

## ETUDE NUMERIQUE DE LA BIFURCATION DE LA SOLUTION EN CONVECTION MIXTE DEFAVORABLE

A. BOUHEZZA<sup>1\*</sup>, O. KHOLAI<sup>2</sup> et S. BOUDEBOUS<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Département des Sciences Fondamentales, Université de 20 Août 55-Skikda., Skikda, Algérie.

<sup>2</sup>Département de Génie mécanique, Université de Mentouri, Constantine, Algérie.  
phy\_bouhezza@yahoo.fr, Kholai.omar@caramail.com

### RESUME

Dans le présent travail, on se propose d'étudier numériquement la convection mixte défavorable dans une conduite plane, rectangulaire, verticale et partiellement chauffée. L'écoulement est supposé laminaire pour un fluide newtonien et incompressible. La méthode des volumes finis est utilisée pour discrétiser les équations adimensionnelles de conservation régissant l'écoulement. On examine les effets du nombre de Richardson et de la longueur de partie chauffée sur les champs thermique et hydrodynamique, les flux de chaleur et la longueur de la zone de recirculation. Les résultats obtenus montrent la naissance de bifurcation de la solution quand le nombre de Richardson dépasse des valeurs critiques. Ces valeurs dépendent de la longueur de la partie chauffée.

### NOMENCLATURE

H	Largeur de la conduite
L <sub>1</sub> , L <sub>3</sub>	Longueurs adimensionnées des zones adiabatiques
L <sub>2</sub>	Longueur adimensionnée de la zone chauffée
P	Pression adimensionnelle
Pr	Nombre de Prandtl
Q <sub>1</sub>	Flux de chaleur à gauche
Q <sub>2</sub>	Flux de chaleur à droite
Re	Nombre de Reynolds
Ri	Nombre de Richardson
U	Composante de la vitesse adimensionnée dans la direction x
V <sub>0</sub>	Vitesse du fluide à l'entrée
V	Composante de la vitesse adimensionnée dans la direction y
T <sub>0</sub>	Température du fluide à l'entrée
T <sub>w</sub>	Température imposée à la paroi
X	Coordonnée adimensionnée dans la direction x
Y	Coordonnée adimensionnée dans la direction y
Y <sub>1</sub>	Longueur adimensionnée de la zone de recirculation à gauche
Y <sub>2</sub>	Longueur adimensionnée de la zone de recirculation à droite

### Symboles grecques

$\theta$	Température adimensionnelle
----------	-----------------------------

### 1. INTRODUCTION

La convection mixte dans les conduites joue un rôle important dans de nombreuses applications industrielles en rapport avec le domaine de l'habitat, le refroidissement des équipements électroniques, les réacteurs chimiques, les échangeurs de chaleur, les collecteurs solaires, etc. La

convection mixte correspond au couplage des deux phénomènes, convection naturelle et forcée. Lorsque les écoulements de convection forcée et de convection naturelle sont dans le même sens, on est en présence d'un écoulement de convection mixte favorable. Dans le cas contraire, on assiste à un écoulement de convection mixte défavorable.

Un grand nombre d'études portent sur la convection mixte favorable [1-5], les résultats obtenus ne présentent aucune perte de symétrie (bifurcation). Par contre le phénomène de la convection mixte défavorable est encore un thème peu étudié. Mori et al. [6] ont traité expérimentalement l'écoulement d'eau descendant dans un tube soumis à un flux de chaleur constant. Leurs résultats montrent que pour les faibles flux, le transfert de chaleur est diminué par l'effet de la convection naturelle par rapport au cas de la convection forcée. Nguyen et al. [7] ont examiné numériquement la convection mixte laminaire transitoire favorable et défavorable en 3D dans un tube verticale chauffé par un flux de chaleur uniforme varie linéairement avec le temps. Ils ont montré que l'écoulement reste stable et unique pour  $Gr \leq 5 \cdot 10^5$  et  $10^6$  respectivement pour le cas de la convection mixte défavorable et favorable. Martinez-Suástegui et al. [8] ont étudié la convection mixte contraire transitoire dans un canal vertical asymétriquement chauffée. Les résultats illustrent les effets de la force de flottabilité ou du nombre de Richardson et du nombre de Reynolds sur la structure globale d'écoulement et du nombre de Nusselt. Ces résultats montrent que la valeur critique de la force de flottabilité entre les deux régimes d'écoulement (stable et instable) dépend fortement du nombre de Reynolds.

