

AMELIORATION DE L'ISOLATION THERMIQUE D'UNE CONDUITE HORIZONTALE PAR L'UTILISATION D'UNE COUCHE D'AIR ET D'UN ANNEAU POREUX

M. AIT SAADA^{1,*}, S. CHIKH¹, A. CAMPO²

¹Faculté de Génie Mécanique et de Génie des Procédés, USTHB,
B.P.32, El Alia, Bab Ezzouar 16111, Algérie
M_aitsaada@yahoo.fr, salahchikh@yahoo.fr

²Department of Mechanical Engineering, University of Vermont

RÉSUMÉ

La convection naturelle dans un espace annulaire horizontal et partiellement poreux est étudiée numériquement par une approche en volumes finis. L'insertion d'un gap d'air entre le cylindre intérieur et la couche poreuse collée au cylindre extérieur peut engendrer une réduction du transfert de chaleur. Pour cette situation, il est possible aussi de réduire les effets convectifs dans la région fluide par le déplacement de l'anneau poreux isolant de taille uniforme vers le bas sur une certaine distance à partir de la position concentrique avec le cylindre intérieur. Une réduction de 12% de la quantité de chaleur totale est obtenue pour $Ra = 10^6$, $R_c \leq 2$ et $Da = 10^{-8}$.

NOMENCLATURE

a	position du pôle du repère bipolaire, m	Ra	nombre de Rayleigh, $g\beta_T(T_i - T_e)r_i^3 / (\nu\alpha_T)$
Da	nombre de Darcy, $K / (\varepsilon r_i^2)$	R_c	rapport de conductivité thermique, k_{eff} / k
e	excentricité des cylindres, m	u, v	composantes de la vitesse, m/s
e_a	épaisseur moyenne du gap d'air, m	r^*, φ	coordonnées cylindriques, m et rd
h	coefficient métrique, m	<i>Symboles grecs</i>	
k	conductivité thermique du fluide, W/m	α, β	coordonnées bipolaires, rd
p	pression, N/m ²	ψ, θ	fonction de courant et température
Pr	nombre de Prandtl, ν / α_T	<i>Indices</i>	
Q	quantité de chaleur totale	f, p	fluide, poreux
R	rapport de rayon, $r_e / r_i = 2$	$i, e, 0, eff$	intérieur, extérieur, concentrique, eff

1. INTRODUCTION

L'étude de la convection naturelle dans un espace annulaire horizontal a fait l'objet de nombreux travaux en raison de ces applications pratiques (isolation thermique, stockage de l'énergie thermique, câbles électriques souterrains). Ces travaux ont considéré plus particulièrement des domaines purement fluides ou remplis totalement par un milieu poreux saturé. Des auteurs, comme Kuehn et Goldstein [1], Prusa et Yao [2], Bau et al. [3], Bau [4,5], Himasekhar et Bau [6] et Mota et Saadjan [7], ont montré que l'excentricité des cylindres de confinement peut engendrer une diminution des pertes thermiques. Il existe alors une valeur optimale de l'excentricité pour laquelle ces pertes sont minimales. Mota et al. [8] ont montré que l'allongement judicieux d'une des parois cylindriques dans la direction horizontale réduit les pertes de chaleur pour la même quantité du matériau isolant. Ce gain en énergie thermique est augmenté jusqu'à 10% en considérant un espace annulaire elliptique et excentré.

Dans ce travail, la convection naturelle dans un espace annulaire horizontal et partiellement poreux est analysée. Le cylindre intérieur est de rayon r_i et à température uniforme T_i , tandis que le cylindre extérieur est de rayon r_e et à température uniforme T_e ($R=r_e/r_i=2$ et $T_i > T_e$). Le domaine d'étude est composé d'un gap d'air autour du cylindre intérieur et d'une couche poreuse saturée autour du cylindre extérieur (Fig. 1). La couche poreuse est d'épaisseur uniforme e_p , de porosité ε ,

de perméabilité K et de conductivité thermique effective k_{eff} . Le gap d'air est une couche annulaire excentrée d'épaisseur moyenne e_a et d'excentricité e . Cette dernière (e) est positive lorsque la couche poreuse est déplacée vers le bas par rapport à la position concentrique avec le cylindre intérieur. Le fluide, air, est de masse volumique ρ , de coefficient de dilatation thermique β_T et de viscosité cinématique ν . L'objectif de cette étude est de déterminer en fonction des propriétés du matériau poreux (k_{eff} , K), de l'épaisseur e_a et de l'excentricité e , les conditions d'une réduction des pertes de chaleur pour une meilleure isolation thermique.

