

ETUDE DU TRANSFERT THERMIQUE D'UN FLUIDE DE CARREAU DANS UN ESPACE ANNULAIRE TOURNANT

M. Amoura ^{1,*} et N. Zeraibi ²

¹ Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumedienne. Faculté de Physique B.P. 32
El-Alia, Alger, Algérie

² Université de Boumerdes. Faculté des Hydrocarbures dépt. Transport et équipement. 35000
Avenue de l'indépendance, Boumerdes, Algérie

*(auteur correspondant : am_louni@yahoo.fr)

RESUME

Il a été proposé d'étudier numériquement la convection thermique des fluides non-newtoniens dans les espaces annulaires cylindriques tournant. Le modèle rhéologique retenu dans cette étude est le modèle de Carreau. Les équations de conservation sont résolues par une méthode d'éléments finis mixte. On étudie l'influence de différentes combinaisons des paramètres adimensionnels, qui sont les nombres de Reynolds, Rayleigh, Weissenberg et l'indice de l'écoulement, sur le transfert de chaleur et sur la structure de l'écoulement. Les résultats obtenus en convection naturelle, forcée et mixte sont discutés.

NOMENCLATURE

g	accélération gravitationnelle	(m/s ²)	Symboles grecques	
Gr	nombre de Grashof	---	.	
k	conductivité thermique	(W/m.°C)	$\dot{\gamma}$	vitesse de cisaillement (1/s)
n	indice de structure	---	μ	viscosité du fluide étudié (Pa.s)
Nu	nombre de Nusselt moyen	---	μ_0	viscosité du fluide étudié à cisaillement nul (Pa.s)
P	Pression	(Pa)	μ_∞	viscosité du fluide étudié à cisaillement infini (Pa.s)
Pr	nombre de Prandtl	---	λ	paramètre de relaxation (s)
r	cordonnée radiale	(m)	ρ	masse volumique (Kg/m ³)
r _i	rayon du cylindre intérieur	(m)	Indices et Exposants	
r _e	rayon du cylindre extérieur	(m)	i	interne
Ra	nombre de Rayleigh	---	e	externe
Re	nombre de Reynolds	---		
T	température	(°C)		
u, v, w	composantes de la vitesse axiale, radiale et tangentielle	(m/s)		
W _e	nombre de Weissenberg	---		
z	cordonnée axiale	(m)		

1. INTRODUCTION

De nombreux procédés industriels et en particulier l'industrie agro-alimentaire, chimique et pétrochimique font intervenir la thermisation des fluides non-newtoniens.

Si les mécanismes de la convection thermique semblent actuellement maîtrisés dans le cas des fluides newtoniens, peu de travaux ont porté sur la convection mixte de fluides non-newtoniens [1,3].

Dans le but, d'apporter notre contribution, il a été proposé d'étudier, numériquement, la convection thermique des fluides non-newtoniens dans les espaces annulaires cylindriques tournant.

2. FORMULATION MATHÉMATIQUE

On considère l'écoulement laminaire bidimensionnelle axisymétrique d'un fluide non-newtonien incompressible confiné dans l'espace annulaire de deux cylindres coaxiaux de longueur finie H. Le cylindre extérieur, de rayon R_e , tourne à une vitesse angulaire constante et maintenu à une température uniforme T_0 . Le cylindre intérieur de rayon R_i est immobile et isotherme à une température T_1 avec $T_0 < T_1$. (Figure 1)

L'approximation de Boussinesq a été appliquée dans le terme de la force de pesanteur tandis que la dissipation visqueuse a été négligée. Compte tenu de ces suppositions, les équations de conservation pour un écoulement incompressible s'écrivent sous la forme suivante [4] :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

