

MODELISATION A TROIS PHASES DES TRANSFERTS DE CHALEUR ET DE MASSE DANS UN LIT FIXE ADSORBABLE

Abdelaziz ZEGNANI, Hosni Souheil HARZALLAH, Abdallah MHIMID*, khalifa SLIMI, Hacem DHAHRI

Ecole Nationale d'Ingénieurs de Monastir, Rue Ibn Eljazzar, 5000 Monastir, Tunisia

** Correspondance : Email: abdmhimid@yahoo.fr*

Tel. +216 73 501 587, Fax; +216 73 501 597

Résumé

Le présent travail consiste à modéliser les transferts de chaleur et de masse dans un lit fixe lors de la désorption en considérant le milieu formé de trois phases différentes (phase liquide, une phase gazeuse et phase solide). Nous avons établi un code de calcul. Ce code nous a permis de déterminer l'évolution spatio-temporelle de la température et de la teneur en eau dans un adsorbant plan. L'effet de la porosité du lit et celle des micropores sur la température moyenne réduite et sur la teneur en eau moyenne réduite a été également présenté et analysé.

Nomenclature

P	Pression	Pa	Indices	
v	Vitesse	m/s	C	Condenseur
X	Teneur en eau	Kg d'eau/kg de zéolithe	0	Référence au chauffage
T	Température	K	S	Solide
C _p	Chaleur massique	J/kg.K	g	Vapeur d'eau
ṁ	Débit massique	Kg / s	L	Liquide
t	Temps	s	b	Lit
			m	Micropore
			b	Lit
Lettres grecs				
μ	Viscosité dynamique	Pa.s		
ρ	Masse volumique	Kg / m ³	Nombre adimensionnel	
λ	Conductivité	W / mK	Re	Nombre de Reynolds
ΔH	Chaleur d'évaporation	J kg ⁻¹	Pr	Nombre de Prandtl
ε	Porosité			

1. Introduction:

Le transfert de chaleur et de masse dans les milieux poreux apparaît dans plusieurs applications telle que le séchage, la géothermie, la climatisation etc. Dans le cas d'une machine frigorifique à adsorption, plusieurs auteurs ont supposés que le système est constitué par deux phases où la première est constituée par le solide et le liquide et la deuxième est constituée par la vapeur [1, 2]. Marletta [3] a supposé que le système est formé par trois phases différentes afin d'étudier le phénomène de diffusion dans le lit adsorbant où il montre que le phénomène de la diffusion est négligeable.

Plusieurs méthodes permettant d'obtenir les équations macroscopiques régissant les transferts de chaleur et de masse [4–8]. La méthode de la prise de moyenne est plus utilisée pour décrire le système macroscopiquement. Les hypothèses de fermetures permettant d'avoir le modèle dans sa forme la plus simple sont traitées par Whitaker [9] et par Moyne et al [10]. Pour la modélisation des transferts de chaleur, deux hypothèses ont été utilisées: l'hypothèse du non-équilibre thermique local [11–13] et l'hypothèse d'équilibre thermique local [2, 3]. Mhimid [1] a montré que l'hypothèse de l'équilibre thermique local est valable dans le cas d'une machine à adsorption.

Dans cette étude, nous proposons un modèle à trois phases obtenu en intégrant les équations microscopiques en utilisant la méthode de la prise de moyenne. La résolution du système d'équations différentielles, est effectuée par la méthode du volume fini [14]. Le code de calcul qu'on a établi et mis au point nous a permis de tracer l'évolution spatio-temporelle de la température et de la teneur en eau ainsi que l'évolution temporelle des différentes grandeurs moyennes en fonction de porosité.

2. Formulation mathématique:

L'adsorbent considéré dans ce travail, échange de la chaleur à travers trois faces (Fig. 1) à une température constante. Le milieu considéré est constitué par une phase solide poreuse (zéolithe 13X), une phase liquide (eau) et une phase gazeuse (vapeur d'eau).