L'objectif du présent travail consiste à étudier numériquement le phénomène de la convection mixte défavorable dans une conduite plane verticale et symétriquement chauffée et de déterminer les paramètres critiques impliquant la perte de symétrie sur les champs thermique et hydrodynamique.

## 2. MODELE PHYSIQUE ET FORMULATION MATHEMATIQUE

La configuration étudiée est présentée sur la figure 1. Il s'agit d'une conduite plane verticale. La conduite est divisée en trois parties ( $L_1, L_2, L_3$ ), les parois de la première et la troisième parties sont considérées adiabatiques. La deuxième partie est maintenue à une température constante supérieure à celle du fluide à l'entrée. L'écoulement est supposé descendant pour un fluide newtonien et incompressible (air,  $Pr = 0.7$ ) ayant des propriétés thermophysiques constantes. En tenant compte de ces hypothèses, ainsi que celle de Boussinesq, le transfert de chaleur en convection mixte laminaire dans une géométrie 2D en coordonnées cartésiennes, peut être décrit par les équations adimensionnelles suivantes :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right] \quad (2)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right] - Ri \theta \quad (3)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Pr Re} \left[ \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right] \quad (4)$$

Les distances sont normalisées par  $H$ , les vitesses par  $V_0$ , et la pression par  $\rho V_0^2$ ,  $\rho$  étant la densité du fluide, tandis que, la température est donnée par l'expression :  $\theta = \frac{T - T_w}{T_0 - T_w}$ . Les paramètres

caractérisant le phénomène sont: le nombre de Prandtl  $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$ , le nombre de Reynolds  $Re = \frac{V_0 H}{\nu}$ , et

le nombre de Grashof  $Gr = \frac{g\beta(T_0 - T_w)H^3}{\nu^2}$ .  $\nu$  est la viscosité cinématique,  $\alpha$  est la diffusivité thermique,  $\beta$  est le coefficient de dilatation thermique du fluide alors que  $g$  représente l'accélération de la pesanteur. Le nombre de Richardson,  $Ri = Gr/Re^2$  représente l'importance relative de la convection naturelle à la convection forcée et joue un rôle important pour indiquer les régimes de convection.

La résolution numérique des équations précédentes est basée sur les conditions aux limites suivantes:

-A l'entrée de la conduite:  $U = 0, V = 1, \theta = 0$

-Sur les parois de la conduite: pour  $0 \leq Y \leq L_1$  ou  $(L_1+L_2) \leq Y \leq (L_1+L_2+L_3)$ :  $U = V = 0, \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$

et pour  $L_1 < Y < (L_1+L_2)$ :  $U = V = 0, \theta = 1$

-A la sortie de la conduite:  $\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0, \frac{\partial U}{\partial Y} = 0, \frac{\partial V}{\partial Y} = 0$

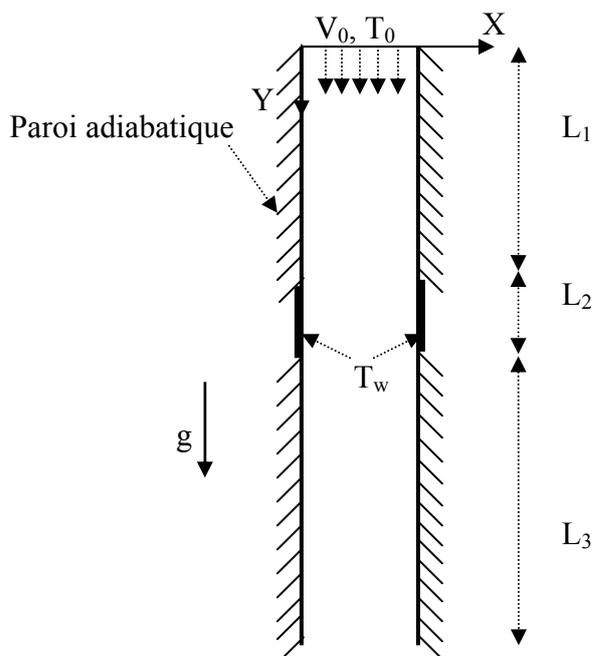


Figure 1. Configuration étudiée

### 3. METHODE DE RESOLUTION

Le système d'équations différentielles obtenu avec les conditions aux limites associés est discrétisé par la méthode des volumes finis développée par Patankar [9]. Cette méthode s'appuie sur une discrétisation du domaine de calcul en différents noeuds, chacun d'entre eux étant entouré d'un volume de contrôle élémentaire sur lequel on intègre les équations aux dérivées partielles. Le couplage vitesse- pression est traité par l'algorithme SIMPLE. Les systèmes d'équations algébriques obtenus sont résolus à l'aide de l'algorithme TDMA.

