

IDENTIFICATION DU COEFFICIENT DE DIFFUSION HYDRIQUE D'UN PRODUIT DEFORMABLE

I. HERMASSI*, L. HASSINI, S. AZZOUZ, A. BELGHITH

LETTM- FST. Campus Universitaire, 2092, Manar II, Tunisie.

E-mail : imenhermassi@yahoo.fr

RESUME :

Il s'agit de déterminer la diffusivité hydrique du raisin sultanine, à partir des cinétiques de séchage expérimentales, à travers la modélisation et l'identification des paramètres. L'approche adoptée, consiste à résoudre numériquement l'équation de conservation de la phase solide et l'équation de transfert d'eau (par diffusion/convection), couplées par la vitesse de contraction de la phase solide, due au retrait hydrique. Pour chaque pas de temps de la simulation, la diffusivité a été ajustée en minimisant l'écart entre la teneur en eau moyenne du grain calculée et mesurée. Une corrélation prédictive de la diffusivité en fonction de la température et de la teneur en eau a été établie.

NOMENCLATURE

c	concentration massique	(kg.m ⁻³)	
D	Diffusivité hydrique	(m ² .s ⁻¹)	Indices
d	diamètre du grain	(m)	a air
E _a	Energie d'activation	(kJ/mol)	éq équilibre
k	Coefficient de transfert de chaleur	(W.m ⁻² .K ⁻¹)	l liquide
R	Constante des gaz parfaits	(Pa m ³ .K ⁻¹)	s solide
r	rayon du grain	(m)	o initial (e)
T	Température	(K)	
t	temps	(s)	
u	Vitesse	(m.s ⁻¹)	
\vec{u}^*	Vitesse barycentrique massique	(m.s ⁻¹)	
V	Volume	(m ³)	
X	Teneur en eau base sèche	(kg.kg ⁻¹ .M.S)	
β	Coefficient de retrait volumique base sèche.		
ρ	Masse volumique du produit	(Kg.m ⁻³)	

1. INTRODUCTION

La répartition non-homogène de l'eau dans les milieux poreux provoque un gradient de concentration à l'origine d'un transport de matière par diffusion. Selon l'approche phénoménologique, la diffusion représente plusieurs mécanismes élémentaires de transport de l'eau, tels que : la migration par capillarité (diffusion liquide), la migration sous l'effet d'un gradient de fraction massique de vapeur d'eau dans la phase gazeuse (diffusion vapeur), la migration par diffusion moléculaire (diffusion-sorption) et la migration par des cycles d'évaporation condensation (Kim et Bhomik, 1995; Karathanos et al, 1990). La propriété associée à la diffusion de l'eau est la diffusivité hydrique. La connaissance de cette propriété est essentielle pour la simulation et l'optimisation du processus de séchage. D'après la littérature, les méthodes d'évaluation de cette propriété s'articulent autour de deux approches : analytique et numérique. La première est basée sur la solution analytique de la loi de Fick

et fournissant une valeur moyenne de la diffusivité (Giovanelli, 2002 ; Stamatios, 2004). Toutefois, les conditions d'application de cette loi ne sont pas strictement vérifiées pour les produits alimentaires susceptibles de grandes déformations. La deuxième approche est basée sur les solutions numériques des modèles simplifiés de séchage (Azzouz, 2002 ; Kechaou, 2000). Cette dernière a l'avantage de prendre en considération la variation du volume de l'échantillon et également la variation de la diffusivité en fonction de la teneur en eau. De nombreux travaux de recherche ont utilisé la méthode numérique afin d'évaluer diffusivité hydrique de différents produits alimentaires (Saravacos, 1986 ; Berna, 1991 ; Zogzaz, 1996 ; Kechaou, 1998 ; Bennamoun et al, 2006 ; Esmaili et al, 2007).

L'objectif de ce travail, est d'évaluer la diffusivité hydrique d'un grain de raisin sultanine, en fonction de la température et de la teneur en eau, à partir des cinétiques de séchage expérimentales convectives. La méthode adoptée, consiste à minimiser, pour chaque itération, de l'écart entre la teneur en eau moyenne expérimentale et calculée par un modèle de séchage, sans introduire une forme prédéfinie de la relation : $D = f(X)$.

