

# ANALYSE DES TRANSFERTS PAR EVAPORATION D'UN FILM LIQUIDE RUISSELANT SUR UNE PLAQUE PLANE INCLINEE SOUMISE À UN CHAUFFAGE SOLAIRE

E. Belahmidi<sup>1\*</sup>, L. Bouirden<sup>2</sup>, B. Zeghmati<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Ecole Supérieure de Technologie, Université Ibn Zohr, B.P. 33/S, Agadir – Maroc

<sup>2</sup> Laboratoire de Thermodynamique et Energétique, Faculté des Sciences, B.P. 28/S, Agadir – Maroc

<sup>3</sup> Laboratoire de Mathématiques et Physique des Systèmes (MEPS – GME), Université  
de Perpignan Via Domitia, 52 Av. Paul Alduy, 66860 Perpignan Cedex, France  
[belahmidi@esta.ac.ma](mailto:belahmidi@esta.ac.ma), [bouirdren@hotmail.com](mailto:bouirdren@hotmail.com), [zeghmati@univ-perp.fr](mailto:zeghmati@univ-perp.fr)

## RESUME

Dans ce travail, nous étudions l'évaporation en convection forcée laminaire d'un film liquide s'écoulant sur une plaque plane inclinée soumise à chauffage par rayonnement solaire. Le transfert combiné de chaleur et de masse est étudié par la résolution numérique des équations de conservation dans les deux phases liquide et gazeuse. Nous analysons les effets des paramètres climatiques sur le phénomène de transfert à l'interface liquide-vapeur. Les résultats montrent que les températures atmosphériques et le flux solaire incident sur la surface libre du film n'influent de manière significative que sur le chauffage du liquide (chaleur sensible). De plus, les climats ayant des faibles humidités ou des grandes vitesses du vent favorisent extrêmement l'évaporation du film liquide.

## NOMENCLATURE

$C_p$  capacité calorifique massique à pression constante,  $J\ kg^{-1}\ K^{-1}$   
 $D_v$  coefficient de diffusion de la vapeur d'eau dans l'air,  $m^2\ s^{-1}$   
 $h_L$  chaleur latente d'évaporation de l'eau,  $J/kg$   
 $k$  conductivité thermique,  $W\ m^{-1}\ K^{-1}$   
 $L$  longueur de la plaque,  $m$   
 $T$  température dimensionnelle,  $^{\circ}K$   
 $q^0$  densité du flux solaire incident,  $W\ m^{-2}$   
 $\dot{m}$  densité du flux massique évaporée,  $kg\ m^{-2}\ s^{-1}$   
 $q_L$  densité de flux de chaleur latent,  $W\ m^{-2}$   
 $q_s$  densité de flux de chaleur sensible,  $W\ m^{-2}$   
 $q_x$  densité de flux de chaleur totale,  $W\ m^{-2}$   
 $u$  vitesse dimensionnelle suivant  $ox$ ,  $m\ s^{-1}$   
 $v$  vitesse dimensionnelle suivant  $oy$ ,  $m\ s^{-1}$   
 $X$  abscisse adimensionnelle, suivant  $ox$ ,  $(x/L)$   
 $w$  fraction massique de la vapeur d'eau

## Lettres grecques

$\alpha^*$  absorptivité radiative de surface  
 $\beta$  coefficient d'extinction,  $m^{-1}$   
 $\delta$  épaisseur du film liquide,  $m$   
 $\Gamma_e$  débit massique d'alimentation du film par unité de largeur de la plaque,  $kg\ m^{-1}\ s^{-1}$   
 $\lambda$  longueur d'onde,  $m$   
 $\mu$  viscosité dynamique,  $kg\ m^{-1}\ s^{-1}$   
 $\rho$  masse volumique dimensionnelle,  $kg\ m^{-3}$   
 $\rho^*$  réflectivité radiative de surface  
 $\tau^*$  transmittivité de l'interface liquide-gaz

## Indices et exposants

$i$  interface liquide-gaz  
 $\ell, g$  liquide, gaz  
 $p$  paroi  
 $\lambda$  monochromatique