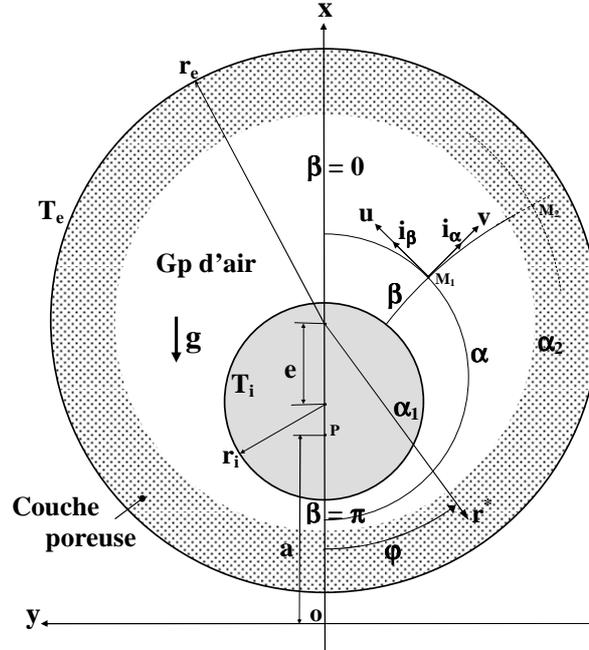


Figure 1. Domaine d'étude.

2. FORMULATION MATHÉMATIQUE

Le transfert de chaleur par convection naturelle 2D stationnaire et laminaire est gouverné par les équations de conservation de masse, de quantités de mouvement et d'énergie qui sont écrites en coordonnées bipolaires dans la région fluide et en coordonnées cylindriques dans la région poreuse. Le modèle de Darcy-Brinkman est considéré pour décrire l'écoulement dans le milieu poreux. En adoptant l'approximation de Boussinesq, les équations gouvernantes adimensionnelles, appliquées dans la couche d'air excentrée, sont écrites en coordonnées bipolaires de la manière suivante :

$$H \frac{\partial V}{\partial \alpha} + H \frac{\partial U}{\partial \beta} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(H V V - Pr H \frac{\partial V}{H \partial \alpha} \right) + \frac{\partial}{\partial \beta} \left(H U V - Pr H \frac{\partial V}{H \partial \beta} \right) = -H \frac{\partial P}{\partial \alpha} \\ - \left(Pr \frac{(\cosh \alpha + \cos \beta) V}{A H} \right) H^2 + \left(2 Pr \frac{\sinh \alpha}{A} \frac{\partial U}{H \partial \beta} \right) H^2 - \left(2 Pr \frac{\sin \beta}{A} \frac{\partial U}{H \partial \alpha} \right) H^2 \\ - \left(\frac{\sinh \alpha U^2}{A} \right) H^2 + \left(\frac{\sin \beta U V}{A} \right) H^2 + Ra Pr \theta \frac{H}{A} (\cosh \alpha \cos \beta - 1) H^2 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(H V U - Pr H \frac{\partial U}{H \partial \alpha} \right) + \frac{\partial}{\partial \beta} \left(H U U - Pr H \frac{\partial U}{H \partial \beta} \right) = -H \frac{\partial P}{\partial \beta} \\ - \left(Pr \frac{(\cosh \alpha + \cos \beta) U}{A H} \right) H^2 - \left(2 Pr \frac{\sinh \alpha}{A} \frac{\partial V}{H \partial \beta} \right) H^2 + \left(2 Pr \frac{\sin \beta}{A} \frac{\partial V}{H \partial \alpha} \right) H^2 \\ + \left(\frac{\sinh \alpha U V}{A} \right) H^2 - \left(\frac{\sin \beta V^2}{A} \right) H^2 + \left(Ra Pr \theta \frac{H}{A} \sinh \alpha \sin \beta \right) H^2 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} (H V \theta - R_c H \frac{\partial \theta}{H \partial \alpha}) + \frac{\partial}{\partial \beta} (H U \theta - R_c H \frac{\partial \theta}{H \partial \beta}) = 0 \quad (4)$$