2. PRESENTATION DU MODELE

La diffusivité hydrique du raisin sultanine est déterminée, à partir des cinétiques de séchage expérimentales. Cette approche, consiste à résoudre numériquement un modèle de séchage, comportant une équation de conservation de la phase solide et une équation de diffusion/convection de l'eau liquide. Ces deux équations sont couplées par la vitesse de contraction de la phase solide (u_s) et le coefficient de retrait volumique base sèche (β), due au retrait. Pour chaque pas du temps de la simulation, la diffusivité a été déterminée en minimisant la différence entre la teneur en eau simulée et celle mesurée.

2.1 Hypothèses simplificatrices

Pour simplifier la résolution du problème, les hypothèses suivantes sont retenues :

- Le produit est biphasique eau-solide,
- Les transferts de chaleur et de matière sont unidirectionnels,
- L'évaporation s'effectue en surface,
- Le retrait est idéal et isotrope.

2.2 Équations de transfert de matière

Les équations de conservation des phases solide et liquide s'écrivent respectivement :

$$\frac{\partial c_s}{\partial t} = -div(c_s \vec{u}_s), \quad \text{avec : } c_s = \frac{\rho_s}{1+\beta X} \quad (1)$$

$$\frac{\partial c_l}{\partial t} = -div(c_l \vec{u}_l), \quad \text{avec : } c_l = c_s X \quad (2)$$

La densité de flux de liquide est la somme d'un flux diffusif et d'un flux convectif du au retrait du produit (Bird et al, 1960):

$$c_l \vec{u}_l = -\rho D \overrightarrow{grad} \left(\frac{c_l}{\rho} \right) + c_l \vec{u}^* \quad (3)$$

Pour un produit composé exclusivement de liquide et de solide et subissant un retrait idéal, on a les relations suivantes (Ketelaars, 1992):

$$\vec{u}^* = \frac{c_s \vec{u}_s + c_l \vec{u}_l}{\rho} \quad (4)$$

$$\rho = c_l + c_s \quad (5)$$

En utilisant les relations (4) et (5) et en remplaçant c_l par son expression, l'Eq. (3) devient:

$$c_l \vec{u}_l = -c_s D \overrightarrow{\text{grad}} \left(\frac{c_l}{c_s} \right) + c_l \vec{u}_s = -c_s D \overrightarrow{\text{grad}}(X) + c_s X \vec{u}_s \quad (6)$$

et ainsi l'équation de conservation de la masse s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t} (c_s X) = \text{div} (c_s D \overrightarrow{\text{grad}}(X) - c_s X \vec{u}_s) \quad (7)$$

En combinant les équations (1) et (7), et en remplaçant c_s par son expression on obtient finalement les équations de conservation des phases solide et liquide :

$$\frac{\beta}{1+\beta X} \frac{\partial X}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 u_s) - \frac{u_s \beta}{1+\beta X} \frac{\partial X}{\partial r} \quad (8)$$

$$\frac{1}{1+\beta X} \frac{\partial X}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{D r^2}{1+\beta X} \frac{\partial X}{\partial r} \right) - \frac{u_s}{1+\beta X} \frac{\partial X}{\partial r} \quad (9)$$

2.3 Conditions initiales et aux limites

La température et la teneur en eau initiales du grain de raisin sont considérées uniformes. Il a été supposé aussi que l'eau est évaporée uniquement à la surface du produit et transporté ensuite par convection. La teneur en eau au centre du grain est considérée symétrique. Les conditions initiales et aux limites peuvent être formulées mathématiquement comme suit :

2.3.1 Conditions initiales

$$t = 0 : X = X_0 ; T = T_0 ; u_s = 0 \quad (10)$$

2.3.2 Conditions aux limites

$$t > 0 : r = 0 : \frac{\partial X}{\partial r} = 0 ; \frac{\partial T}{\partial r} = 0 ; u_s = 0 \quad (11)$$

$$r = R(t) : \left[\frac{\rho_s}{1+\beta X} \left(-D \frac{\partial X}{\partial r} + X u_s^r \right) \right]_R = K [X_{(r=R(t))} - X_{\text{éq}}] \quad (12)$$

