

# EFFETS DE PAROI SUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE ET THERMIQUE D'UN ECOULEMENT DE FLUIDE COMPRESSIBLE DANS UNE MICRO TUYERE AXISYMETRIQUE

S. Abboudi\*, J. Deng, M. Imbert

Laboratoire Systèmes et Transports (SET), Département GMC, Université de Technologie de  
Belfort-Montbéliard (UTBM), Site de Sévenans, 90010, Belfort Cedex, France

[\\*Said.abboudi@utbm.fr](mailto:Said.abboudi@utbm.fr), [jing.deng@utbm.fr](mailto:jing.deng@utbm.fr), [michel.imbert@utbm.fr](mailto:michel.imbert@utbm.fr)

## RESUME

On propose une étude numérique du couplage paroi-fluide sur le comportement dynamique et thermique d'un écoulement de fluide gazeux compressible, laminaire et stationnaire dans une tuyère axisymétrique bidimensionnelle. La paroi de la tuyère, d'épaisseur non négligeable, est soumise à une condition thermique de troisième type traduisant un échange par convection avec le milieu ambiant pouvant simuler des situations qui correspondent au refroidissement du système.

Pour une configuration géométrique de la tuyère et des conditions d'écoulements données, on présente de nombreux tests et comparaisons entre les résultats obtenus avec et sans prise en compte du couplage avec la paroi.

## 1. INTRODUCTION

Si on dénombre de nombreuses études sur les écoulements compressibles dans les tuyères et micro tuyères, en revanche, très peu ont analysé le couplage paroi fluide sous l'aspect thermique [1-3]. Selon le type d'applications envisagé, les parois de ces tuyères possèdent des épaisseurs plus ou moins importantes. Compte tenu du niveau assez élevé des températures mises en jeu, l'étude des transferts conjugués paroi-fluide est donc justifiée dans la mesure où le choix de la nature du matériau ou du multimatériau constituant la paroi ainsi que ses dimensions sont des paramètres d'investigation importants permettant d'aboutir à une optimisation correcte de ces tuyères.

Le présent travail est une contribution à l'étude du couplage thermique paroi – fluide et à son influence sur le comportement dynamique et thermique d'un écoulement de fluide compressible, laminaire dans une tuyère axisymétrique épaisse.

## 2. MODELE PHYSIQUE

Les équations de bilans de masse, de quantité de mouvement et d'énergie pour des écoulements laminaires axisymétriques de fluides compressibles visqueux, peuvent s'écrire sous la forme conservative vectorielle suivante [4, 5] :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial r} + \frac{1}{r} H = 0 \quad (1)$$

où  $U, F, G, H$  sont des vecteurs à 4 composantes définis par :

$$U = [\rho, \rho u, \rho v, \rho E]^t$$

$$F = [\rho u, \rho u^2 + P - \tau_{xx}, \rho uv - \tau_{xr}, (\rho E + P)u - u\tau_{xx} - v\tau_{xr} - q_x]^t$$

$$G = [\rho v, \rho uv - \tau_{xr}, \rho v^2 + P - \tau_{rr}, (\rho E + P)v - u\tau_{xr} - v\tau_{rr} - q_r]^t$$

$$H = [\rho v, \rho uv - \tau_{xr}, \rho v^2 - (\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta}), (\rho E + P)v - u\tau_{xr} - v\tau_{rr} - q_r]^t$$

$$H = [\rho v, \rho uv - \tau_{xr}, \rho v^2 - (\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta}), (\rho E + P)v - u\tau_{xr} - v\tau_{rr} - q_r]^t$$

L'équation d'état pour un gaz parfait est utilisée pour la fermeture du système (1):  $P = \rho \Re T$

Où  $\rho$  est la masse volumique du fluide,  $u$  et  $v$  les composantes du vecteur vitesse,  $\tau_{xx}, \tau_{rr}, \tau_{\theta\theta}, \tau_{xr}$  les composantes du tenseur des contraintes,  $q_x$  et  $q_r$  les composantes du vecteur flux de chaleur,  $E$  l'énergie totale par unité de masse,  $P$  la pression,  $T$  la température et  $\Re$  la constante des gaz parfaits.

Le coefficient de viscosité  $\mu$  est supposé variable en fonction de la température et le second coefficient de viscosité  $\lambda$  est obtenu en se basant sur l'hypothèse de Stokes :  $3\lambda + 2\mu = 0$ .