Il faut ajouter aussi les équations de conservation appliquées dans l'anneau poreux concentrique [1]. Les variables adimensionnelles et les caractéristiques du repère bipolaire sont définies par:

$$r = r^* / r_i, U = u / (\alpha_T / r_i), V = v / (\alpha_T / r_i), P = p / \rho (\alpha_T / r_i)^2, \theta = (T - T_e) / (T_i - T_e), \\ A = a / r_i, H = H_\alpha = H_\beta = h / r_i$$

Des nombres adimensionnels apparaissent et constituent les paramètres d'étude : Ra, Pr, Da, R_c, ainsi que l'épaisseur moyenne du gap d'air e_a^{*} = e_a/r_i, l'épaisseur de la couche poreuse e_p^{*} = R-1-e_a^{*} et l'excentricité e^{*} = e/r_i. Dans la région fluide, on pose : Da → ∞ et R_c = 1. La moitié de l'espace est considéré comme domaine d'étude en raison de la symétrie du problème par rapport à l'axe vertical des cylindres. Les conditions aux limites imposées sont:

$$\text{à } \alpha = \alpha_1 : \quad U=V=0 \text{ et } \theta=1 \quad (6)$$

$$\text{à } r = R : \quad U=V=0 \text{ et } \theta=0 \quad (5)$$

$$\text{à } \beta, \varphi=0^\circ \text{ ou } 180^\circ : \quad U = \frac{\partial V}{\partial \beta} = \frac{\partial V}{\partial \varphi} = \frac{\partial \theta}{\partial \beta} = \frac{\partial \theta}{\partial \varphi} = 0 \quad (7)$$

La continuité des grandeurs physiques est assurée à l'interface perméable poreux-air (α = α₁). En régime stationnaire, la quantité de chaleur totale, échangée entre les cylindres, est déterminée par:

$$Q = -2 \int_0^\pi \left. \frac{\partial \theta}{\partial \alpha} \right|_{\alpha_1} d\beta = -2 R_c R \int_0^\pi \left. \frac{\partial \theta}{\partial r^*} \right|_R d\varphi \quad (8)$$

3. PROCÉDURE NUMÉRIQUE

Les équations gouvernantes sont discrétisées par la méthode des volumes finis en considérant des maillages de 150×150 nœuds. L'algorithme SIMPLE est adopté pour traiter le couplage vitesse - pression (Patankar [9]). Le schéma PLDS (Power Law Differencing Scheme) est considéré pour la discrétisation des termes de convection et de diffusion. Les systèmes d'équations algébriques obtenus sont résolus par la combinaison de l'algorithme TDMA et la méthode de Gauss-Seidel. Le critère de convergence du processus itératif est atteint lorsque l'erreur maximale sur U, V et θ est inférieure à 10⁻⁵, le résidu massique de l'équation de continuité est inférieur à 10⁻¹⁰ et les résidus maximaux des équations de quantités de mouvement et d'énergie sont inférieurs à 10⁻⁶.

Le programme de calcul élaboré est validé par des résultats antérieurs. La figure 2 donne une comparaison avec les distributions des lignes de courant obtenues, numériquement, par Prusa et Yao [2], et des isothermes obtenues, expérimentalement, par Kuehn et Goldstein [1] dans le cas d'un espace annulaire excentré et purement fluide (R = 2.6, Ra = 11931.4 et Pr = 0.706).