Le coefficient de transfert de masse au niveau de la surface du grain de raisin est évalué à partir du coefficient de transfert de chaleur selon la formule suivante (Incropera, 1996) :

$$K = 0,74 \frac{D_a}{d} \left(\frac{u_a d}{\nu_a} \right)^{0,57} Sc^{0,33} \quad (13)$$

Le diamètre moyen du grain varie linéairement en fonction de la teneur en eau et la température de l'air n'a pas une influence significative sur le retrait (Masmoudi et al. 2008) :

$$d(\bar{X}) = 1,827 \bar{X} + 5,581 \text{ pour } 0,1 \leq \bar{X} \leq 4 \text{ kg/kg MS} \quad (14)$$

2.4 Méthode de résolution

Les équations de transfert d'eau ainsi que les conditions aux limites correspondantes sont résolues sur un maillage qui se déforme, tout en gardant un nombre de nœuds fixe et en faisant ajuster l'espacement au fil du temps. En effet, à chaque nouveau pas de temps, l'épaisseur des mailles sont réactualisées à l'aide de l'équation de retrait, exprimant le diamètre moyen du grain en fonction de sa teneur en eau du pas précédent, Eq. 14. Dans ce cas, où la maille se déforme avec le produit, il ne doit plus y avoir de terme convectif du au déplacement de la phase solide dans les équations de transfert de matière ($u_s = 0$).

3. EXPERIMENTATION

Les expériences de cinétiques de séchage ont été réalisées dans une soufflerie climatique de laboratoire dont les caractéristiques de l'air de séchage sont contrôlées (Figure 1). Pour chaque essai, nous avons utilisé un grain de raisin, blanchi dans une solution de NaOH (10%) à 95°C pendant 5 minutes, rincé par de l'eau froide et posé sur une grille perforée. Le suivi dans le temps de la masse du produit, est assurée par la pesée continue de l'ensemble produit- plateau support, à l'aide d'une balance de haute précision branchée à un système d'acquisition et de traitement des données. A la fin de chaque essai, le produit est placé dans une étuve à vide réglée à 70°C (AOAC) afin de déterminer sa masse sèche.



Figure 1. Boucle de séchage LETTM.

4. RESULTATS ET DISCUSSION

Les courbes d'évolution temporelle de la teneur en eau moyenne d'un grain de raisin, pour différentes conditions de l'air de séchage sont représentées sur la figure 2. Ces courbes montrent uniquement la phase de séchage à allure décroissante, durant laquelle le transfert de l'humidité dans le produit est contrôlé par le phénomène de diffusion. Du fait que l'influence de la température sur les cinétiques est plus significative que la vitesse de l'écoulement, les diffusivités sont évaluées pour différentes températures et pour une vitesse d'air constante.

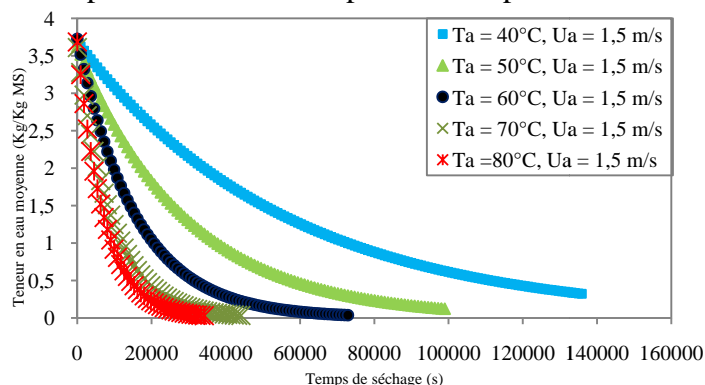


Figure 2. Évolution temporelle de la teneur en eau moyenne d'un grain de raisin sultanine.

