

## Effet de cheminée dans un canal vertical convergent muni d'un bloc conducteur

M. Kriraa<sup>1</sup>, M. El Alami<sup>1</sup>, M. Najam<sup>1</sup>, E. A. Semma<sup>2</sup>, et F. Penot<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire de Physique des Matériaux, Micro – électronique, Automatique et Thermique (LPMMAT), Département de Physique, Faculté des Sciences, Université Hassan II Ain Chock, BP. 5366 Maarif, Casablanca, Morocco; [m.elalami@fsac.ac.ma](mailto:m.elalami@fsac.ac.ma)

<sup>2</sup> Faculté des Sciences et Techniques, Université Hassan I<sup>er</sup>, BP. 577 Settat, Morocco

<sup>3</sup> LET-ENSMA, UMR CNRS 6608, BP. 40109, 86961 Futuroscope Cedex, France

### Résumé :

On étudie numériquement l'effet d'un bloc métallique sur les écoulements de convection naturelle dans un canal vertical convergent, bidimensionnel. L'une des parois du canal est chauffée à température constante  $T_C$ , alors que l'autre paroi est maintenue froide à  $T_F < T_C$ . Les équations de Navier – Stokes associées à celle de l'énergie sont résolues à l'aide de la méthode des volumes de contrôle. L'étude est réalisée pour les paramètres suivants : nombres de Rayleigh ( $10^4 \leq Ra \leq 10^6$ ), de Prandtl ( $Pr=0.72$ ), la hauteur relative du bloc ( $B=0,10 ; 0,14 ; 0,20$ ), les largeurs des ouvertures du bas

et du haut sont respectivement  $C_1 = \frac{d_1'}{H'} = 0,2$  et  $C_2 = \frac{d_2'}{H'} = 0,1$ . Les résultats obtenus montrent que

la structure de l'écoulement et le débit sont légèrement sensibles à la taille du bloc. Par contre, le transfert de chaleur en est indifférent.

**Mots clés :** Effet de cheminée / canal convergent / bloc conducteur / transfert de chaleur

### I. Introduction

Les processus de convection naturelle sont largement utilisés dans le contrôle thermique de nombreux systèmes en raison de leur bas prix, facilité d'entretien et de fiabilité. Leurs applications concernent le refroidissement des équipements électroniques, les réacteurs nucléaires, les échangeurs de chaleurs [1]. On les applique aussi dans l'industrie du bâtiment (cheminées solaires et murs Trombe) et dans bien d'autres domaines [2]. En général, les configurations étudiées sont ouvertes aux conditions ambiantes à l'entrée et à la sortie des écoulements et sont souvent idéalisées.

Un grand nombre de travaux analytiques, numériques, et expérimentaux ont été effectués sur ce problème depuis Elenbaas, en 1942, [3] qui avait introduit pour la première fois le problème de convection naturelle entre deux plaques verticales parallèles. Bodoia et Osterle [4] ont rapporté la première solution numérique pour calculer les flux entre deux plaques verticales maintenues à températures uniformes. Récemment, Bianco et al. [5] ont conduit une étude très utile dans un canal convergent. Les parois du canal ont été prises conductrices et soumises à un flux constant. Les auteurs ont considéré un domaine étendu en bas du canal dans le but de tenir compte de la diffusion de quantité de mouvement et de chaleur à l'entrée du canal. Leurs résultats numériques, comparés aux résultats expérimentaux montrent un bon accord. Bianco et al. [6] ont réalisé, plus récemment, une investigation numérique et expérimentale sur les transferts de chaleur par convection naturelle couplés à ceux par rayonnement dans un canal convergent dont les parois sont chauffées de manière symétrique à flux constant. La structure de l'écoulement visualisée expérimentalement est en bon accord avec celle prédite numériquement pour toute la gamme de Rayleigh considérée.

Dans notre travail, nous avons considéré le cas d'un canal convergent, en prenant l'angle d'inclinaison des parois constante. A la sortie du canal un bloc rectangulaire conducteur de chaleur est introduit. Ce cas qui, à notre connaissance, n'est pas encore traité, a plusieurs applications industrielles.