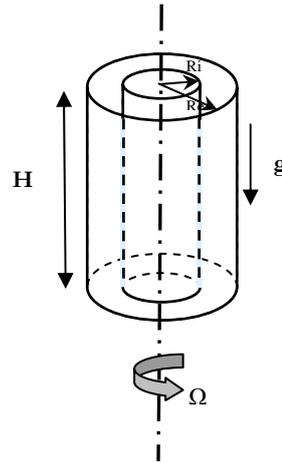


Figure 1 : Schéma du système

Le modèle rhéologique retenu dans cette étude est le modèle de Carreau [5] dont la relation constitutive est donnée par :

$$\frac{\mu - \mu_\infty}{\mu_0 - \mu_\infty} = \left(1 + \lambda^2 \dot{\gamma}^2 \right)^{\frac{n-1}{2}} \quad (2)$$

Les équations de conservation adimensionnelles sont obtenues en utilisant les variables adimensionnelles définies comme suit :

$$Z = \frac{z}{r_e - r_i}, \quad R = \frac{r}{r_e - r_i}, \quad U = \frac{u}{\Omega r_i}, \quad V = \frac{v}{\Omega r_i}, \quad W = \frac{w}{\Omega r_i}, \quad \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c} \quad (3)$$

En se basant sur ces variables adimensionnelles, les équations de conservation de masse, de mouvement et d'énergie s'écrivent comme suit :

$$\frac{\partial V}{\partial R} + \frac{V}{R} + \frac{\partial U}{\partial Z} = 0 \quad (4)$$

$$\left(V \frac{\partial V}{\partial R} + U \frac{\partial V}{\partial Z} - \frac{W^2}{R} \right) = -\frac{\partial P}{\partial R} + \frac{1}{\text{Re}} \left\{ \frac{1}{R} \left[\frac{\partial \left(2R \eta \frac{\partial V}{\partial R} \right)}{\partial R} \right] - \frac{\eta V}{R^2} \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial Z} \left[\eta \left(\frac{\partial U}{\partial R} + \frac{\partial V}{\partial Z} \right) \right] \right\} \quad (5)$$

$$\left(V \frac{\partial U}{\partial R} + U \frac{\partial U}{\partial Z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial Z} + \frac{1}{\text{Re}} \left\{ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left[R \eta \left(\frac{\partial U}{\partial R} + \frac{\partial V}{\partial Z} \right) \right] \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial Z} \left(2\eta \frac{\partial U}{\partial Z} \right) \right\} + \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2} \theta \quad (6)$$

$$\left(V \frac{\partial W}{\partial R} + U \frac{\partial W}{\partial Z} + \frac{WV}{R} \right) = \frac{1}{\text{Re}} \left\{ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \eta \frac{\partial W}{\partial R} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(\eta \frac{\partial W}{\partial Z} \right) - \eta \frac{W}{R^2} \right\} \quad (7)$$

$$\left(V \frac{\partial \theta}{\partial R} + U \frac{\partial \theta}{\partial Z} \right) = \frac{1}{\text{Re Pr}} \left\{ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \theta}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} \right\} \quad (8)$$

Les conditions aux limites adimensionnelles dans le cas de la géométrie considérée sont :

$$W = 1, \quad U = V = 0, \quad \theta_1 \quad \text{cylinder intérieur}$$

$$W = 0, \quad U = V = 0, \quad \theta_2 \quad \text{cylindre extérieur}$$

$$W = U = V = 0 \quad \text{and} \quad \frac{\partial \theta}{\partial Z} = 0 \quad \text{parois horizontales}$$

La formulation adimensionnelle de ces équations fait intervenir plusieurs paramètres qui sont les

nombre de Reynolds $\text{Re} = \frac{\Omega r_i (r_e - r_i) \rho}{\mu_0}$, Grashof $\text{Gr} = \frac{g \beta (T_h - T_c) (r_e - r_i)^3}{\mu_0^2}$ (ou nombre de

Rayleigh $Ra = \text{Gr Pr}$), Weissenberg $\text{We} = \frac{\Omega r_i}{r_e - r_i} \lambda$ et Prandtl $\text{Pr} = \frac{\mu_0 c_p}{\lambda}$

3. RESOLUTION NUMERIQUE ET VALIDATION DU CODE DE CALCUL

Pour la résolution des équations, nous avons utilisé une méthode aux éléments finis mixte [6] qui utilise d'une part, une interpolation quadratique à neuf nœuds pour les vitesses et la température et d'autre part une interpolation linéaire à quatre nœuds pour la pression.