## 1. INTRODUCTION

Les films liquides en écoulement avec évaporation sont d'une grande importance dans plusieurs phénomènes naturels. On cite par exemple leurs applications dans le séchage, la distillation et la concentration des effluents agricoles. Un grand nombre de travaux théoriques et expérimentaux ont été réalisés sur l'évaporation des films ruisselants sur différentes parois solides. Par exemple, Seban et Faghri [1] ont étudié expérimentalement et théoriquement l'évaporation d'un film d'eau dans un mélange air-vapeur. Une analyse semblable a été effectuée par Tsay et al [2] qui ont présenté une étude numérique et expérimentale des transferts de chaleur et de masse pour le cas d'un ruissellement de film d'eau sur une plaque vertical chauffée. Meszaache et Yan [3,4] ont analysé les transferts par évaporation en convection forcée turbulente d'un film liquide ruisselant sur une plaque inclinée soumise à un flux de chaleur constant. Les études de transferts par énergie solaire

sont moins nombreuses et relativement récentes [5,6]. Ces études sont menées sur un ruissellement d'un film liquide sur une plaque inclinée. Elles sont généralement basées sur la résolution simultanée des équations de la convection gazeuse et du ruissellement liquide exposé au rayonnement solaire. Une étude de l'influence des conditions climatiques sur les transferts s'avère nécessaire pour une meilleure compréhension de leurs effets sur le phénomène d'évaporation.

Dans ce travail, nous présentons une étude de l'évaporation d'un film liquide ruisselant sur une plaque plane inclinée soumise à un chauffage solaire. Un écoulement d'air comme étant du vent circule en convection forcée laminaire sur la surface libre du film. Cette étude est menée en résolvant numériquement les équations qui régissent les transferts dans les deux phases liquide-vapeur. Les résultats sont focalisés sur l'analyse de l'influence des conditions climatiques sur le processus d'évaporation du film liquide.

## 2. FORMULATION MATHÉMATIQUE DU PROBLÈME

Considérons un film liquide (en l'occurrence l'eau) dont la température d'entrée  $T_e$  uniforme, ruisselant en régime laminaire sur une plaque plane inclinée de longueur  $L$ , soumise à un chauffage solaire (*figure 1*). Un écoulement d'air comme étant du vent circule dans le sens co-courant sur la surface libre du film et forme une couche limite gazeuse. Soit  $x$  l'abscisse rectiligne mesurée positivement dans le sens de l'écoulement et  $y$  la distance normale à la paroi. Les composantes de la vitesse dans les directions  $x$  et  $y$  sont respectivement  $u$  et  $v$ . Nous supposons que les approximations de la couche limite sont valables aussi bien dans le film liquide que dans l'écoulement gazeux ; la dissipation visqueuse, les effets Dufour et Soret et la tension superficielle sont négligeables ; l'interface eau-air humide est en équilibre thermodynamique ; il n'y a pas de dissolution d'air dans le liquide alors que l'air humide est supposé être un gaz parfait. Compte tenu de ces hypothèses, les équations de transferts dans les deux phases s'écrivent sous la forme suivante :

### 2.1. Equations dans la phase liquide

$$\frac{\partial(\rho_\ell u_\ell)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_\ell v_\ell)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\rho_\ell u_\ell \frac{\partial u_\ell}{\partial x} + \rho_\ell v_\ell \frac{\partial u_\ell}{\partial y} = \rho_\ell g \sin(\theta) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_\ell \frac{\partial u_\ell}{\partial y} \right) \quad (2)$$

$$\rho_\ell C p_\ell \left( u_\ell \frac{\partial T_\ell}{\partial x} + v_\ell \frac{\partial T_\ell}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( k_\ell \frac{\partial T_\ell}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} (q^+ - q^-) \quad (3)$$

