

MODELISATION DE LA TURBULENCE DANS UN SYSTEME DE TAYLOR-COUETTE DIFFERENTIELLEMENT CHAUFFE AVEC FLUX AXIAL

S. Haddadi, S. Poncet*, S. Viazzo

Laboratoire M2P2, UMR 6181 CNRS - Universités d'Aix-Marseille
Technopôle Château-Gombert, 38 rue F. Joliot-Curie, 13451 Marseille – France
haddadi@l3m.univ-mrs.fr, poncet@l3m.univ-mrs.fr, viazzo@l3m.univ-mrs.fr

RESUME

On considère les écoulements turbulents de Taylor-Couette soumis à un flux axial et à des gradients thermiques. L'approche numérique est basée sur le modèle RSM d'Elena et Schiestel [1] déjà validé dans le cas de cavités rotor-stator avec flux et gradients thermiques [2]. Il est appliqué ici pour une large gamme de nombres de Reynolds (jusqu'à 9.236×10^5) et de Prandtl ($0.01 \leq Pr \leq 12$) et de coefficient de débit ($0 \leq C_w \leq 30000$) dans une cavité fortement allongée (rapport d'aspect $L=0.013$) et des écarts de température allant jusqu'à 84 K. Des corrélations pour les coefficients de transferts le long des cylindres sont dégagées en fonction des paramètres de contrôle.

1. INTRODUCTION

Les écoulements turbulents de Taylor-Couette trouvent des applications en génie des procédés pour la filtration membranaire, en géophysique pour la convection dans le manteau terrestre et surtout dans le domaine des turbomachines. Jusqu'à ce jour, peu d'études ont été consacrées au régime turbulent dans les systèmes de Taylor Couette à cause de la difficulté de faire des mesures dans des entrefers de l'ordre du millimètre.

L'effet d'un flux axial sur l'écoulement de Taylor-Couette, où seul le cylindre intérieur est en rotation, a été étudié expérimentalement par Kaye et Elgar [3] dans le cas isotherme. Leurs résultats montrent l'existence de quatre modes d'écoulements de base selon le nombre de Reynolds basé sur la vitesse débitante et l'entrefers et selon le nombre de Taylor: écoulements laminaire ou turbulent, chacun pouvant inclure ou non des tourbillons de Taylor. Becker et Kaye [4] ont poursuivi cette étude par des mesures de température pour une large gamme de vitesse de rotation et de débit. Ils ont étudié les transferts de chaleur dans l'espace annulaire entre un cylindre intérieur tournant chauffé et un cylindre extérieur fixe refroidi. Par rapport au cas isotherme, ils n'ont pas mis en évidence l'existence de vortex de Taylor en régime pleinement turbulent.

La seule étude, à notre connaissance, proche du présent travail, est celle de Kuosa et al. [5], qui ont étudié le problème du refroidissement des machines électriques à fortes vitesses de rotation, où seul le cylindre intérieur est mis en rotation. Ils ont comparé les résultats issus de trois modèles de turbulence: un modèle algébrique, un modèle de type $k-\varepsilon$ à faible nombre de Reynolds et un modèle $k-\omega$ SST. Les champs hydrodynamique et thermique sont déterminés pour une large gamme de paramètres. Ces trois modèles sous-estiment les coefficients de transfert de chaleur le long de chaque cylindre. De plus, la turbulence obtenue est isotrope et le coefficient d'entraînement du fluide est loin de la valeur théorique pour un écoulement pleinement développé. Les auteurs attribuent ces différences aux maillages et aux modèles de turbulence choisis.

2. APPROCHE NUMERIQUE

2.1 Modèle géométrique et paramètres de contrôle

La figure 1 présente la configuration de Taylor-Couette, correspondant à deux cylindres lisses, l'un en rotation et l'autre fixe, séparés par un entrefer d'étendue radiale $\Delta R=R_o-R_i$, où R_i et R_o sont

respectivement les rayons des cylindres intérieur et extérieur. La hauteur du dispositif est notée h . Le taux de rotation du cylindre intérieur Ω et le débit volumique Q imposé en entrée sont variables. Les températures des cylindres intérieur et extérieur sont notées T_i et T_o respectivement. Le fluide entrant dans la cavité est à la température T_a .