Le code de calcul a été validé sur un problème d'une cavité fermée à parois verticales chauffées différentiellement et à parois horizontales adiabatiques. On a aussi effectué des comparaisons avec des solutions analytiques pour les écoulements newtoniens et non-newtoniens. Nos résultats sont favorablement comparés à ceux trouvés dans la littérature [7].

4. RESULTATS ET DISCUSSION

Le calcul a été effectué en utilisant des éléments quadrilatéraux et biquadratiques (9 nœuds). Deux maillages ont été utilisés pour l'exécution de notre code. Un premier à 400 éléments, 1681 nœuds et 3803 degrés de liberté, et un second à 900 éléments, 3721 nœuds et 8403 degrés de liberté. Les résultats obtenus sont identiques pour les deux cas.

En ce qui concerne la convergence, nous avons fixé la précision à 10^{-5} . Tous les calculs ont été effectués pour un nombre de Weissenberg $We=10$, un nombre de Prandtl $Pr=5$ et pour des paramètres de l'espace annulaire fixés à $AR=1$ et $\alpha=2$.

La figure 2 montre qu'en convection mixte, le transfert de chaleur décroît avec l'indice de comportement. La valeur minimale correspond donc au fluide newtonien.

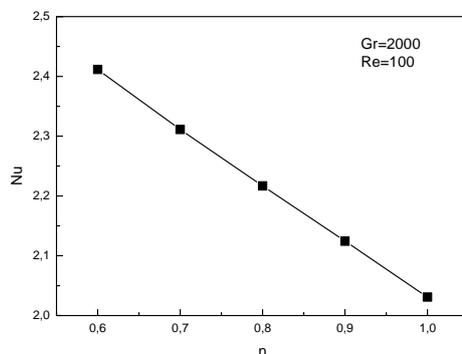


Figure 2. Variation du nombre de Nusselt moyen Nu en fonction de l'indice de comportement n

Les figures (3 a, b et c) montrent les structures d'écoulement en convection mixte et pour un nombre de Weissenberg égal à 10. Dans ce cas de régime, on constate la présence d'une seconde cellule occupant la zone extérieure haute de l'espace annulaire. L'intensité de cette cellule augmente en fonction de l'indice de comportement.

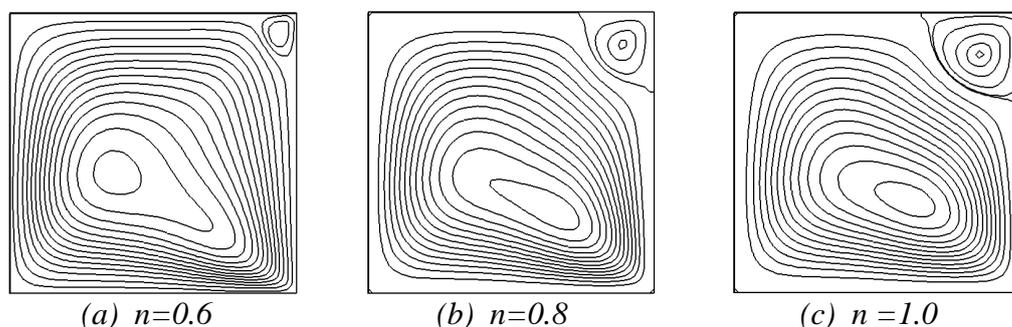


Figure 3. Isofonctions de courant pour $Gr=2000$

En convection naturelle, les figures (4a et b) montrent que la diminution de l'indice de comportement provoque une plus grande accélération du fluide près de la paroi chaude, augmentant ainsi son débit et le flux de chaleur transféré. Ce dernier est principalement assuré par les termes conductifs au voisinage du cylindre intérieur où les gradients thermiques sont élevés, alors qu'il l'est essentiellement par les termes de transport au voisinage du cylindre extérieur où l'on remarque une zone froide quasiment isotherme.