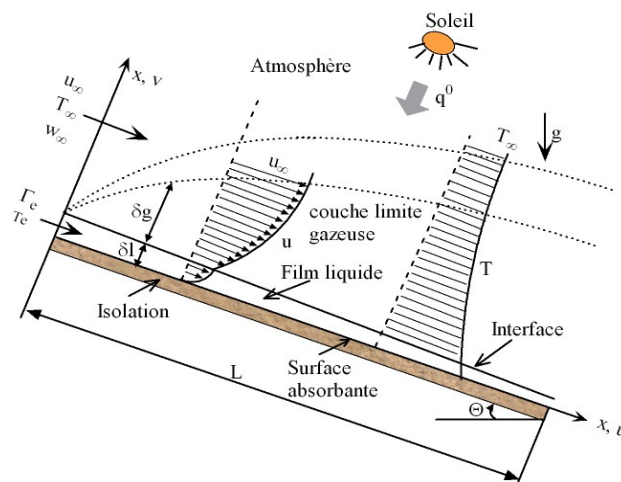


Figure 1. Représentation physique du modèle

## 2.2. Equations dans la phase gazeuse

$$\frac{\partial(\rho_g u_g)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_g v_g)}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

$$\rho_g \left( \frac{\partial u_g}{\partial t} + u_g \frac{\partial u_g}{\partial x} + v_g \frac{\partial u_g}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_g \frac{\partial u_g}{\partial y} \right) \quad (5)$$

$$\rho_g C p_g \left( \frac{\partial T_g}{\partial t} + u_g \frac{\partial T_g}{\partial x} + v_g \frac{\partial T_g}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( k_g \frac{\partial T_g}{\partial y} \right) + \rho_g D_v \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial T_g}{\partial y} \quad (6)$$

$$\rho_g \left( u_g \frac{\partial w}{\partial x} + v_g \frac{\partial w}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( D_v \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (7)$$

Le deuxième terme du second membre de l'équation (6) représente le terme de diffusion enthalpique. A ces équations, nous associons les conditions aux limites suivantes :

## 2.3. Conditions aux limites

- en  $x=0$  :  $u_\ell = u(y)$ ,  $T_\ell = T_e$ ,  $u_g = u_\infty$ ,  $T_g = T_\infty$  et  $w = w_\infty$  (8)

- à la paroi ( $y=0$ ) :  $u_\ell = v_\ell = 0$ ,  $-\left(k_\ell \frac{\partial T_\ell}{\partial y}\right) = \int_0^{\lambda_c} \alpha_{p,\lambda}^* q_\lambda^+(0) d\lambda$  (9)

Avec  $\lambda_c$  étant la longueur d'onde critique, au delà de laquelle l'eau est considérée comme un milieu opaque au rayonnement solaire.

- à l'interface liquide-gaz ( $y=\delta$ ), la continuité des vitesses, des températures, des contraintes de cisaillement et des densités de flux de chaleur est exprimée par les relations suivantes:

$$u_\ell = u_g = u_i, \quad T_\ell = T_g = T_i \quad \text{et} \quad \left( \mu_\ell \frac{\partial u_\ell}{\partial y} \right)_{i,\ell} = \left( \mu_g \frac{\partial u_g}{\partial y} \right)_{i,g} \quad (10)$$

$$\int_{\lambda_c}^{\infty} \alpha_{\lambda,i}^* q_\lambda^0 d\lambda - \left( \lambda_\ell \frac{\partial T_\ell}{\partial y} \right)_{i,\ell} = - \left( k_g \frac{\partial T_g}{\partial y} \right)_{i,g} + \dot{m} h_L \quad (11)$$

- à la frontière extérieure de la phase gazeuse ( $y \rightarrow \infty$ ) :  $u_g = u_\infty$ ,  $T_g = T_\infty$ ,  $w = w_\infty$  (12)

A ces conditions, nous ajoutons l'équation de la conservation du débit massique pour le film liquide:

$$\Gamma_e = \int_0^x \dot{m} dx + \int_0^\delta \rho_\ell u_\ell dy \quad (13)$$