Le domaine d'intégration est rendu adimensionnel et rectangulaire par la transformation :

$$\xi(x) = \frac{x}{r_p^*} \quad \text{et} \quad \eta(x, r) = 1 - \frac{r}{r_p(x)} \quad (2)$$

$r_p^*$  et  $r_p$  sont respectivement le rayon du col et l'ordonnée de la paroi.

Pour des raisons évidentes de symétrie, le domaine d'intégration du fluide est limité par l'axe de la tuyère  $\eta = 1$ , son interface paroi-fluide  $\eta = 0$  et deux frontières, amont  $\xi = 0$  et aval  $\xi = \xi_{max}$ , constituées de deux droites perpendiculaires à l'axe.

Dans la zone solide (paroi), l'équation de bilan thermique en régime transitoire s'écrit :

$$\frac{\partial((\rho C_p)_s T)}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (k_s r \frac{\partial T}{\partial r}) + \frac{\partial}{\partial x} (k_s \frac{\partial T}{\partial x}), \quad 0 < x < L, \quad r_p(x) < r < r_p(x) + e \quad (3)$$

où  $T$  est la température,  $\rho_s$ ,  $C_s$  et  $k_s$  sont respectivement la masse volumique, la chaleur massique et la conductivité thermique de la paroi solide.

Le domaine solide est limité par son interface avec le fluide  $\eta = 0$  et sa surface extérieure :

$$\eta = -e / r_p(x).$$

### Conditions limites dans le domaine fluide :

- Au niveau de l'axe de la tuyère  $\eta = 1$ , les conditions de symétrie imposent  $\partial\phi / \partial\eta = 0$  (avec  $\phi = u, T, P$ ) et  $v = 0$ .

- Au niveau de la paroi  $\eta = 0$ , les conditions de non glissement impliquent  $u = v = 0$
- Au niveau de la frontière amont  $\xi = 0$ , la valeur de la vitesse est déterminée par extrapolation à partir des sections voisines. La température est alors obtenue en écrivant la conservation de l'enthalpie totale et la masse volumique, en supposant une évolution isentropique entre le réservoir et la section d'entrée.
- Au niveau de la frontière aval  $\xi = \xi_{max}$ , l'écoulement étant supersonique, toutes les grandeurs de l'écoulement sont obtenues par extrapolation linéaire à partir de celles calculées dans les sections voisines.

### Conditions limites dans le domaine solide :

- Les surfaces  $\xi = 0$  et  $\xi = \xi_{max}$  perpendiculaires à l'axe  $ox$  sont supposées adiabatiques.
- Au niveau de l'interface paroi-fluide, on applique une condition de troisième type :

$$-k_s \frac{\partial T}{\partial n} = h_I (T - T_e) = -k \frac{\partial T}{\partial n} \quad (4)$$

où  $h_I$  est un coefficient d'échange interfacial supposé très grand permettant la continuité des flux et des températures.

La surface extérieure de la paroi est soumise à une condition d'échange par convection simulant des conditions qui correspondent au refroidissement de la tuyère,

$$-k_s \frac{\partial T}{\partial n} = h(T - T_a) \quad (5)$$

où  $h$  est le coefficient d'échange extérieur et  $T_a$  est la température du milieu ambiant.

### 3. METHODE DE RESOLUTION

Dans le domaine fluide, la méthode de résolution est basée sur le schéma explicite de type Mac Cormack [4-5]. Dans le domaine solide, la méthode ADI est utilisée pour la résolution.

A chaque itération, le couplage paroi-fluide s'effectue de la manière suivante :

- Résolution des équations de Naviers-Stokes, éq. 1, dans le domaine fluide,
  - Résolution de l'équation de l'énergie dans le solide en utilisant les conditions aux limites (4), (avec  $T_e$  température extérieure calculée dans le fluide au voisinage de l'interface), (5) et les conditions d'adiabaticité sur les surfaces latérales.
  - Lors de l'itération suivante, on utilise pour la résolution dans le fluide, le système d'équations (1) et (4), (avec  $T_e$  température extérieure calculée dans le solide calculée au voisinage de l'interface).
- Les résultats numériques obtenus par cette technique de couplage ont été validés avec ceux obtenus à l'aide du code Fluent.

### 4. RESULTATS ET DISCUSSIONS

Les résultats numériques obtenus sont représentés dans le domaine physique pour les deux cas sans couplage (cas a) et avec couplage (cas b). Les propriétés de la paroi sont supposées constantes : (Silicium, température de fusion : 1687 K)  $k_s=1,412$  W/(cm.K),  $C_s=0,7$  J/(g.K),  $\rho_s=2,33$  g/cm. Les conditions d'échange imposées à l'extérieur de la paroi sont définies par :  $h=1000$  W/(m<sup>2</sup>.K) et  $T_a=300$  K. La température et la pression dans le réservoir sont  $T_0=1500$  K et  $P_0=1,5 \cdot 10^5$  Pa.