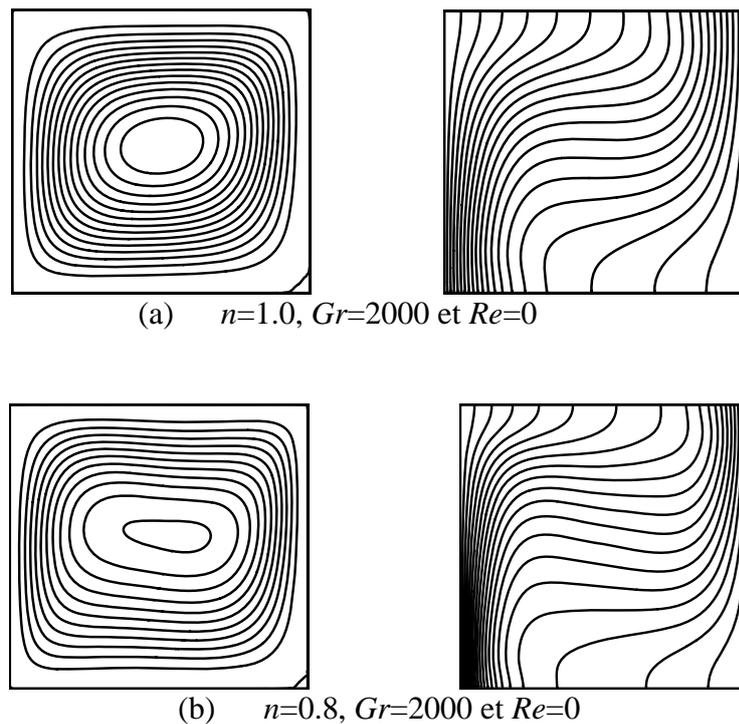


Figure 4. Isofonctions de courant et isothermes

5. CONCLUSION

Nous avons étudié l'écoulement d'un fluide non-newtonien confiné dans l'espace annulaire. Le mouvement du fluide est généré par la mise en rotation du cylindre extérieur et le chauffage différentiel des deux cylindres. Les résultats montrent que les effets non-newtoniens sont importants, tant sur la structure de l'écoulement que sur le transfert de chaleur. Nous avons pu mettre en évidence l'influence de l'indice de comportement et le nombre de Reynolds sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur caractérisé par le nombre de Nusselt.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] P.R.N. Childs, C.A. Long, 1996, Review of forced convective heat transfer in stationary and rotating annuli. *J. Mech. Eng. Science*, 210: 22, 123-134
- [2] M. Eissa, S. Ahmad, 1999, Forced convection heat transfer of Robertson-Stiff fluid between two coaxial rotating cylinders. *ICHMT*, 26, 695-704
- [3] A. Lawal, 1989, Mixed convection heat transfer to power law fluids in arbitrary Cross-sectional ducts. *J. Heat Transfer*, 111, 399-406
- [4] R. B. Bird, Dynamics of polymeric liquids, *Vol. I, Fluid Dynamics*, Wiley, New York, 1987.
- [5] N. Midoux, 1985, Mécanique et rhéologie des fluides en génie chimique, technique et documentation, Lavoisier
- [6] G. Dhatt, G. Touzout, 1984, Une présentation de la méthode des éléments finis. 2^{ième} édition
- [7] G. De Vahl Davis, 1983, Natural convection of air in a square cavity. A bench mark numerical solution. *Int. J. Num. Methods in fluids*, 3, 249-255