## 3. MODELE DE TRANSFERT RADIATIF

L'eau et le mélange air-vapeur d'eau sont deux milieux semi-transparents au rayonnement. Ils sont transparents dans les parties visible et infrarouge du spectre solaire. La diffusion radiative ayant une moindre importance par rapport à l'absorption. En supposant que le rayonnement émis par l'eau est négligeable par rapport au flux absorbé, les flux radiatifs dirigés vers le haut ( $q^+$ ) et vers le bas ( $q^-$ ) dans le film liquide sont donnés par les expressions suivantes [7] :

$$q^+(y) = \int_0^{\lambda_c} q_\lambda^+(y) d\lambda = \int_0^{\lambda_c} \tau_\lambda^* q_\lambda^0 \exp(-\beta_\lambda(\delta - y)) \gamma_\lambda d\lambda \quad (14)$$

$$q^-(y) = \int_0^{\lambda_c} q_\lambda^-(y) d\lambda = \int_0^{\lambda_c} \rho_{p,\lambda}^* \tau_\lambda^* q_\lambda^0 \exp(-\beta_\lambda(\delta + y)) \gamma_\lambda d\lambda \quad (15)$$

Où  $\lambda_c$  est la longueur d'onde critique, au-dessous de laquelle, l'eau et le mélange air-vapeur sont considérés semi-transparents au rayonnement solaire. La grandeur  $\gamma_\lambda$  est un paramètre qui traduit l'inter-réflexion du rayonnement entre l'interface liquide-gaz et la paroi absorbante et elle est donnée par l'expression suivante :

$$\gamma_\lambda = \left[ 1 - \rho_{p,\lambda}^* \rho_{\lambda,i}^* \exp(-2\beta_\lambda \delta) \right]^{-1} \quad (16)$$

#### 4. METHODE DE RESOLUTION

Les équations de transferts (1-7) sont discrétisées à l'aide d'une méthode implicite aux différences finies. Nous avons utilisé un maillage non uniforme suivant la direction longitudinale et transversale. Cette discrétisation conduit à des systèmes d'équations algébriques que nous résolvons à l'aide de l'algorithme de Thomas. Un calcul itératif est nécessaire pour que la conservation du débit massique et la continuité des flux massique et thermique à l'interface liquide-gaz soient vérifiées. La détermination du maillage optimum qui représente un bon compromis entre le critère de stabilité de l'algorithme de Thomas et une occupation mémoire acceptable, nous a conduit à utiliser un maillage de  $601 \times 41$  pour le liquide et de  $601 \times 400$  pour la phase gazeuse.

#### 5. RESULTATS ET DISCUSSIONS

Les résultats présentés ont été calculés avec  $L=2m$ ,  $\theta=30^\circ$  et  $\Gamma_e=0.1 \text{ kg/m.s}$ . La pression dans la phase gazeuse et la température d'alimentation du film à l'entrée sont respectivement égales à  $1 \text{ atm}$  et à  $20^\circ\text{C}$ . Les propriétés radiatives de l'eau ont été prises de la référence [8]. Les valeurs des nombres de Reynolds dans les deux phases liquide-gaz restent inférieures aux valeurs limites du régime laminaire. Le modèle numérique a été validé en comparant nos résultats numériques avec ceux de B. Song [6]. Nous allons étudier l'influence des paramètres climatiques sur le processus d'évaporation à l'interface liquide-vapeur.

En observant la figure 2, on constate une élévation longitudinale des températures de la paroi et de l'interface sauf dans le cas d'un flux solaire incident nul. Ce résultat indique que ces températures augmentent avec l'accroissement de ce flux incident et leur gradient ( $T_p - T_i$ ) reste pratiquement constant. Pour  $q^0=0$ , on constate une diminution des températures  $T_p$  et  $T_i$  le long de la plaque et restent inférieures à la température d'entrée du film. Ceci peut s'expliquer par le fait que le film liquide perd une partie de sa propre énergie calorifique par évaporation, ce qui réduit en suite sa température dans le long de la plaque.