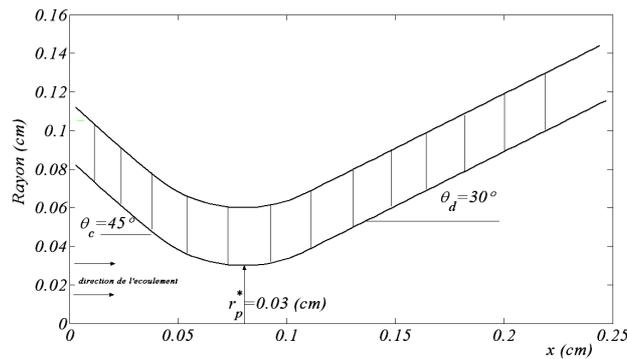


Figure 1. Géométrie de la tuyère.

Dans ces conditions, on présente, pour les cas a et b, les isothermes, figure 2 et isoMach, figure 3. Les figures 4 et 5 représentent respectivement les profils de températures et du nombre de Mach dans trois sections situées dans le divergent.

D'une manière générale, la prise en compte du couplage entraîne une légère diminution de température au voisinage de l'axe de la tuyère. Cet écart de température augmente au fur et à mesure que l'on se rapproche de la sortie de la tuyère. Sur la paroi, l'écart de température absolu atteint 207 K. Dans le cas (a) le profil de température pariétal décroît le long de la direction axiale jusqu'à la sortie du divergent. Dans le cas (b), on remarque l'existence d'un gradient thermique longitudinal ne dépassant pas les 10°C entre l'entrée et la sortie de la tuyère, figure 2. Cette variation est quasiment nulle dans le divergent (de 900 K à 897 K). Ceci explique que la température interfaciale du fluide varie très peu dans le divergent et reste stable au voisinage de 900 K, (figures 2 et 4). Ces écarts de températures affectent également les profils de vitesse et son nombre de Mach, (figures 3 et 5) essentiellement dans les zones visqueuses de l'écoulement c'est-à-dire au voisinage de la paroi.

## 5. CONCLUSION

Dans ce travail, nous avons présenté une étude de l'effet du couplage thermique paroi- fluide d'un fluide compressible en écoulement dans une tuyère axisymétrique bidimensionnelle épaisse, refroidi par convection forcée avec le milieu extérieur. Les résultats obtenus font apparaître de faibles différences sur les températures au niveau de l'axe de la tuyère. En revanche, les profils transversaux de températures dans le fluide sont fortement affectés par la prise en compte d'une paroi épaisse. Une étude paramétrique (propriétés physiques des matériaux, géométrie de la tuyère, conditions génératrices, ...) permettrait une optimisation adaptée pour chaque type d'applications.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. Jianhua Zhou, Yuwen Zhang and J.K. Chen, 2007, Numerical simulation of compressible gas flow and heat transfer in a microchannel surrounded by solid media. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 28, n°: 6, pp. 1484 – 1491.

2. Sébastien Chemin, 2006, Etude des interactions thermiques fluide-structure par un couplage de codes de calcul. Thèse de Doctorat de l'Université de Reims Champagne-Ardenne.
3. A.. Alexeenko, D.A. Fedosov, S. F. Gimelshein, Deborah A. Levin and R.J. Collins, 2006, Transient heat transfer and gas flow in a MEMS-Based Thruster. *Journal of Microelectromechanical Systems*, vol. 15, n°: 1, pp. 181 -194.
4. M. Imbert et D. Zeitoun. Etude numérique d'un écoulement à nombre de Reynolds modéré dans une tuyère. *Journal de Mécanique Théorique et Appliquée*, Vol.1, N°4, pp. 595 à 609, 1982.
5. Said Abboudi, Jing Deng et Michel Imbert, Thermal wall influence on the behaviour of axisymmetric laminar compressible flow in nozzle. *Journal of Computational and Applied Mechanics*, Vol.8, n°:1, pp. 5-20, 2007.