## Nomenclature

$A$	Allongement du canal ( $A=H'/d_1'$ )	$T_F$	température de la paroi froide
$B$	hauteur relative du bloc ( $B=h'/H'$ )	$\Delta T$	écart de température appliqué ( $T_C-T_F$ )
$C_{1,2}$	largeur relative des ouvertures ( $C_{1,2}=d_{1,2}'/H'$ )	$(U,V)$	composantes de la vitesse
$g$	accélération de la pesanteur ( $m/s^2$ )	<b>Symboles grecs</b>	
$h'$	hauteur du bloc, (m)	$\beta$	coefficient de dilatation du fluide ( $K^{-1}$ )
$H'$	Hauteur du canal, (m)	$\alpha$	diffusivité thermique du fluide ( $m^2s^{-1}$ )
$d_1'$	largeur de l'ouverture inférieure du canal (m)	$\lambda$	conductivité thermique ( $Wm^{-1}K^{-1}$ )
$d_2'$	largeur de l'ouverture supérieure du canal (m)	$\nu$	viscosité cinématique du fluide ( $m^2s^{-1}$ )
$M$	débit massique adimensionnel	$\rho$	masse volumique du fluide ( $kg/m^3$ )
$Nu$	nombre de Nusselt global	$\psi$	fonction du courant
$Pr$	nombre de Prandtl ( $Pr=\nu/\alpha$ )	<b>Indices</b>	
$Ra$	nombre de Rayleigh, ( $Ra=g\beta\Delta TH'^3/(\alpha\nu)$ )	$C$	Chaud
$T_C$	température de la paroi chaude	$F$	Froid
		$Max$	Maximum

## 2. Configuration géométrique et formulation mathématique

La configuration étudiée est schématisée par la figure 1. Il s'agit d'un canal convergent de rapport d'allongement  $A=5$  muni d'un bloc rectangulaire de largeur relative constante  $a=a'/H'=0,04$  et de longueur relative variable ( $B=h'/H'=0,10 ; 0,14$  et  $0,20$ ). Le bloc est conducteur de chaleur et placé à l'extrémité supérieure du canal. Les parois de ce dernier sont différentiellement chauffées. On suppose que l'écoulement et le transfert de chaleur sont bidimensionnels, que les propriétés du fluide sont constantes et l'approximation de Boussinesq est valide. On néglige ici les transferts radiatifs possibles entre les différentes surfaces. Les équations adimensionnelles transitoires en termes de température  $T$ , de pression motrice  $P$  et de vitesses  $U$  et  $V$  sont :

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + Pr \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + Pr \left( \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) + Pr RaT \quad (4)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (5)$$

En se référant à la figure 1, les variables adimensionnelles sont définies ainsi :

$$U = \frac{U'H'}{\alpha}, \quad V = \frac{V'H'}{\alpha}, \quad T = \frac{T' - T'_F}{T'_C - T'_F}, \quad P = \frac{(P' + \rho g y')H'^2}{\rho \alpha^2}$$

$$Ra = \frac{g\beta\Delta TH'^3}{\alpha\nu}, \quad Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad \text{avec } (\Delta T = T'_C - T'_F)$$

Les conditions aux limites associées à ces équations sont définies comme suit :  $T=1$  sur la paroi gauche du canal et  $T=0$  sur l'autre paroi en face.

$U=V=0$  sur toutes les parois solides.

$T=U=0, \quad V = \frac{M}{C_1}, \quad P = -\frac{M^2}{2}$  au niveau de l'ouverture du bas.  $M$  étant le débit (inconnue

du problème) calculé au niveau de l'ouverture du haut.

Au niveau de l'ouverture du haut,  $P=U=0$  (condition de jet en atmosphère libre). Par contre,  $T$  et  $V$  sont calculées par extrapolation [7] (leur dérivées secondes par rapport à la verticale sont nulles).