Sur la figure 3, sont représentées les courbes de la diffusivité hydrique du raisin sultanine en fonction de la teneur en eau, pour différentes températures et pour une vitesse de l'air égale à 1,5 m/s. Sur cette figure, nous signalons une augmentation significative de la diffusivité hydrique avec la température de l'air et une augmentation modérée avec la teneur en eau. Une tendance analogue a été signalée par Kiranoudis et al. (1992) pour l'oignon; Zogzas et Maroulis (1996a) pour la pomme de terre, la carotte et la pomme; Kéchaou (2000) pour la banane et la dattes, Saravacos et Maroulis (2003) pour le raisin sultanine; Garau et al. (2005)

pour l'orange; Hassini (2007) pour la carotte, la pomme et la pomme de terre; et Guiné (2008) pour la poire. La diminution de la diffusivité avec la diminution de la teneur en eau est généralement considéré comme un comportement normale dans les monographies du domaine (Keey, 1972; Cherife, 1983; Saravacos, 1995). Elle est indicative du phénomène de diffusion en phase liquide. D'autres auteurs ont trouvé une tendance contraire pour d'autres produits alimentaires parmi lesquels (Azzouz, 2002) dans le cas du séchage convectif du raisin et (Sharma et al, 2005) dans le cas du séchage par radiation infrarouge de morceaux d'oignon. Ceci peut être expliqué par le mécanisme de diffusion de l'humidité sous forme vapeur.

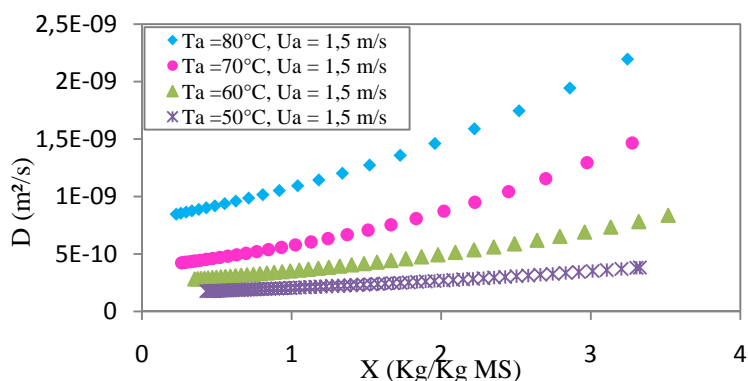


Figure 3. Diffusivité hydrique du raisin sultanine estimée numériquement ($U_a = 1,5 \text{ m/s}$).

Un nombre important des équations paramétriques empiriques exprimant la diffusivité en fonction de la teneur en eau est/ou la température, disponible dans la littérature (Zogzas, 1996b). Tous les chercheurs indiquent que l'effet de la température peut être décrit convenablement par une relation de type Arrhenius (Saravacos, 2003; Togrul, 2006; Roberts, 2008; Tripathy, 2009...). Par contre, l'effet de la teneur en eau n'est pas décrit par une forme généralement admise (Zogzas, 1996b ; Saravacos et Maroulis, 2003; Guiné, 2007). Pour notre produit, la diffusivité est bien représentée par une loi exponentielle :

$$D(X, T) = D_{x0}(T).exp(-D_{x1}(T).X) \quad (15)$$

La variation de $\ln(D_{x0})$ en fonction de $1/T$ est reportée sur la figure 4(a). Nous remarquons une tendance linéaire, qui indique que la variation de la diffusivité en fonction de la température suit une loi de type Arrhenius. La variation du coefficient D_{x1} en fonction de la température montre également un comportement linéaire (Figure 4(b)).