Durant cette étude, les transferts de chaleur et de masse sont couplés et supposés bidimensionnels; les particules solides sont incompressibles; l'hypothèse de l'équilibre thermique local et la loi de darcy sont supposées valables; les travaux de compression et la dissipation visqueuse sont supposés négligeables; la vapeur d'eau est supposé un gaz parfait. En se basant sur ces hypothèses, les équations macroscopiques obtenues sont :

Equation de conservation de la masse

$$\varepsilon_b \frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \text{div}(\rho_g \vec{v}_g) = -\dot{m} \quad (1)$$

Où ρ_g , \vec{v}_g et \dot{m} sont respectivement, la masse volumique du gaz, la vitesse du gaz, et le débit massique du liquide désorbé.

Equation de conservation d'énergie

$$(\rho C_p)_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_g C_{p_g} \vec{v}_g \cdot \overrightarrow{\text{grad}} T = \text{div}(\lambda_{\text{eff}} \overrightarrow{\text{grad}} T) + \dot{m} \Delta H_{\text{vap}} \quad (2)$$

Avec $(\rho C_p)_{\text{eff}} = (\varepsilon_s \rho_s C_{p_s} + \varepsilon_L \rho_L C_{p_L} + \varepsilon_g \rho_g C_{p_g})$ est la capacité calorifique effective du milieu poreux où $\varepsilon_s, \varepsilon_L, \varepsilon_g$ sont respectivement les fractions du solide, du liquide et du gaz.

$\lambda_{\text{eff}} = (\varepsilon_s \lambda_s + \varepsilon_L \lambda_L + \varepsilon_g \lambda_g)$ est la conductivité thermique effective du lit adsorbant.

En tenant compte de la porosité du lit ε_b (définie comme le rapport du volume du vide par le volume apparent) et de la porosité des micropores ε_m (définie comme le rapport du volume du vide dans le grain par le volume d'un grain), nous obtenons:

$$\begin{cases} \varepsilon_g = \varepsilon_b \\ \varepsilon_s = (1 - \varepsilon_b)(1 - \varepsilon_m) \\ \varepsilon_L = (1 - \varepsilon_b)\varepsilon_m \end{cases}$$

D'autre part, la teneur massique en eau X est obtenue par : $X = \frac{\varepsilon_L \rho_L}{\varepsilon_g \rho_g}$

D'où, on obtient

$$(\rho C_p)_{\text{eff}} = (1 - \varepsilon_b)(1 - \varepsilon_m)\rho_s (C_{p_s} + X C_{p_L}) + \varepsilon_b \rho_g C_{p_g}; \lambda_{\text{eff}} = (1 - \varepsilon_b)(1 - \varepsilon_m)\lambda_s + (1 - \varepsilon_b)\varepsilon_m \lambda_L + \varepsilon_b \lambda_g$$

Conservation de la quantité de mouvement (loi de Darcy)

$$\vec{v} = -\frac{k}{\mu} \overrightarrow{\text{grad}} P \quad (3)$$

Avec k la perméabilité du milieu donnée par la relation de Koseny – Carman : $k = \frac{\varepsilon_b^3 d_p^2}{150(1 - \varepsilon_b)^2}$

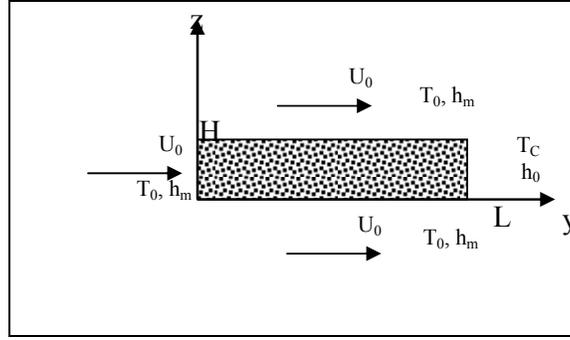


Figure 1. Schéma du lit adsorbant.

Cinétique d'adsorption

$$\dot{m} = (1-\varepsilon_b)(1-\varepsilon_m) \rho_s \frac{\partial X}{\partial t} \quad (4)$$

X est la teneur en eau exprimée par la relation approchée de Dubinin [1]:

$$X = X_0 \exp \left[-DB^2 \left(\frac{T}{T_c} - 1 \right)^2 \right] \quad (5)$$

Condition initiales et conditions aux limites:

La température, la pression et la teneur en liquide dans l'adsorbent sont initialement supposées constantes :

$$T(0, y, z) = T_i, \quad P(0, y, z) = P_i, \quad X(0, y, z) = X_i \quad (6)$$

Sur la face ($y = 0$), la pression est supposée constante car le capteur est lié au condenseur :

$$P(t, 0, z) = P_c \quad (7.a)$$

$$\lambda_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial y}(t, 0, z) = h_0 (T - T_c) \quad (7.b)$$

Les surfaces ($y = L$), ($z = 0$), et ($z = H$) sont imperméables à la matière ce qui conduit à écrire :

$$\frac{\partial P}{\partial y}(t, L, z) = 0 \quad ; \quad V_y(t, L, z) = 0 \quad (7.c)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z}(t, y, 0) = 0 \quad ; \quad V_z(t, y, 0) = 0 \quad (7.d)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z}(t, y, H) = 0 \quad ; \quad V_z(t, y, H) = 0 \quad (7.e)$$

Les autres surfaces du capteur sont chauffées par un gaz chaud. Nous introduisons un coefficient d'échange convectif h_m sous la forme :

$$-\lambda_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial z}(t, y, H) = h_m (T_0 - T) \quad (8.a)$$

$$-\lambda_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial y}(t, L, z) = h_m (T_0 - T) \quad (8.b)$$

$$\lambda_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial z}(t, y, 0) = h_m (T_0 - T) \quad (8.c)$$

Avec $h_m = 2h_{(y=L)}$ et $h_y = 0.332 \frac{\lambda_f}{y} Pr^{3/2} Re_y^{1/2}$. λ_f est la conductivité thermique et Pr et Re sont respectivement le nombre de Prandtl et le nombre de Reynolds du fluide.

Nous définissons Les valeurs moyennes réduites de la température et de la teneur en eau comme :

$$\bar{T} = \frac{1}{LH} \int_0^L \int_0^H T dy dz \quad \bar{X} = \frac{1}{LH} \int_0^L \int_0^H \left(\frac{X}{X_i} \right) dy dz$$

3. Résolution numérique:

La résolution du système des équations différentielles régissant les transferts de chaleur et de masse est faite par la méthode des volumes finis [14]. Le maillage utilisé est uniforme. Pour la discrétisation temporelle nous avons utilisé un schéma implicite, le schéma upwind pour les termes de convection et un schéma centré pour la discrétisation des termes diffusifs.

4. Résultat et discussion:

L'adsorbent utilisé est un capteur plan de longueur L, de largeur ℓ et de hauteur H. Pendant la phase d'adsorption, le capteur est connecté à l'évaporateur où la pression est de 6 mbar et la température d'évaporation est de 273 K. Le capteur est refroidi par de l'air froid à température fixe T_0 . Pendant la phase de désorption, le capteur est connecté au condenseur où règne une pression de 70 mbar et la température est égale à 313 K. Le capteur est chauffé par un flux d'air chaud à la température T_0 ($= 120$ °C).

L'adsorbant utilisé est la zéolite 13X sous forme granulaire ayant les caractéristiques thermo physiques suivantes :

$$C_{PS} = 836 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}; \lambda_S = 0,2 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}; d_p = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}, \varepsilon_b = 0,34; \varepsilon_m = 0,32$$

La phase adsorbée (l'eau) est caractérisée par les constantes thermo physiques suivantes :

$$C_{Pg} = 1840 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}; \lambda_g = 0,02 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}; C_{PL} = 4180 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}; \lambda_L = 0.6 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1},$$

La chaleur de vaporisation de l'eau est $\Delta H_{vap} = 3.10^6 \text{ J K}^{-1}$.

Les valeurs de X_0 et DB^2 utilisées dans l'équation de DUBININ sont : $X_0 = 0,269 \text{ kg d'eau / kg}$ de zéolite et $DB^2 = 4.922$.

3.1. Description générale

Les résultats de la simulation numériques ont permis de tracer l'évolution spatio-temporelle de la température (figure 2) et de la teneur en eau (figure 3) à différents instants ($t = 60 \text{ s}$, $t = 3600 \text{ s}$, $t = 7200 \text{ s}$ et $t = 10800 \text{ s}$).