La géométrie de la cavité est définie à partir de son rapport d'aspect $L=(R_o-R_i)/h=0.013$ et du rapport des rayons $R_i/R_o=0.961$. L'écoulement est gouverné par le nombre de Reynolds de rotation $Re_i=\Omega R_i^2/\nu$ basé sur le rayon du cylindre intérieur et un coefficient de débit volumique $C_w=Q/(\nu R_o)$ qui peuvent varier respectivement jusqu'à 9.236×10^5 et 30000. A partir des gradients de température entre les cylindres et le fluide entrant, on définit deux facteurs de chauffe $\kappa_i=(T_i-T_a)/T_a=0.117$ et $\kappa_o=(T_o-T_a)/T_a=0.245$. Les transferts de chaleur dépendent également du nombre de Prandtl $Pr=\nu/\sigma$, compris entre 0.01 et 12, avec ν la viscosité cinématique de l'air à T_a et σ sa diffusivité thermique.

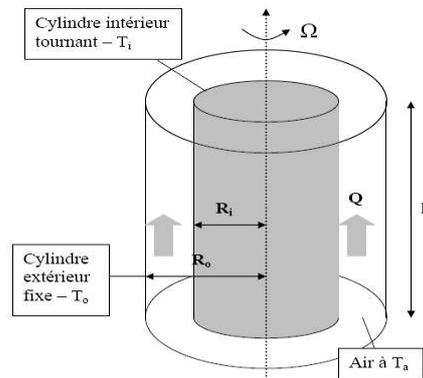


Figure 1. Schéma de la cavité inter-cylindre

2.2 Le modèle RSM d'Elena et Schiestel [1]

Notre approche est basée sur une modélisation statistique en un point utilisant une fermeture du second ordre à faible nombre de Reynolds sensible aux effets de la rotation [1]. L'équation générale pour le tenseur de Reynolds R_{ij} peut s'écrire:

$$dR_{ij} / dt = P_{ij} + D_{ij} + \Phi_{ij} - \epsilon_{ij} + T_{ij} \quad (1)$$

où P_{ij} , D_{ij} , Φ_{ij} , ϵ_{ij} et T_{ij} représentent respectivement les termes de production, diffusion, corrélation pression-déformation, dissipation et des termes supplémentaires liés aux effets implicites de la rotation sur la turbulence. D'après [2], les champs hydrodynamique et thermique peuvent être dissociés même pour de forts écarts de température. On résout ainsi indépendamment l'équation suivante:

$$\partial T / \partial t + V_i T_{,j} = \sigma T_{,jj} + [c_t k / \epsilon R_{ij} T_{,j}]_{,j} \quad (2)$$

avec $c_t=c_\mu/Pr_t=0.1$, $c_\mu=0.09$ et $Pr_t=0.9$ est le nombre de Prandtl turbulent.

2.3 Méthode numérique

La procédure numérique est basée sur la méthode des volumes finis avec un maillage semi-décalé pour les vitesses moyennes avec hypothèse d'axisymétrie et un maillage non décalé pour les tensions de Reynolds. Le code est stationnaire. Le couplage vitesse-pression est résolu à l'aide de l'algorithme SIMPLER. Pour surmonter les problèmes de stabilité et conserver les couplages, les équations (1) sont résolues par bloc.

Aux parois, toutes les variables sont fixées à 0 sauf la vitesse tangentielle V_θ , qui vaut ΩR_i sur le cylindre intérieur et 0 sur le cylindre extérieur. En entrée de la cavité, V_θ varie linéairement de 0 à ΩR_i et on impose un profil parabolique laminaire pour la vitesse axiale V_z . En sortie, on fixe la pression et un faible niveau de turbulence. Les champs de vitesse et de température sont initialisés avec un champ correspondant à un fluide au repos à la température T_a . Un maillage 180×400 dans le plan (r,z) est suffisant pour obtenir des solutions indépendantes du maillage. La convergence est obtenue après 30000 itérations sur le cluster IBM-XEON QUADX 3550 du laboratoire.