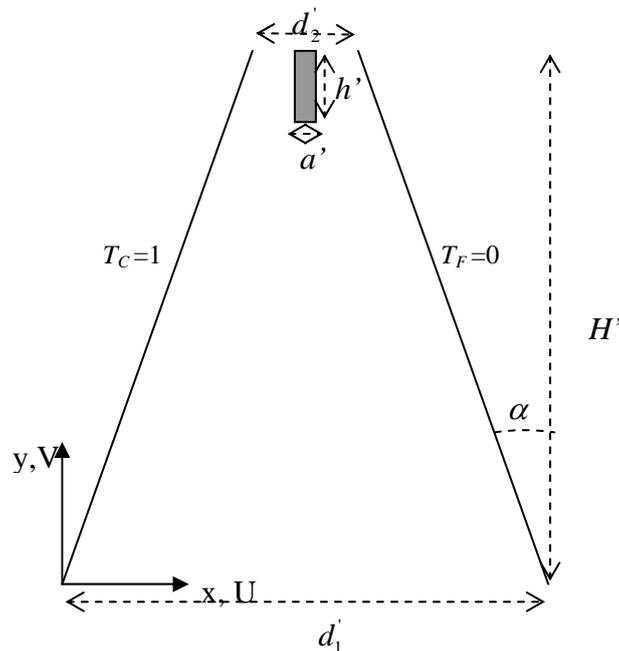


Figure 1 : Configuration étudiée

### 3. Résultats et discussion

Les paramètres de l'étude sont  $10^4 \leq Ra \leq 6 \times 10^5$ ,  $A=5$ ;  $B=0,1$ ;  $0,14$  et  $0,2$ ,  $C_1=0,2$ ;  $C_2=0,1$

#### 3.1. Structure de l'écoulement et champ thermique dans le canal

##### 3.1.1. Structure de l'écoulement

Dans ce travail, nous ne présentons que les figures typiquement représentatifs de l'écoulement et les champs thermiques correspondants. Différentes solutions sont obtenues dans la gamme du nombre de Rayleigh considérée et pour les différentes tailles du bloc. Dans la figure 2, le champ thermique (à gauche) et les lignes de courant (à droite) sont présentés pour  $B=0,10$ . De manière générale, la structure de l'écoulement est relativement simple : des lignes ouvertes passent en majeure partie du côté de la paroi chaude et une cellule de recirculation apparaît au voisinage de la paroi froide. Pour  $Ra = 10^4$ , cette cellule longe pratiquement toute la paroi froide, fig.2-a. Sa taille diminue au fur et à mesure que  $Ra$  augmente, fig.2-b,  $Ra=10^5$ . Puis elle disparaît complètement lorsque  $Ra$  augmente davantage, comme on peut le constater sur la figure 2-c,  $Ra=6 \times 10^5$  : le fait que la ligne de courant brisée du côté droit du bloc touche ce dernier, alors on peut confirmer qu'il n'y a plus de cellule de recirculation. Les champs thermiques relatifs à ces trois figures, montrent que l'effet cheminée se développe, au voisinage de la paroi chaude en fonction du nombre de  $Ra$ . Il est très accentué pour les hauts  $Ra$ , comme on peut le voir sur la figure 2-c. L'effet du bloc se manifeste localement. Il est mis en évidence par la distorsion des lignes de courant et des lignes isothermes juste dans la zone inférieure de celui-ci. On constate, également, que le bloc se chauffe au fur et à mesure que  $Ra$  augmente.

Le cas  $B=0,14$  est pratiquement similaire au cas précédent ( $B=0,10$ ). Par conséquent les champs thermiques et dynamiques relatifs à  $B=0,14$  ne seront pas présentés dans ce papier. Nous n'évoquons le cas  $B=0,14$  qu'au niveau du transfert de chaleur et débit d'écoulement.