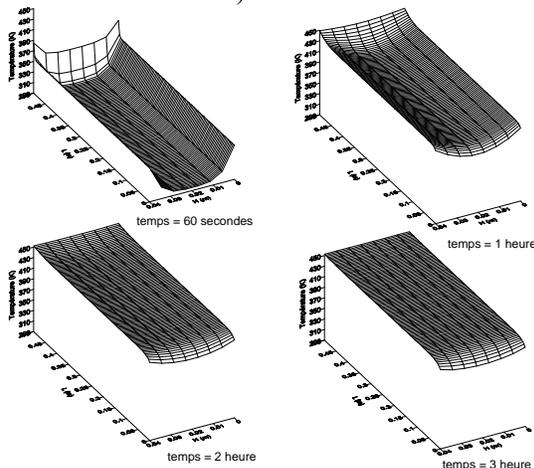


Figure 2. Evolution spatio-temporelle de la température

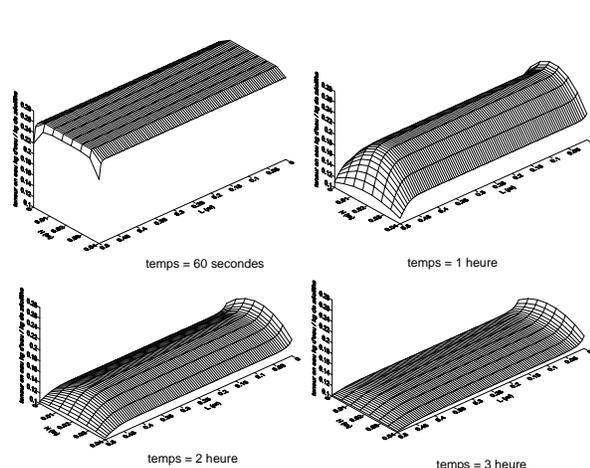


Figure 3. Evolution spatio-temporelle de la teneur en eau.

Ces figures montrent clairement l'apparition d'un front de désorption qui se déplace à l'intérieur du milieu et sépare le lit granulaire en deux régions, une région humide et une région moins humide. Au fur et à mesure que le temps progresse, le front de désorption s'approche de la sortie. Après un certain temps, la majorité de la masse d'eau s'évapore. A la fin de la désorption, la teneur en eau tend vers sa valeur d'équilibre. A cet instant, la plus faible température dans le capteur dépasse la température seuil de désorption.

3.2. Effets des porosités du lit et des micropores

Les figures 3 et 4 montrent l'évolution temporelle des valeurs moyennes réduites et de la température et de la teneur en eau pour différentes valeurs de ϵ_m et ϵ_b . Ces figures montrent que la porosité du lit présente moins d'influence sur les transferts par comparaison à la porosité des micropores.

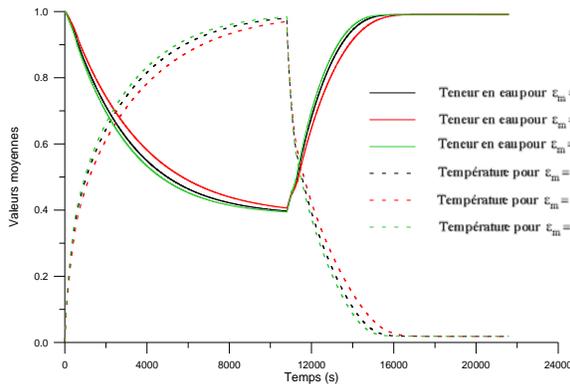


Figure 4. Effet de la porosité des micropores

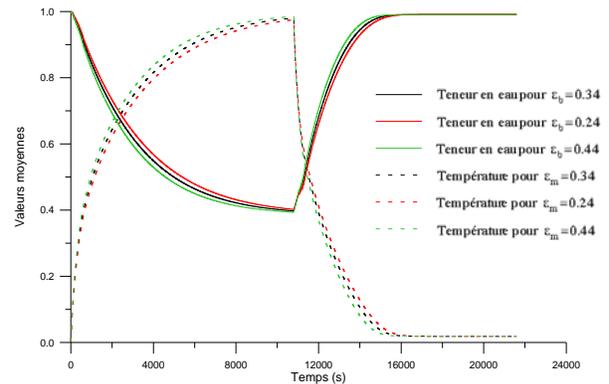


Figure 5. Effet de la porosité du lit

On remarque aussi (tableau 1) qu'une augmentation de ϵ_m au delà de 0,37, n'as pas d'influence sur la cinétique de désorption. La cinétique d'adsorption diminue lorsque ϵ_m diminue. Ceci peut être expliqué par le faite qu'en diminuant le volume du liquide, contenu dans les micropores, on diminue la vitesse d'évaporation (respectivement la condensation).

