo "MHD free convection in a liquid-metal filled cubic enclosure. I. Differential heating" *International Journal of Heat and Mass Transfer* 45 (2002) 1477-1492.