#### 4. RESULTATS ET DISCUSSION

Le fluide considéré est l'air ( $Pr = 0.7$ ), les calculs sont effectués pour un nombre de Richardson ( $Ri$ ) variant de 1 à 6, et un longueur de la partie chauffée ( $L_2$ ) qui varie de 0.25 à 1.

Des lignes de courant et des isothermes illustrant les effets du nombre de Richardson et la longueur de la partie chauffée sont présentées sur les figures 2. On remarque que les lignes de courants forment deux zones de recirculation symétrique collées à la paroi (figure 2a.). Ces cellules sont engendrées par les forces ascendantes de convection naturelle. Pour de faibles  $Ri$ , ces zones disparaissent car les forces de flottabilité en présence sont insuffisantes pour vaincre les forces d'inertie. A partir des valeurs critiques du nombre de Richardson, l'écoulement perd sa symétrie et on observe deux cellules asymétriques (figure 2b.).

Les figures 3 et 4 représentent les variations du flux de chaleur et la longueur de la zone de recirculation en fonction du nombre de Richardson et pour différentes longueurs de la partie chauffée. On note que L'accroissement du nombre de Richardson diminue les flux de chaleur et augmente les longueurs des zones de recirculation. Quand le nombre de Richardson dépasse des valeurs critiques ( $Ri = 4.50, 5.00, 5.25, 5.75$ ) correspondant respectivement aux longueurs de la partie chauffée ( $L_2 = 1, 0.75, 0.5, 0.25$ ), l'écoulement perd la symétrie et donne naissance à deux zones de recirculation totalement différente en taille et en position. Ces valeurs critiques dépendent de la longueur de la partie chauffée.