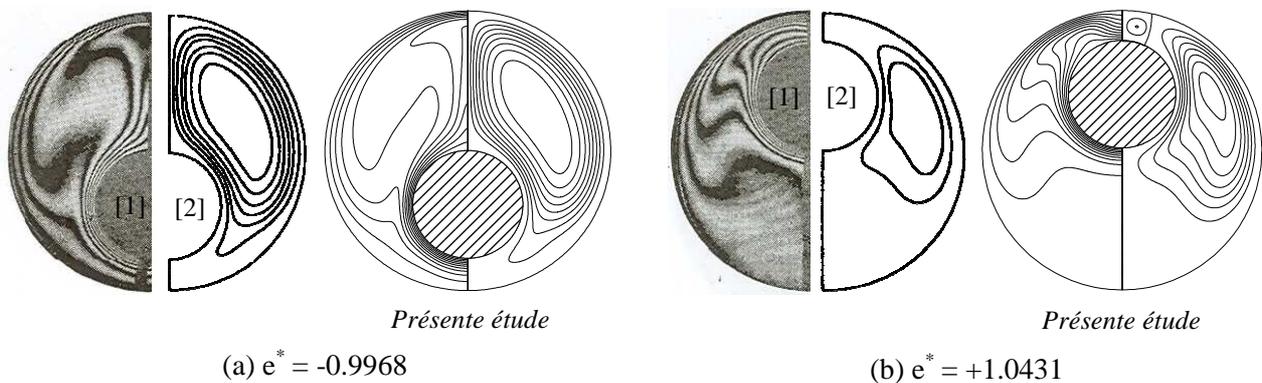


Figure 2. Comparaison avec les résultats de Kuehn et Goldstein [1] et de Prusa et Yao [2].

Le déplacement du cylindre extérieur suivant une excentricité négative ($e^* = -0.9968$) favorise l'écoulement convectif (Fig. 2a) tandis que son déplacement suivant une excentricité positive ($e^* = +1.0431$) le réduit (Fig. 2b). Pour la deuxième situation, les lignes d'isotherme ont tendance à se resserrer dans le voisinage du sommet du cylindre intérieur et à se détacher de la paroi un peu plus bas, ce qui implique l'existence d'une deuxième cellule d'écoulement. Cet écoulement secondaire est mis en évidence par les interférogrammes de Kuehn et Goldstein alors que les lignes de courant numériques de Prusa et Yao ne présentent que la cellule principale. Pour les deux excentricités, les champs dynamique et thermique du présent travail montrent une bonne concordance avec ceux de [1] et [2].

3. RÉSULTATS ET DISCUSSION

Les matériaux poreux utilisés sont des isolants de rapports de conductivité thermique $1 \leq R_c \leq 2$ et de perméabilités inférieures à 10^{-12} m^2 ($10^{-8} \leq Da \leq 10^{-2}$). La figure 3 illustre l'évolution du flux de chaleur total Q_0 en fonction de l'épaisseur e_a^* dans le cas où les cylindres sont coaxiaux ($e^* = 0$). Pour un rapport de conductivité thermique unitaire ($R_c = 1$), les effets convectifs apparaissent à partir d'une certaine épaisseur du gap d'air pour laquelle l'intensité des forces de viscosité devient comparable devant celle des forces de poussée thermique (fig. 3a). Pour $R_c = 2$, la diminution de l'épaisseur de la couche poreuse entraîne une augmentation de la résistance thermique de conduction qui engendre une diminution du transfert de chaleur jusqu'à atteindre une certaine épaisseur du gap d'air en dessus de laquelle les effets convectifs apparaissent et compensent progressivement les effets de conduction. Deux points sont définis sur la figure 3b : une isolation optimale correspondant à des pertes thermiques minimales $Q_{opt,0}$ pour $e_a^* = e_{a,opt}^*$ et une limite supérieure d'une isolation économique, représentée par la même quantité de chaleur obtenue pour le cas de référence totalement poreux ($e_a^* = 0$), mais avec moins de matière isolante ($e_a^*, Q_{p,0}$)_{CV}.