2.4 Validation du modèle RSM

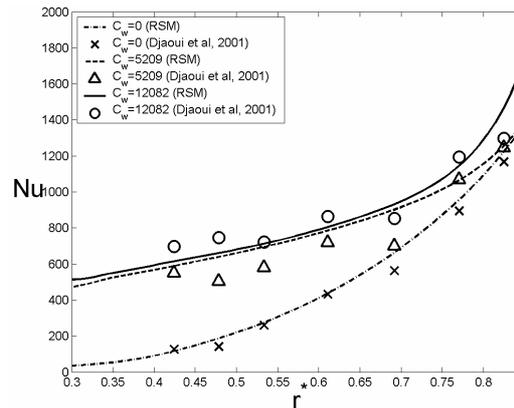


Figure 2. Distributions radiales du nombre de Nusselt local le long du stator dans une cavité rotor-stator ($L=9.5$, $R_i/R_o=0.24$) pour $Re=1.44 \times 10^6$, $Pr=0.7$ et $\kappa=0.118$. Comparaisons entre le modèle RSM et les données expérimentales de Djaoui et al. [6].

Le modèle RSM a déjà été validé dans plusieurs configurations rotor-stator avec flux axial et transferts de chaleur [2]. En l'absence de résultats expérimentaux et de simulations 3D dans la présente configuration, les prédictions du modèle RSM ont été comparées aux données expérimentales de Djaoui et al. [6] en cavité rotor-stator inter-disque avec flux et transferts de chaleur. La figure 2 montre les distributions du nombre de Nusselt local le long du stator. Un très bon accord a été obtenu sur le nombre de Nusselt local qui est une quantité généralement sensible pour les modèles de turbulence.

3. RESULTATS ET DISCUSSION

La figure 3 présente des profils radiaux ($r^*=(r-R_i)/\Delta R$) de certaines quantités moyennes et turbulentes et de température obtenus pour $Re_i=2.52 \times 10^5$, $C_w=14858$ et $Pr=0.7$ à différentes positions axiales $z^*=z/h$. Les distributions axiales du nombre de Nusselt local Nu_z basé sur z sont également présentées le long des deux cylindres.

L'écoulement moyen est hélicoïdal dû à l'effet combiné du flux axial et de la rotation. Il est à noter que la composante radiale de la vitesse moyenne est quasi nulle dans l'ensemble de la cavité. A partir des conditions limites imposées en entrée, les profils des vitesses moyennes s'établissent dès $z^* \approx 0.2$ soit une distance de 17 fois la valeur de l'entrefer. Les profils de V_z et V_θ sont alors caractéristiques d'un écoulement turbulent avec de très fines couches limites sur chaque cylindre séparées par une zone où la vitesse axiale est constante et la vitesse tangentielle varie linéairement. $V_\theta = 0.5 \Omega R_i$ au centre de l'entrefer, valeur proche de la valeur théorique de 0.48 [7], alors que Kuosa et al. [5] obtiennent 0.083 avec le modèle $k-\omega$. Il n'y a plus de dépendance selon z de V_z et V_θ pour $0.2 \leq z^* \leq 0.8$. Le profil de V_θ est caractéristique des écoulements rotor-stator cisailés dits de Couette de torsion et le profil de V_z d'un écoulement de type Poiseuille. A partir des profils de vitesse, on peut en déduire la valeur des épaisseurs des couches limites δ_{vi} et δ_{vo} sur les cylindres

intérieur et extérieur respectivement. Ces épaisseurs sont calculées en prenant la position radiale pour laquelle la vitesse axiale atteint 99 % de la vitesse axiale maximum au même z^* . Dans la région où l'écoulement est établi, ces épaisseurs sont quasi constantes et égales à: $\delta_{vi} / \Delta R = 0.03$ et $\delta_{ve} / \Delta R = 0.04$.