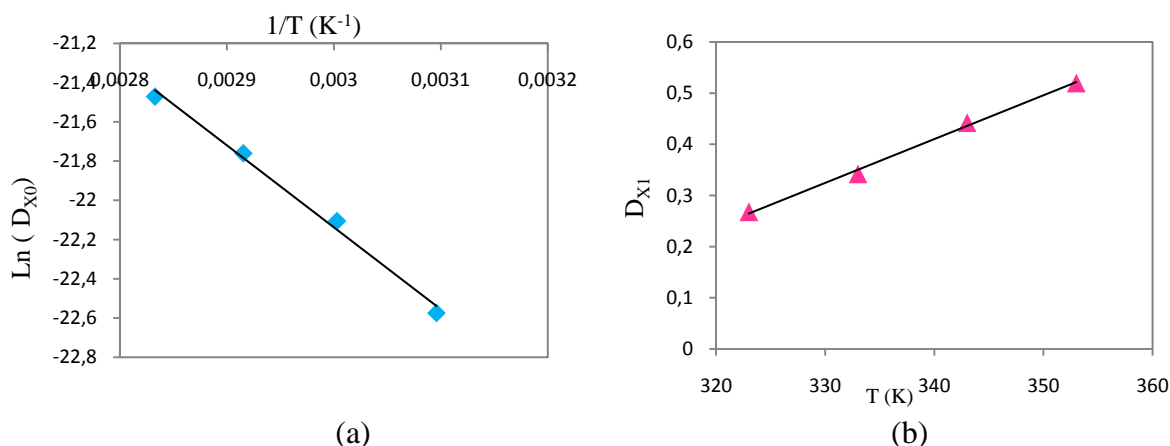


Figure 4. Identification des paramètres de l'équation (15).

Ainsi, en tenant compte des relations déterminées ci-dessus (Figure 4a et 4b), pour la gamme de teneur en eau de 3,8 à 0,3 kg/kg MS et pour une gamme de température de 50 à 80°C, la diffusivité hydrique du raisin sultanine est exprimée par l'équation suivante dont les différents paramètres sont regroupés dans le tableau 1:

$$D(X, T) = D_0 \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right) \exp[-(AT + B)X] \quad (16)$$

D₀ (m²/s)	E_a (KJ/mol)	A (K⁻¹)	B
6,78 x 10 ⁻⁵	34,87	0,008	-2,499

Tableau 1. Valeurs des paramètres de l'équation (16).

On note que, notre valeur d'énergie d'activation qui vaut 34,87 KJ/mol est proche de celle trouvée par Saravacos et Maroulis (2003) (34 KJ/mol) dans le cas de raisin sultanine.

5. CONCLUSION

Une méthode numérique d'évaluation de la diffusivité hydrique, à partir des cinétiques de séchage expérimentales, a été mise en place. Cette méthode fournit la corrélation prédictive de la diffusivité en fonction de la température et du taux d'humidité, en tenant compte rigoureusement de l'effet du retrait sur le transport de matière. Cette propriété hydrique importante, constitue une donnée cruciale sur le produit pour la modélisation et la simulation de son procédé de séchage.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. AOAC, 1990, Official methods of analysis. *Association of official chemists*, No.934-06. Washington DC.
2. F. D. Incropera et D. P. Dewitt, 1996, Fundamentals of heat and mass transfer. *John Wiley & Sons (Fourth Edition)*.
3. G. D. Saravacos et Z. B. Maroulis, 2003, Transport properties of foods.
4. G. Masmoudi, I. Hermassi, S. Azzouz et A. Belghith, (2008), Caractérisation expérimentale du raisin sultanine lors du séchage convectif, 2^{ème} Séminaire Maghrébin sur les Sciences et les Technologies de Séchage, Alger (Algérie), pp 1-6.
5. I. Doymaz, (2007), Air-drying characteristics of tomatoes. *Journal of Food Engineering* 78(2007), pp1291-1297.
6. K.O. Falade et E.S. Abbo, 2007, Air-drying and rehydration characteristics of date palm (Phoenix dactylifera L.) fruits. *Journal of Food Engineering* 79(2007), pp 724-730
7. L. Hassini, S. Azzouz, R. Peczalski et A. Belghith, 2007, Estimation of potato moisture diffusivity from convective drying kinetics with correction for shrinkage. *Journal of Food Engineering* 39, 47-56.
8. M.C. Garau, S. Simal, A. Fermentia et C. Rossello, 2006, Drying of orange skin : drying kinetics modeling and functional properties. *Journal of Food Engineering*, 75 (2006), pp 288.
9. N. Kechaou, 2000, Etude théorique et expérimentale du processus de séchage de produits agro-alimentaires". *Thèse d'Etat ès-sciences physiques. Faculté des Sciences de Tunis*.
10. R.P.F. Guiné , A.E. Rodrigues et M.M. Figueiredo, 2007, Modeling and simulation of pear drying. *Journal of Food Engineering*, 192(2000), pp 69-77.
11. S. Azzouz, A. Guizani, W. Jomaa et A. Belghith, 2002, Moisture diffusivity and drying kinetic equation of convective drying of grapes. *Journal of Food Engineering* (2002) p323.