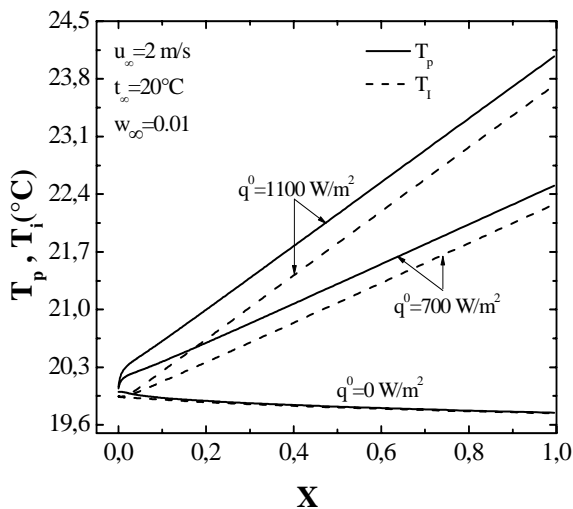


Figure 2 : Influence de la densité du flux solaire incident sur la variation longitudinale des températures ( $T_p$ ,  $T_i$ )

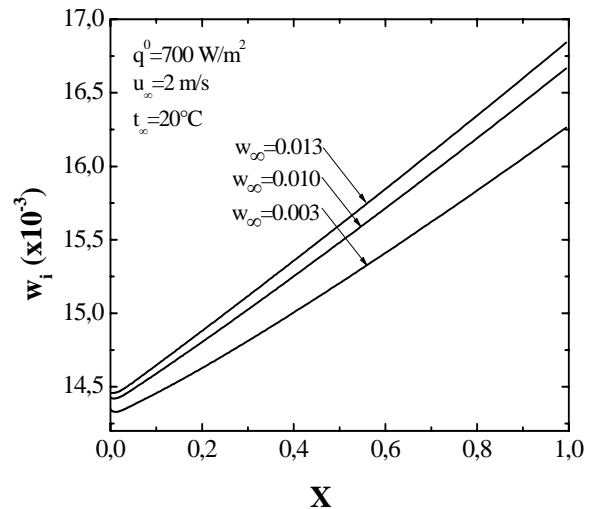


Figure 3 : Influence de l'humidité ambiante sur la variation longitudinale de la fraction massique de la vapeur d'eau à l'interface liquide-gaz.

La figure 3 représente les profils de variation longitudinale de la fraction massique de la vapeur d'eau en faisant varier l'humidité de l'air ambiant. Comparant ces profils à ceux de la figure 2, il est clair que la tendance de la distribution axiale de  $w_i$  est semblable à celle de la température d'interface en raison de la relation de  $w_i = f(T_i)$ . On note que de grandes valeurs de  $w_i$  se produisent pour des grandes valeurs d'humidité ambiante ( $w_\infty$ ).

La figure 4 montre l'effet de la température ambiante ( $T_\infty$ ) sur les variations suivant  $X$  des flux de chaleur sensible et latent échangés à l'interface liquide-gaz. On note que cette température,  $T_\infty$ , affecte nettement le taux de chaleur échangé en mode sensible ( $q_s/q^0$ ) et reste sans influence remarquable sur le taux de chaleur en mode latent ( $q_L/q^0$ ). Pour des températures ambiantes voisines de celle du film à l'entrée ( $T_\infty \approx T_e$ ), le rapport des flux de chaleur ( $q_s/q^0$ ) prend une valeur de l'ordre de 2% vers la sortie de l'écoulement du film et peut atteindre la valeur de 5% quand  $T_\infty$  est augmenté de 10°C. D'autre part, en réduisant la température ambiante de 10°C, ce rapport des flux de chaleur ( $q_s/q^0$ ) va atteindre une valeur approximative de -2.5% et cette valeur négative signifie que le film liquide transfère une partie de sa propre énergie vers la couche limite gazeuse. On note que le taux de transfert de chaleur par mode latent prend constamment une valeur de l'ordre de 7.5% vers la sortie du film liquide si la température ambiante varie entre 10 et 30°C.