Les profils radiaux de l'énergie cinétique de la turbulence k^* (Fig.3) montrent que la turbulence est pleinement développée pour $0.2 \leq z^* \leq 0.8$ (pas de dépendance axiale) et concentrée dans le coeur de l'écoulement. Elle tend vers zéro près des cylindres, avec une intensité légèrement plus forte du côté du cylindre extérieur. Les tensions croisées sont globalement plus faibles que les tensions normales. $R_{r\theta}^*$ (non montrée) se comporte comme k^* . Par contre, la tension R_{rz}^* (et $R_{\theta z}^*$) indique un fort cisaillement le long des cylindres, avec un cisaillement plus fort le long du cylindre extérieur.

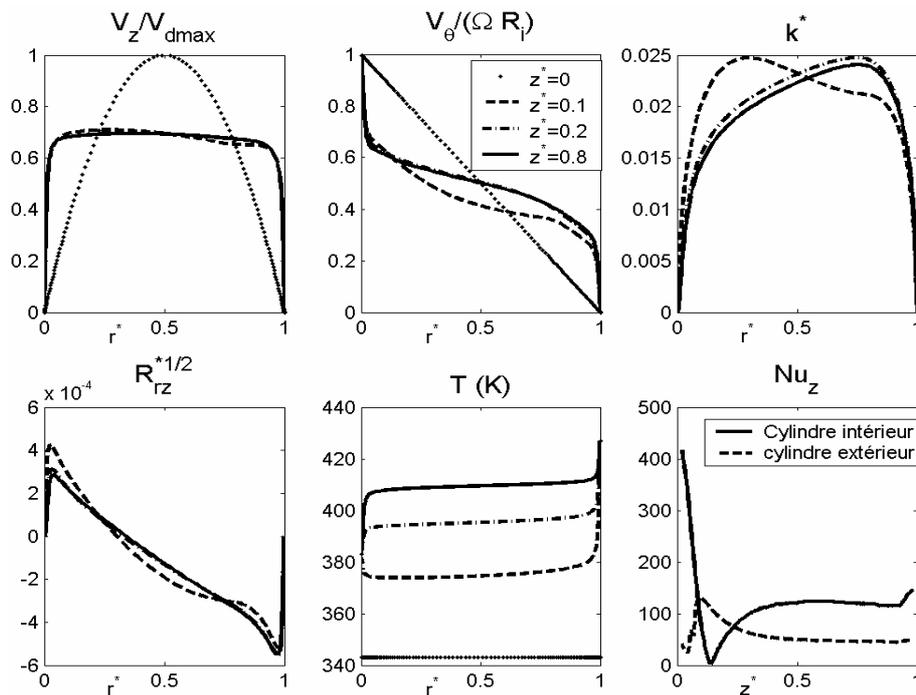


Figure 3. Profils radiaux pour $Re_i = 2.52 \times 10^5$, $C_w = 14858$, $Pr = 0.7$ des vitesses moyennes axiale V_z ($V_{dmax} = 46.69$ m/s la vitesse débitante maximum en $z^* = 0$) et tangentielle $V_\theta / (\Omega R_i)$, de l'énergie cinétique de la turbulence $k^* = k / (\Omega R_i)^2$, de la composante R_{rz}^* du tenseur de Reynolds normalisée par (ΩR_i) et de la température ; Distributions axiales du nombre de Nusselt local Nu_z sur chaque cylindre.

Comme pour le champ hydrodynamique, la température moyenne T ne dépend plus de la position axiale à partir de $z^* = 0.4$ (Fig.3). Les profils se divisent en trois parties: deux couches limites thermiques séparées par une zone où la température est quasi constante. Pour $z^* \geq 0.4$, la température dans le coeur de l'écoulement tend vers 407.5 K, température supérieure à $(T_i + T_o) / 2 = 405$ K. Ceci montre l'influence dominante du cylindre extérieur le plus chaud. A partir de ces profils, on calcule les épaisseurs des couches limites thermiques δ_{Ti} et δ_{To} sur les cylindres intérieur et extérieur respectivement. Ces quantités sont obtenues en prenant le point de l'écoulement en r^* (à un z^* donné) pour lequel la température de l'écoulement a atteint, à 1% près, la température « plateau ». On obtient: $\delta_{Ti} / \Delta R = 0.023$ et $\delta_{To} / \Delta R = 0.06$ pour $0.4 \leq z^* \leq 0.8$. Du côté du stator, on retrouve bien une couche limite thermique plus épaisse que la couche limite hydrodynamique, ce à quoi on pouvait s'attendre puisque $Pr = 0.7 < 1$.