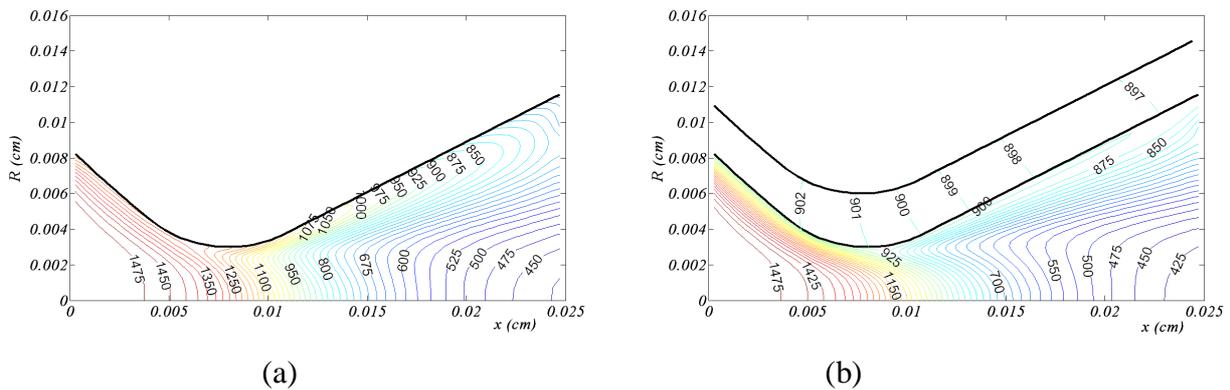


Figure 2. Isothermes dans le plan physique, (a) sans couplage, (b) avec couplage

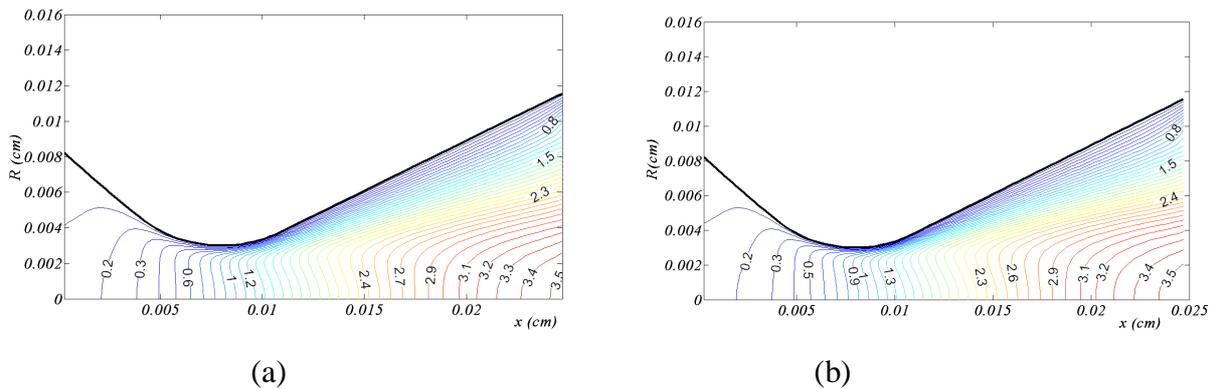


Figure 3. Iso-Machs dans le plan physique (a) sans couplage, (b) avec couplage

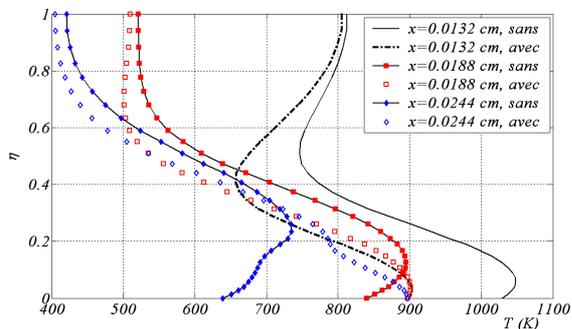


Figure 4. Profils des températures à différentes sections dans le divergent.

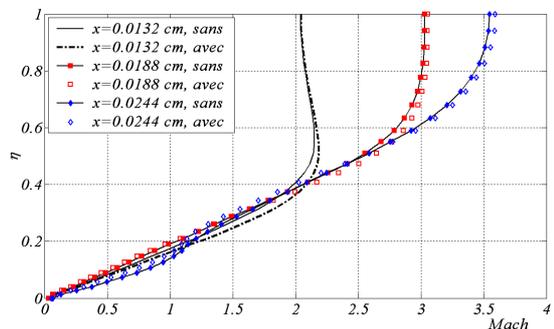


Figure 5. Profils des nombres de Mach à différentes sections dans le divergent.