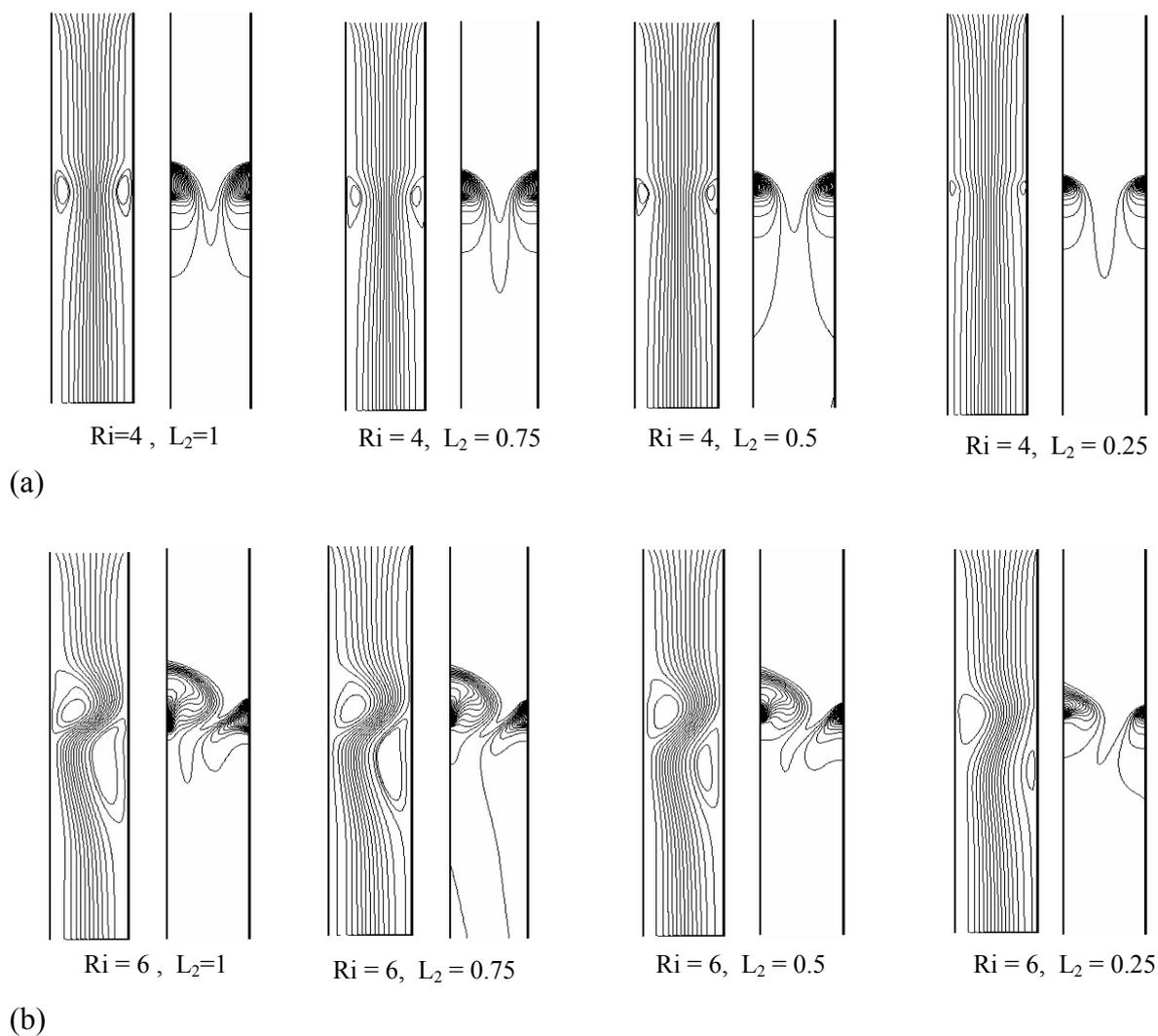


Figure 2. Lignes de courant (à gauche) et isothermes (à droite) obtenues pour différentes valeurs des nombres de Richardson et des Longueurs de la partie chauffée

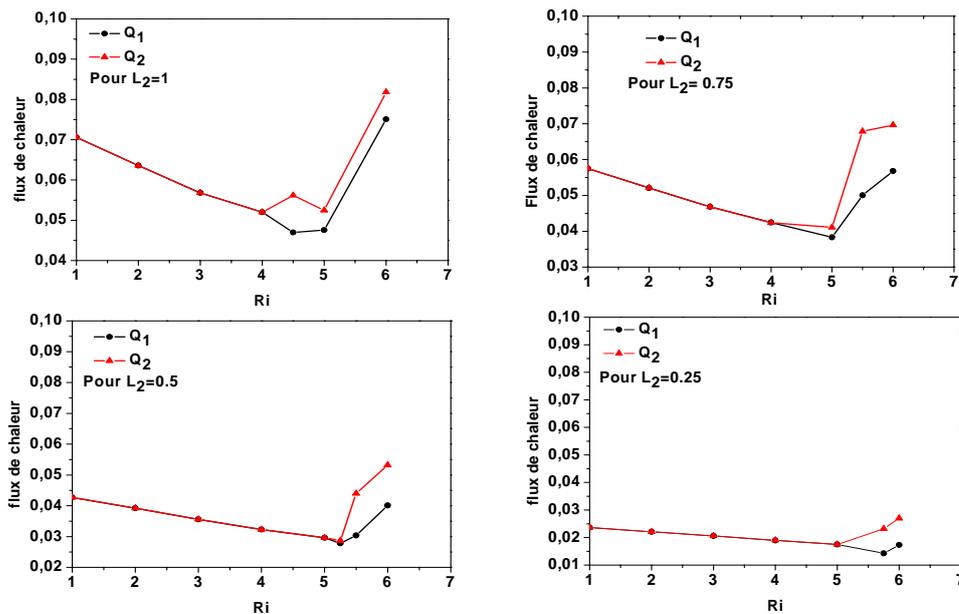


Figure 3. Variation du flux de chaleur en fonction du nombre de Richardson pour différentes valeurs de la partie chauffée