Les distributions axiales des nombres de Nusselt locaux $Nu_{zi} = \Delta R / [R_i (T_i - T_a)] \partial T / \partial r|_i (z)$ et $Nu_{zo} = \Delta R / [R_o (T_o - T_a)] \partial T / \partial r|_o (z)$ sur les cylindres intérieur et extérieur respectivement sont présentées figure 3. On note une forte variation de Nu_{zi} et Nu_{zo} jusqu'à $z^* = 0.4$. Au-delà, la température moyenne ne dépendant quasiment plus de z^* , les nombres de Nusselt locaux sont quasi-constants. Sur le cylindre intérieur, Nu_{zi} devient quasiment nul pour $z^* = 0.15$ car le fluide frais en entrée atteint la température du cylindre intérieur à cette position axiale. Pour cette même valeur de z^* , Nu_{zo} passe par un maximum, ce qui est dû au fait qu'à cette position axiale, le fluide frais est éjecté vers ce cylindre par l'effet centrifuge et garde une température basse.

D'un point de vue industriel, il est intéressant de pouvoir dégager des lois de comportement permettant de déduire des paramètres de contrôle les coefficients d'échange de chaleur sur chaque cylindre. Ainsi, la figure 4 regroupe l'ensemble des résultats obtenus concernant les nombres de Nusselt moyens pour les deux cylindres. Ils sont généralement plus élevés sur le cylindre extérieur Nu_o (Eq.4) que sur le cylindre intérieur Nu_i (Eq.3), confirmant l'influence dominante du cylindre le plus chaud. Les nombres de Nusselt moyens peuvent être corrélés par les lois suivantes:

$$Nu_i = \frac{\Delta R}{R_i h} \frac{1}{T_i - T_a} \int_0^h \frac{\partial T}{\partial r} (R_i, z) dz = 0.0021 Re_i^{0.82} Pr^{0.3} (C_w + 1)^{0.09} \quad (3)$$

$$Nu_o = \frac{\Delta R}{R_o h} \frac{1}{T_o - T_a} \int_0^h \frac{\partial T}{\partial r} (R_o, z) dz = 0.0041 Re_i^{0.75} Pr^{0.8} (C_w + 1)^{0.08} \quad (4)$$

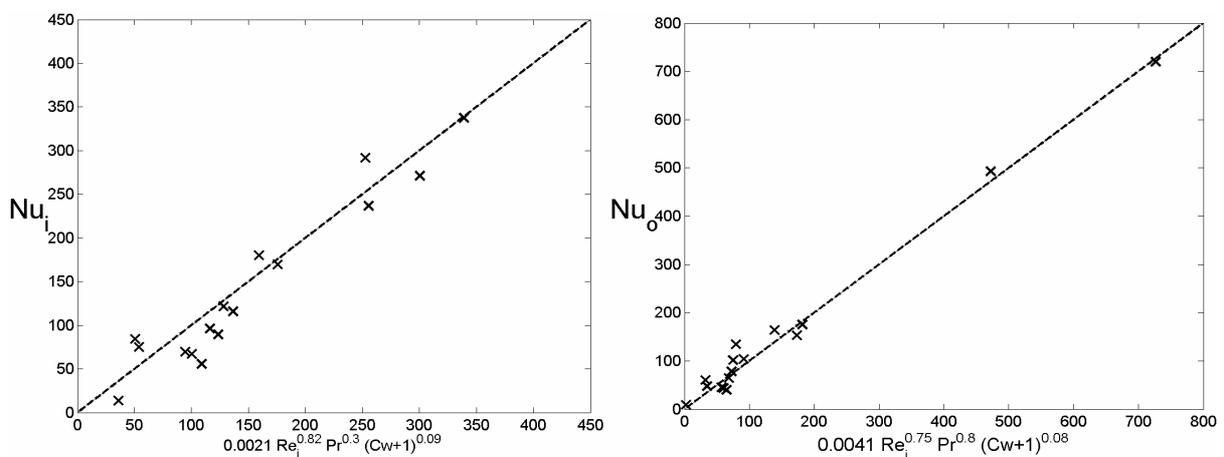


Figure 4. Corrélations pour les nombres de Nusselt moyens le long des cylindres.