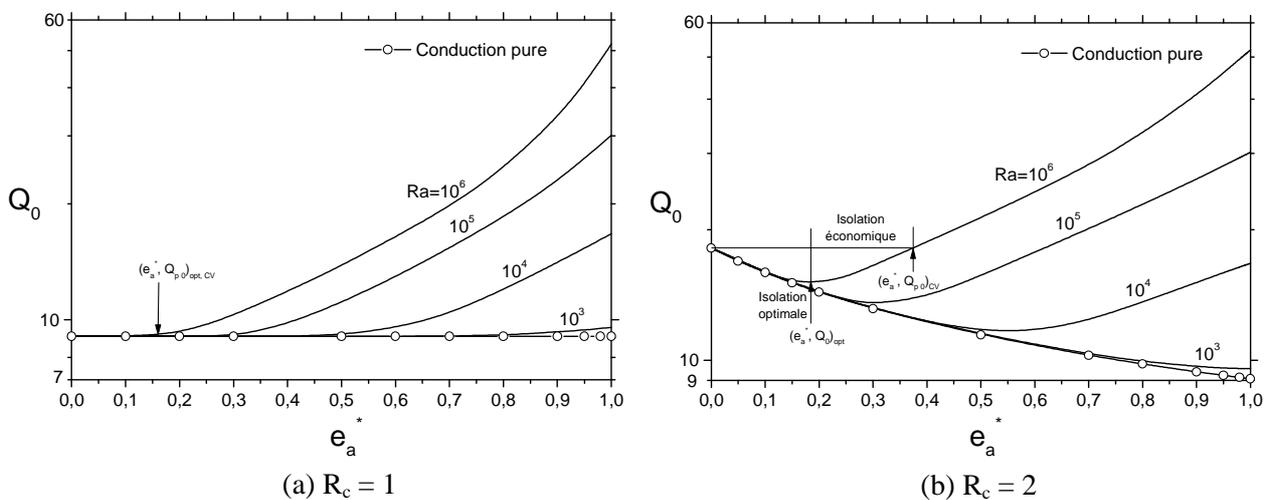


Figure 3. Evolution du flux de chaleur total en fonction de l'épaisseur du gap d'air pour le cas d'un espace annulaire concentrique ($e^* = 0, Da = 10^{-8}$).

Une orientation excentrée d'un anneau isolant de taille uniforme par rapport au cylindre intérieur peut avoir un effet réducteur du transfert de chaleur. La figure 4 représente des lignes de courant et des isothermes pour le cas d'un gap d'air épais ($Ra = 10^6, e_a^* = 0.7, R_c = 2$ et $Da = 10^{-8}$). Pour $e^*/e_a^* = -0.5$, le renforcement des effets convectifs est complété par l'amélioration du transfert thermique par conduction en bas de l'espace annulaire, ce qui engendre un rapport de quantité de chaleur total $Q/Q_{f,0}$ de 57.57%. Pour $e^*/e_a^* = +0.8$, la diminution de la puissance de la cellule convectif est provoquée par l'intensification des effets visqueux en haut de la région fluide. En plus, le transfert

de chaleur par conduction devient très faible dans la zone de stagnation en bas de l'espace annulaire, ce qui produit un rapport de quantité de chaleur total Q/Q_{f0} de 47.11%, même en présence d'un important échange de chaleur par conduction dans la partie supérieure du domaine.

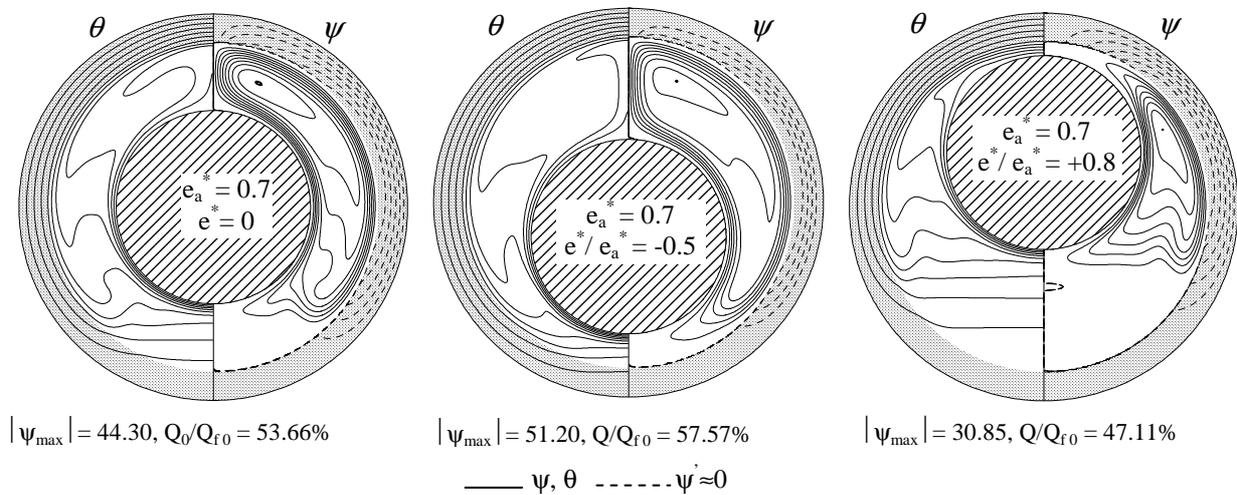


Figure 4. Distribution des lignes de courant et des isothermes dans un espace annulaire excentré et partiellement poreux (couche poreuse uniforme, $Ra = 10^6$, $e_a^* = 0.7$, $R_c = 2$, $Da = 10^{-8}$).