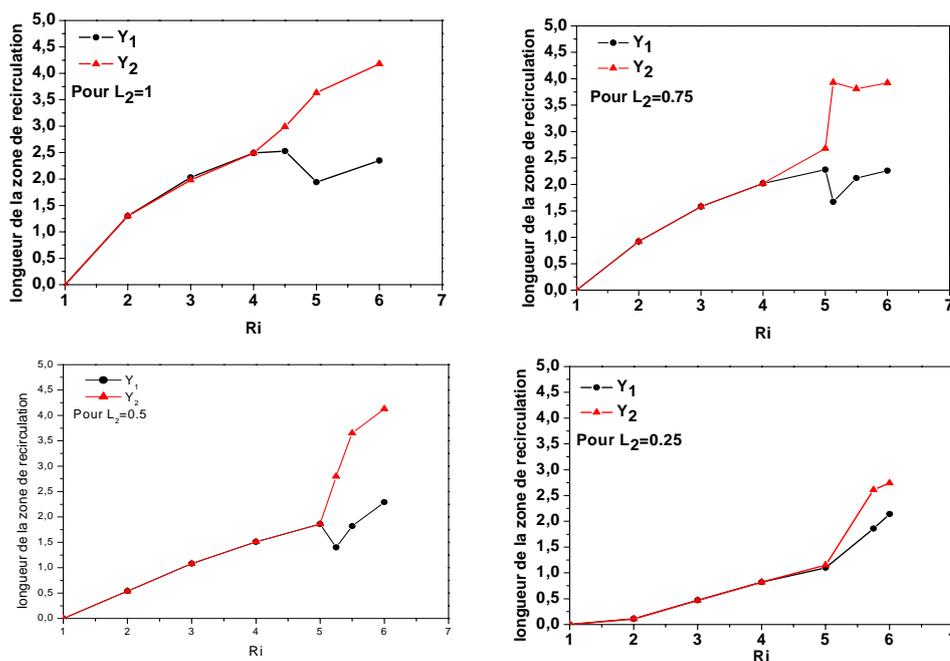


Figure 4. Variation de la longueur de la zone de recirculation en fonction du nombre de Richardson pour différentes valeurs de la partie chauffée

## 5. CONCLUSION

Une étude numérique de la convection mixte défavorable dans une conduite plane verticale chauffée symétriquement. La méthode des volumes finis est utilisée pour discrétiser les équations gouvernantes le phénomène étudié. Les résultats préliminaires obtenus mettent en évidence l'existence de deux zones ayant des structures d'écoulements totalement différents suivant la valeur du nombre de Richardson et la longueur de la partie chauffée. Le passage de la première zone vers la deuxième se traduit par une perte de symétrie des champs thermique et dynamique.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. M. Zghal, N. Galanis et C.T. Nguyen, 2001, Developing mixed convection with aiding buoyancy in vertical tubes: a numerical investigation of different flow regions, *Int. J. Therm. Sci.*, 40, pp 816-824.
2. A. Ozsunar, S. Baskaya et M. Sivrioglu, 2001, Numerical analysis of Grashof number, Reynolds number and inclination effects on mixed convection heat transfer in rectangular channels, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 28, No. 7, pp. 985-994.
3. A. Behzadmehr, N. Galanis et A. Laneville, 2003, Low Reynolds number mixed convection in vertical tubes with uniform wall heat flux, *Int. J. Heat. Mass. Transfer*, 46, pp 4823-4833.
4. J. Orfi, N. Galanis et C.T. Nguyen, 1999, Bifurcation in steady laminar mixed convection flow in uniformly heated inclined tubes, *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, Vol. 9 No. 5, 1999, pp. 543-567.
5. Thierry Mare', Nicolas Galanis, Ionut Voicu et Jacques Miriel, 2006, Experimental analysis of mixed convection in inclined tubes, *Applied Thermal Engineering*, 26, pp 1677-1683.
6. Mori. Y. et Ohbuchi. M., 1989, A fundamental study of flow and heat transfer performances of downward water flow at low Reynolds numbers in a vertical heated straight tube, *J. Heat. Mass. Transfer*, vol. 32, no7, pp. 1231-1238.
7. C. T. Nguyen, S. B. Maiyer, M. Landry, N. Galanis et G. Roy, 2004, Numerical investigation of flow reversal and instability in mixed laminar vertical tube flow, *Int. J. Therm. Sci.*, 43, pp 797-808.
8. L. Martinez-Suástegui, C. Treviño, 2008, Transient laminar opposing mixed convection in a differentially and asymmetrically heated vertical channel of finite length, *Int. J. Heat. Mass. Transfer*, 51, pp 5991-6005.
9. S. V. Patankar, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, 1980, McGraw-Hill New York,