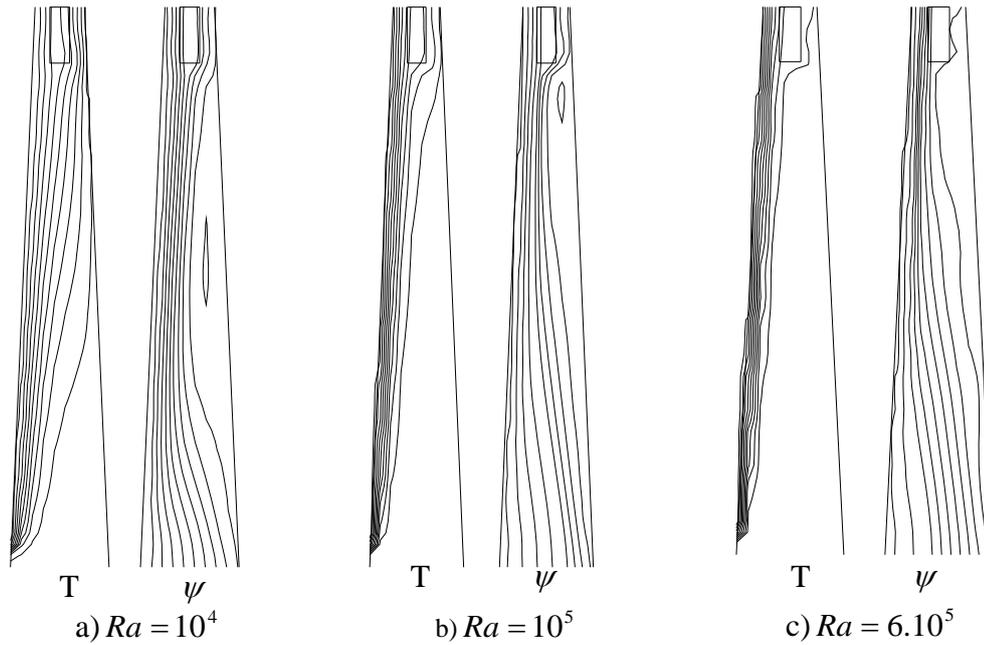


Figure 2 : structure de l'écoulement et champ thermique en fonction de Rayleigh pour  $B=0,10$

Par contre, pour  $B=0,20$ , il y a une différence importante avec le cas de  $B=0,10$  au niveau de la structure de l'écoulement, figures 3-a,b,c. La cellule de recirculation au voisinage de la paroi chaude devient très intense et contraint l'écoulement d'air frais à passer tout près de la paroi chaude, pour les faibles valeurs de  $Ra$ , fig. 3-a,  $Ra=10^4$ . Les lignes isothermes correspondantes témoignent d'un bon échange thermique au niveau de la partie basse de la paroi chaude. Le bloc est chauffé de manière progressive et les lignes de courant sont distordues au voisinage de son extrémité inférieure. Quand  $Ra$  augmente, la taille de la cellule convective diminue et l'écoulement de type couche limite commence à apparaître, fig.3-b. Pour  $Ra=6 \times 10^5$ , les résultats sont pratiquement analogues à ceux du cas précédent pour la même valeur de  $Ra$ , fig.3-c.

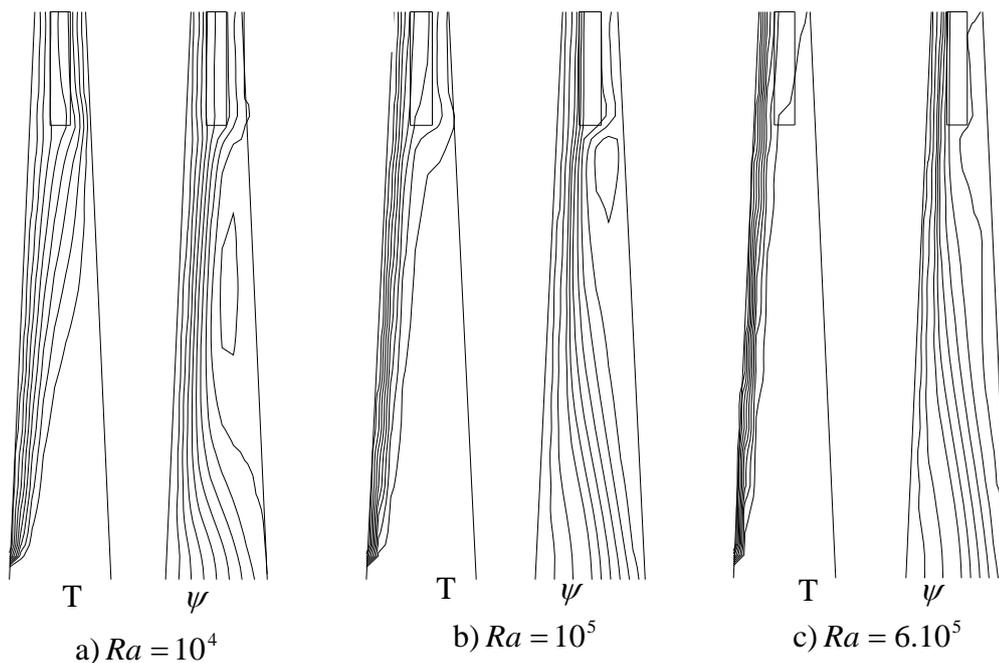


Figure 3 : structure de l'écoulement et champ thermique en fonction de Rayleigh pour  $B=0,20$

#### 4. Transfert thermique et débit d'écoulement

Le nombre de Nusselt moyen est calculé le long de la paroi chauffée du canal. Sa variation en fonction de  $Ra$  est présentée dans la figure 4.