Les comportements de Nu_i et Nu_o sont proches des résultats de Poncet et Schiestel [2] en cavité inter-disque avec flux ($Nu \sim Re^{0.8} Pr^{0.5} C_w^{0.11}$) et plus généralement, des résultats obtenus dans des écoulements turbulents en rotation. Le nombre de Nusselt moyen dépend du nombre de Reynolds à une puissance proche de 0.8 [2]. Les résultats de Kuosa et al. [5] dans une cavité inter-cylindre se corrélaient également suivant une loi où le nombre de Nusselt dépend de $Re_i^{0.8}$. Dans les systèmes de Taylor-Couette, on a généralement $Nu \sim Pr^{0.3}$ [8], ce qui est exactement obtenu ici du côté du rotor. Du côté du stator, l'exposant vaut 0.8, ce qui reste dans la gamme très étendue des valeurs trouvées par différents auteurs : de 0.4 [6] à 1 [9].

4. CONCLUSION

Le modèle RSM a été validé pour des écoulements inter-disques avec flux et transferts de chaleur et a ainsi montré sa capacité à prédire les champs hydrodynamique et thermique dans des écoulements complexes. Il a été ensuite utilisé pour un système de Taylor-Couette fortement allongé avec flux axial et transferts de chaleur. Les résultats montrent que l'écoulement et la turbulence dans cette configuration sont établis dès $z^*=0.2$. L'écoulement moyen est hélicoïdal avec un profil de type Poiseuille pour la vitesse axiale et un profil de type Couette de torsion pour la vitesse tangentielle. La turbulence est concentrée dans le coeur de l'écoulement et s'annule près des cylindres. Le champ de température est aussi établi dans la majeure partie de la cavité. La température au coeur de l'écoulement tend vers 407.5 K, ce qui montre l'influence dominante du cylindre extérieur. Des corrélations ont été dégagées pour les nombres de Nusselt moyens le long des deux cylindres en fonction des nombres de Reynolds et de Prandtl et du coefficient de débit pour une large gamme de ces paramètres. Les auteurs remercient Liebherr Aerospace Toulouse qui a financé S. Haddadi durant ce travail.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. L. Elena, R. Schiestel, 1996, Turbulence modeling of rotating confined flows. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 17:283-289.
2. S. Poncet, R. Schiestel, 2007, Numerical modelling of heat transfer and fluid flow in rotor-stator cavities with throughflow. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 50:1528-1544.
3. J. Kaye, E.C. Elgar, 1958, Modes of Adiabatic and Diabatic Fluid Flow in an Annulus With an Inner Rotating Cylinder. *Trans. ASME*, 80:753-765.
4. K.M. Becker, J. Kaye, 1962, Measurement of Diabatic Flow in an Annulus with an Inner Rotating Cylinder. *Trans. ASME, Journal of Heat Transfer*, 84:97-105.
5. M. Kuosa, P. Sallinen, J. Larjola, 2004, Numerical and experimental modelling of gas flow and heat transfer in the air gap of an electric machine. *J. Thermal Science*, 13 (3):264-278.
6. M. Djaoui, A. Dymont, R. Debuchy, 2001, Heat transfer in a rotor-stator system with a radial inflow. *Eur. J. Mech. B - Fluids*, 20:371-398.
7. J.W. Polkowski, 1984, Turbulent flow between coaxial cylinders with inner cylinder rotating. *Trans. ASME, Journal for Gas Turbines and Power*, 106(1):128-135.
8. H. Aoki, H. Nohira, H. Arai, 1967, Convective heat transfer in an annulus with an inner rotating cylinder. *Bulletin of JSME*, 10 (39):523-532.
9. D.A. Simmers, J.E.R. Coney, 1979, A Reynolds analogy solution for the heat transfer characteristics of combined Taylor vortex and axial flows. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 22:679-689.