L'analyse de l'effet du paramètre e^* sur la quantité de chaleur totale échangée entre les cylindres est abordé par la figure 5. Pour $Ra = 10^4$, la qualité de l'isolation optimale est dégradée sous l'effet de l'augmentation de l'excentricité e^* (Fig. 5a). Cette dégradation est provoquée par la diminution de la résistance thermique totale de conduction et par la croissance des effets convectifs. Pour une isolation économique ($e_a^* = 0.7$), le déplacement de l'anneau isolant vers le bas engendre plutôt au départ une légère diminution des effets convectifs qui réduisent la quantité de chaleur jusqu'à un taux maximal de 0.8% à une excentricité $e^*/e_a^* = +0.12$. Au-delà de cette limite, l'augmentation des effets de conduction produit une croissance du transfert de chaleur.

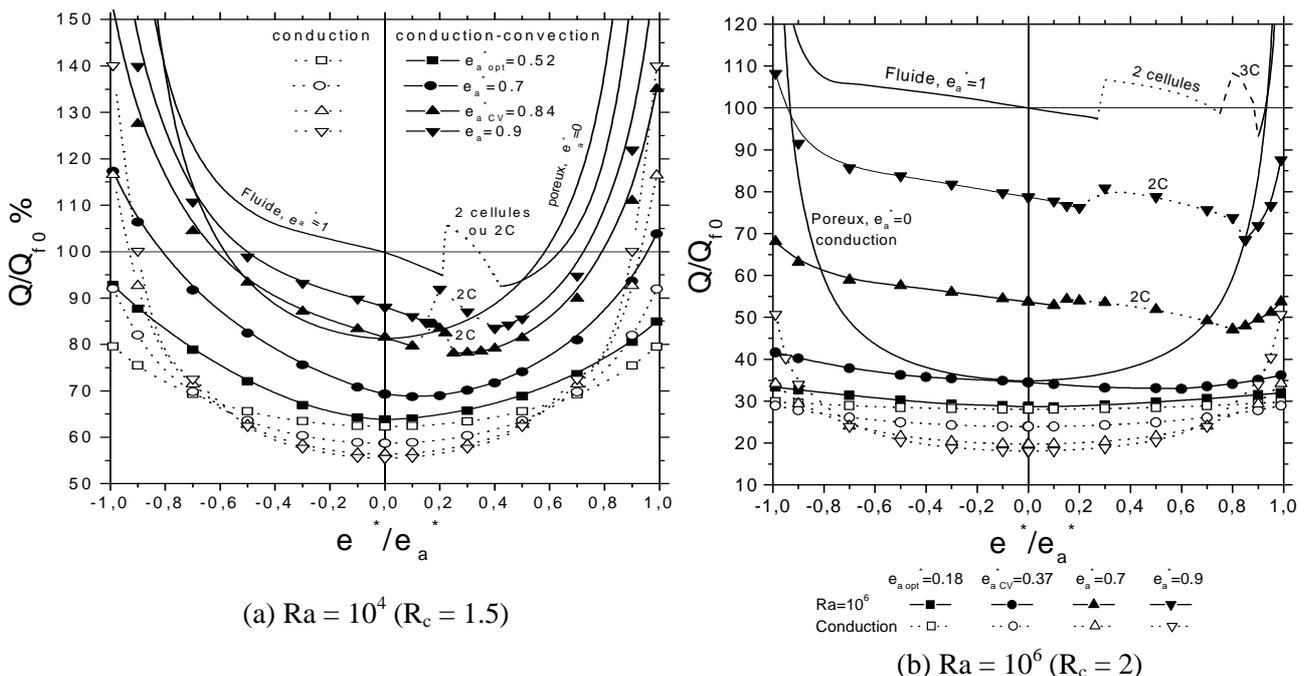


Figure 5. Flux de chaleur total en fonction de l'excentricité e^* (couche poreuse uniforme, $Da=10^{-8}$).

Lorsque le gap d'air est d'une épaisseur limite $e_{a\text{ CV}}^*$, un régime d'écoulement bi-cellulaire apparaît dans la plage $+0.1 < e^*/e_a^* < +0.25$. La quantité de chaleur totale subit une augmentation brusque au début de l'apparition de ce régime, puis décroît avec e^* jusqu'à atteindre une valeur minimale correspondante à un taux maximal de réduction du transfert de chaleur (4% pour $e^*/e_a^* = +0.25$). Par la suite, les effets de conduction induisent une augmentation de Q en fonction de e^* dans un régime d'écoulement monocellulaire.