La figure 5 représentent l'effet de l'humidité ambiante sur la variation suivant  $X$  du nombre de Nusselt local ( $Nu_x$ ). Il apparaît que les faibles valeurs d'humidité ( $w_\infty$ ) influent de manière importante sur le nombre de Nusselt local et conduisent à de grandes valeurs de ( $Nu_x$ ). En observant la zone d'entrée du film liquide ( $X < 0.1$ ), on constate que le profil de variation du nombre de Nusselt ( $Nu_x$ ) présente un pic nettement intense pour  $w_\infty = 0.003$ . Ceci s'explique par l'effet important du transfert par évaporation du film liquide dans la zone d'entrée. Comme on peut l'observer sur la figure 6, le flux massique évaporé diminue brusquement lorsque  $X < 0.2$  et au delà de cette zone, il atteint une certaine valeur qui varie selon l'humidité atmosphérique. Une faible valeur de cette dernière cause un gradient plus élevé de concentration de vapeur d'eau dans la couche limite gazeuse de sorte que la valeur du flux massique évaporé ( $\dot{m}$ ) à la sortie du film liquide soit encore plus grande que 0.0388 g/m<sup>2</sup>.s.

La figure 7 représente la variation du taux évaporé cumulé pour diverses vitesses du vent et d'humidité ambiantes. On constate que ce taux d'évaporation cumulé est important pour de faible humidité ambiante et une vitesse du vent de 2m/s. En outre, ce taux d'évaporation varie de manière croissante pour des raisons d'accumulation de la masse évaporée le long de l'interface liquide-gaz. On note que l'humidité ambiante est le paramètre le plus influant sur l'évaporation du film.

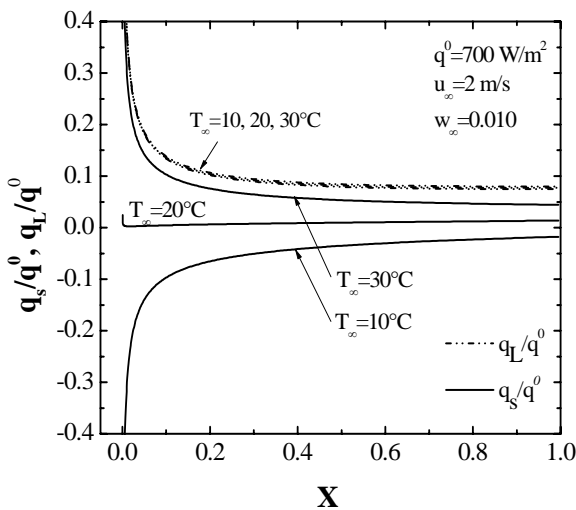


Figure 4 : Influence de la température ambiante sur la variation longitudinale des rapports des flux de chaleur, ( $q_s/q_p$ ) et ( $q_L/q_p$ )

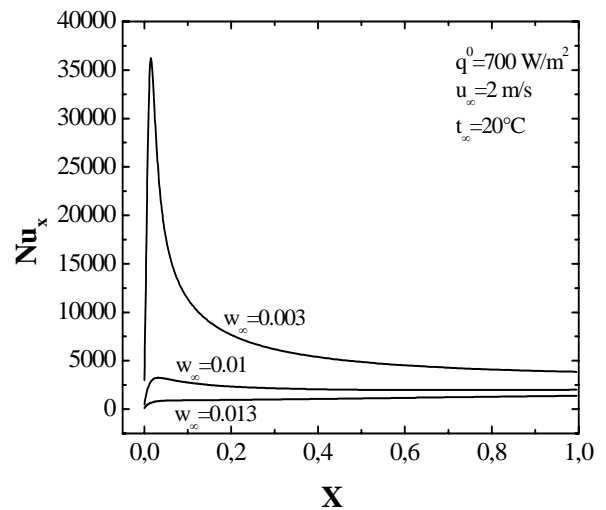


Figure 5 : Influence de l'humidité absolue de l'air ambiant sur la variation le long de l'interface du nombre de Nusselt local.