Nous constatons que la variation de  $Nu$  en fonction de  $Ra$  est linéaire en coordonnées logarithmiques pour les trois valeurs de  $B$  et pour la gamme de  $Ra$  :  $10^4 \leq Ra \leq 6 \times 10^5$ . Une corrélation donnant la variation de  $Nu$  en fonction du nombre de Rayleigh est proposée dans la relation suivante :

$$Nu = 0.82Ra^{0.27} \quad (5)$$

Cette figure montre qu'il n'y a pratiquement aucun effet de la taille du bloc sur le transfert de chaleur. Cela est dû au fait que cet obstacle est conducteur de chaleur.

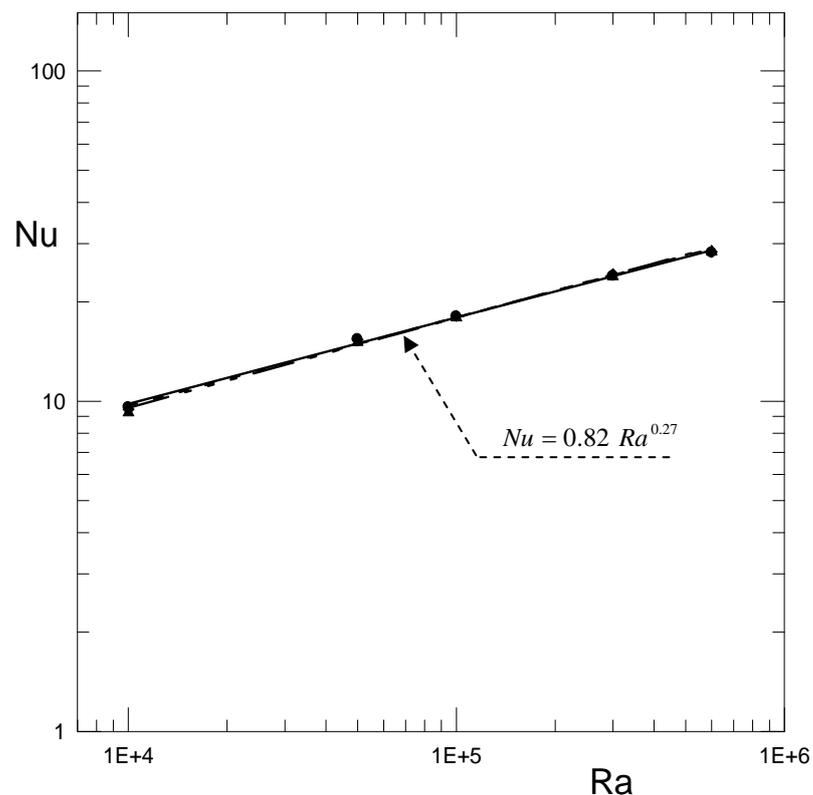


Figure 4 : Variation de  $Nu$  en fonction de  $Ra$ , pour les trois valeurs de  $B$

En ce qui concerne le débit d'écoulement, nous avons également corrélié la variation de  $M$  en fonction du nombre de Rayleigh entre  $10^4$  et  $6 \times 10^5$  pour les trois hauteurs du bloc considérés, figure 5. On peut noter un léger effet de la taille du bloc sur le débit d'écoulement : en effet, pour les faibles valeurs de  $Ra$  ( $Ra \leq 5 \times 10^4$ ), le débit diminue quand on augmente la hauteur de bloc. Cependant, cette diminution reste limitée surtout dans la zone des  $Ra$  élevés où l'on constate que les courbes relatives aux trois tailles se rejoignent. Cela est dû au fait que la taille du bloc varie uniquement selon sa longueur, dans le sens de l'écoulement.