D'après la figure 5 et le tableau 2, on remarque que le changement de la porosité du lit influe l'accélération du phénomène de sorption. Ceci peut être expliqué par le changement du volume de la vapeur entraînant le changement de la vitesse de la vapeur ce qui accélère le phénomène de sorption.

Table 1. Ecart absolu entre différentes valeurs de la porosité des micropores et de la porosité des micropores réelle.

ϵ_m	0,22	0,27	0,37	0,42
t = 6000 s	5,56 %	2,78 %	2,76 %	2,46 %
t = 14000 s	3,21 %	1,59 %	1,50 %	1,31 %

Table 2. Ecart absolu entre différentes valeurs de la porosité du lit et de la porosité du lit réelle.

ϵ_b	0,24	0,29	0,39	0,44
t = 6000 s	3,08 %	1,54 %	1,53 %	3,06 %
t = 14000 s	1,61 %	0,78 %	0,81 %	1,65 %

5. Conclusion :

Nous avons établi un code de calcul simulant les transferts de chaleur et de masse durant la sorption en considérant que le milieu est formé de trois phases dans un adsorbent plan échangeant de la chaleur de 3 côtés. Il ressort de cette étude que:

- les porosités du lit et des micropores ont un effet sur l'accélération de la sorption.
- l'augmentation de la porosité des micropores au dessus de la valeur 0,37 n'as pas d'effet sur la cinétique de sorption.

REFERENCES

1. Mhimid A., Theoretical study of heat and mass transfer in a zeolite bed during water desorption: validity of local thermal equilibrium assumption. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, vol. 41, pp. 2967-2977, 1998.
2. Maggio, G., Ferni, A. and Restuccia, G., A dynamic model of heat and mass transfer in double-bed adsorption machine with internal heat recovery, *International Journal of Refrigeration*, 1-12, 200
3. Marletta, L., Maggio, G., Ferni, A., Ingrassiotta, M. and Restuccia G., A non-uniform temperature non uniform pressure dynamic model of heat and mass transfer in compact adsorbent bed, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 45, 3321-3330, 2002.
4. H. Brenner, Dispersion resulting from flow through spatially periodic porous media. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, 297, 1980, 81-133.
5. Whitaker S. The method of volume averaging. In: Bear J, editor. *Theory and applications of transport in porous media*. Boston: Kluwer Academic Publishers; 1999.
6. C. Moyne, S. Didierjean, H.L. Amaral Souto, O.T. Da Silveira, Thermal dispersion in porous media: one equation model, *International Journal of heat and mass transfer*, 43, 2000, 3853-3867
7. D.L. Koch, J.F. Brady, Dispersion in fixed beds. *J. Fluid Mech*, 154, 1985, 399-427.
8. William G. Gray, Cass T. Miller, Thermodynamically constrained averaging theory approach for modeling flow and transport phenomena in porous medium system: 3. Single-fluid-phase flow. *Advances in water resources*, 29, 2006, 1745-1765.
9. Whitaker S. Coupled transport in multiphase systems: a theory of drying. *Adv Heat Transfer* 1998;31:1-104.
10. Moyne C, Batsale J-C, Degiovanni A. Approche experimentale et theorique de la conductivite thermique des milieux poreux himides II: Theorie. *Int J Heat Mass Transfer* 1988;31:2319-30.
11. S. Angelini, W.W. Yuen, T.G. Theofanous, Premixing related behavior of steam explosions, *Nuc. Eng. Des.*, 155, 1995, 115-157.
12. G. Berthoud, M. Valette, Development of a multidimensional model for the premixing phase of a fuel-coolant interaction, *Nucl. Eng. Des.* 149, 1994, 409-418.
13. F. Duval, F. Fichot, M. Quintard, A local thermal non-equilibrium model for two-phase flows with phase-change in porous media, *International Journal of heat and mass transfer*, 47, 2004, 613-639.
14. Patankar S.V., *Numerical heat transfer and fluid flow*, Publishing Corporation, Mc Graw Hill Company, 1980