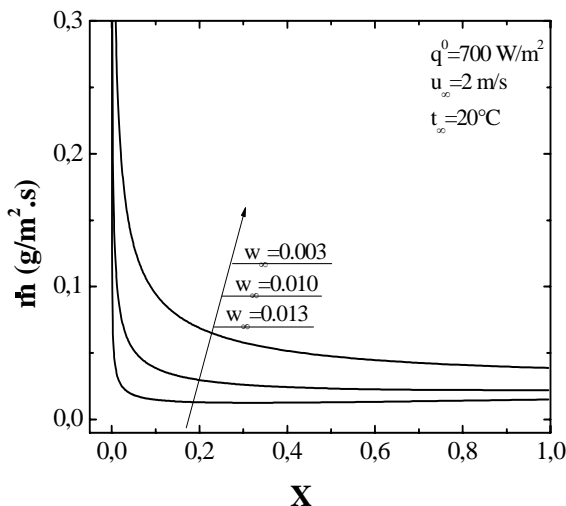


Figure 6 : Variations longitudinales du débit massique évaporé ( $\dot{m}$ ) pour différent humidité absolue de l'air ambiant

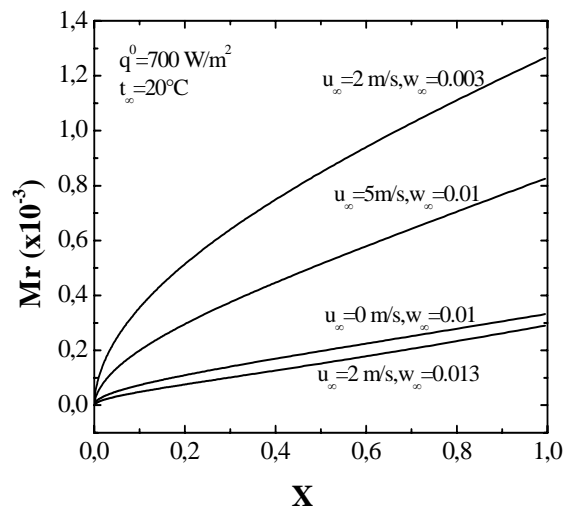


Figure 7 : Variations longitudinales de la fraction massique évaporée cumulée ( $Mr$ ) pour différentes valeurs de  $w_\infty$  et  $u_\infty$

## 6. CONCLUSION

Nous avons analysé le transfert par évaporation d'un film d'un film liquide ruisselant sur une plaque inclinée soumise à flux de rayonnement solaire. Cette analyse repose sur la résolution numérique des équations de transfert dans les deux phases liquide et gazeuse en tenant compte de l'absorption radiative du film liquide. Nous avons constaté que les températures atmosphériques et le flux solaire incident sur la surface libre du film ne peuvent avoir d'influence que sur le chauffage d'eau (chaleur sensible) et n'influent pas de manière significative le transfert de chaleur et de masse à l'interface liquide-gaz. Les climats ayant des faibles humidités ou des grandes vitesses du vent sont plus favorisant à l'évaporation du film liquide.

## REFERENCES

1. Seban R. A., Faghri A., 1976, Evaporation and heating with turbulent falling liquid films, *ASME J. Heat Tran.* vol. 98, pp. 315-318
2. Tsay Y. L., Lin T. F., 1995, Evaporation of heated falling liquid film into a laminar gas stream. *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol. 11, pp. 61-71.
3. Meszaache, E., Dagenet M., 2000, Etude numérique de l'évaporation dans un courant d'air humide laminaire d'un film d'eau ruisselant sur plaque inclinée. *Int. J. Therm. Sci.*, vol. 39, pp. 117-129.
4. Yan W. M., Soong C. Y., 1995, Convective heat and mass transfer along an inclined heated plate with film evaporation", *Int. J. Heat Mass transfer*, vol. 38, pp. 1261-1269.
5. B. Song, H. Inaba, A. Horibe, K. Ozaki, 1999, Heat and mass transfer of water film falling down a tilted plate with radiant heating and evaporation, *Heat and mass transfer*, vol. 34, pp. 387-393.
6. B. Song, H. Inaba, A. Horibe, K. Ozaki, 1999, Heat, mass and momentum transfer of a water film flowing down a tilted plate exposed to solar irradiation. *Int. J. Therm. Sci.* vol. 38, pp. 384-397.
7. 8. Song B.; Viskanta R., 1990, Deicing of solids using radiant heating, *AIAA J. Thermophys.*, vol. 4, pp. 311-317.
8. Brewster M.Q., Thermal Radiative Transfer and properties, 1992, *John Wiley & Sons*, New York.