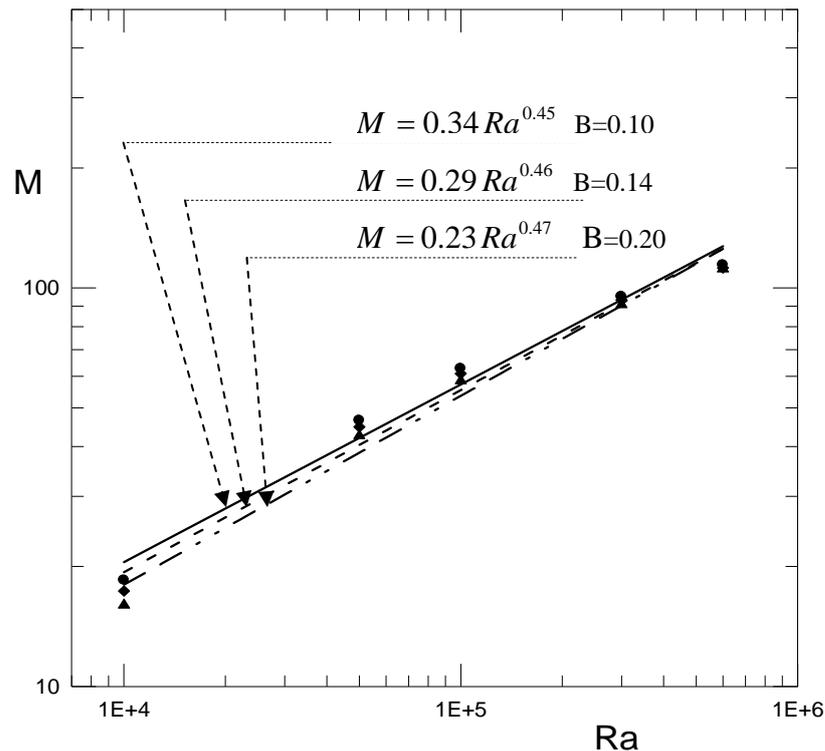


Figure 5 : Variation de Nu en fonction de Ra, pour les trois valeurs de B

## 5. Conclusion

Nous avons mené une étude numérique des écoulements de convection naturelle dans un canal convergent muni d'un bloc rectangulaire conducteur de chaleur. La simulation des écoulements instationnaires bidimensionnels montre que :

- au niveau de la structure de l'écoulement, des solutions simples et non complexes sont mises en évidence et l'effet du bloc reste limité.
- Il y a développement de l'effet cheminée pour les valeurs élevées de Ra et l'existence du bloc est défavorable à ce phénomène.
- l'effet du bloc sur le transfert de chaleur est négligeable. Par contre, un écart des débits relatifs aux trois tailles du bloc, apparaît surtout dans la zone des faibles Ra.

## Références

- [1] Etude numérique de la convection naturelle dans un canal muni d'ouvertures et de blocs chauffants. Thèse d'Etat es-sciences physique, 2005
- [2] O. Manca, B. Morrone, S. Nardini, and V. Naso, Natural Convection in Open Channels, in B. Sunden and G. Comini (eds.), Computational Analysis of Convection Heat Transfer, chap. 7, pp. 235–278, WIT Press, Southampton, UK, 2000.
- [3] Elenbaas, W., Heat dissipation of parallel plates by free convection. Physica 9 (1), 1–28, 1942
- [4] Bodoia, J.R., Osterle, J.F., The development of free convection between heated vertical plates. J. Heat Transfer 84, 40–44, 1962.
- [5] N. Bianco, T. S. Nardini, Numerical analysis of natural convection in air in a vertical convergent channel with uniformly heated conductive walls. Int. Comm. Heat Mass Transfer 32, 758–769, 2005
- [6] Nicola Bianco, Luigi Langellotto, Oronzio Manca and Vincenzo Naso; Numerical analysis of radiative effects on natural convection in vertical convergent and symmetrically heated channels. Num. Heat Transfer, Part A, 49: 369–391, 2006
- [7] M. El Alami, E. A. Semma, M. Najam, R. Boutarfa, Convective heat transfer in a horizontal channel with openings and isothermal rectangular blocks. Journal of Fluid Dynamics & Material Processing, Vol. 5, N°1, pp. 1-9, 2008