Pour $Ra = 10^6$, le taux maximal de réduction du flux de chaleur total devient plus grand et son point sur la figure 5.b est délocalisé vers une excentricité positive plus large à cause de l'amplification des effets convectifs dans la région fluide d'épaisseur $e_a^* \geq e_{a\text{ CV}}^*$. La nouvelle position de l'excentricité correspond à une limite en dessus de laquelle les effets de conduction deviennent plus importants devant les effets de convection et imposent ainsi un régime d'écoulement monocellulaire. Elle correspond aussi à une limite de transition de l'écoulement bicellulaire à l'écoulement monocellulaire dans les couches d'air épaisses ($e_a^* \geq 0.7$), caractérisées par une forte influence de la poussée thermique. Il est démontré ainsi qu'à partir d'une disposition concentrique, le déplacement vertical de l'anneau isolant vers le bas sur une certaine excentricité peut mener à une réduction du transfert de chaleur qui peut atteindre un taux appréciable (12.2% pour $Ra = 10^6$), principalement, à cause de l'atténuation de l'influence de la convection thermique, mais sans engendrer une grande influence de la conduction thermique.

4. CONCLUSION

La convection naturelle dans un espace annulaire horizontal en présence de deux couches air-poreux est étudiée, numériquement, pour déterminer les conditions d'un transfert de chaleur optimal. L'amélioration de l'isolation thermique concerne les situations de gaps d'air intérieurs d'épaisseur $e_a^* \geq e_{a\text{ CV}}^*$ ($10^4 \leq Ra \leq 10^6$, $1 \leq R_c \leq 3$, $Da = 10^{-8}$). Dans ce but, une technique, d'efficacité moyenne, consiste à réduire les effets convectifs dans la région fluide par l'étouffement de la cellule d'écoulement. Cela est obtenu par le déplacement vertical de l'anneau isolant de taille uniforme vers le bas sur une certaine distance à partir de la position concentrique avec le cylindre intérieur. Le taux de réduction du transfert de chaleur et l'excentricité correspondante augmentent avec l'intensité de l'effet de la poussée thermique. Cette procédure peut réduire de 12% la quantité de chaleur totale échangée entre les cylindres pour $Ra = 10^6$.

RÉFÉRENCES

1. T. H. Kuehn and R. J. Goldstein, 1978, An experimental study of natural convection heat transfer in concentric and eccentric horizontal cylindrical annuli, *J. Heat Transfer*, vol.100, n°: pp.635-640.
2. J.Prusa and L.S.Yao, 1983, Natural convection heat transfer between eccentric horizontal cylinders, *J. Heat Transfer*, vol.105, n°: pp.108-116.
3. H. H. Bau, G. Mcblane and I. Saferstein, 1983, Numerical simulation of thermal convection in an eccentric annulus containing saturated porous media, *ASME 83-WA/HT-34*.
4. H. H. Bau, 1984a, Low Rayleigh number thermal convection in a saturated porous medium bounded by two horizontal eccentric cylinders, *J. Heat transfer*, vol.106, n°: pp.166-175.
5. H. H. Bau, 1984b, Thermal convection in a horizontal eccentric annulus containing saturated porous medium – an extended perturbation expansion, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol.27, n°: pp.2277-2287.
6. K. Himasekhar and H. H. Bau, 1986, Large Rayleigh number convection in a horizontal, eccentric annulus containing saturated porous media, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol.29, n°: pp.703-712.
7. J. P. B. Mota and E. Saatdjan, 1997, On the reduction of natural convection heat transfer in horizontal eccentric annuli containing saturated porous media, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol.7, n°: pp.401-416.
8. J. P. B. Mota, I. A. A. C. Esteves, C. A. M. Portugal J. M. S. S. Esperança and E. Saatdjan, 2000, Natural convection heat transfer in horizontal eccentric elliptic annuli containing saturated porous media, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol.43, n°: pp.4367-4379.
9. S.V. Patankar, Numerical heat transfer and fluid flow, *McGrawHill*, 1980, *Hemisphere*, W, D.C.