

## MODELE NUMERIQUE POUR LE DEPÔT DE PARAFFINE DANS LES CONDUITES

R. Boucetta<sup>1</sup> et M. Kessal<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Faculté des sciences, Université de Boumerdès, 35000, Algérie

<sup>2</sup>Faculté des Hydrocarbures et de la Chimie, Université de Boumerdès, 35000, Algérie  
R\_Boucetta@yahoo.fr, m.kessal@voilà.fr

### RESUME

Une étude sur l'écoulement des fluides visqueux chargés de paraffine est menée sur la base des équations du mouvement, du transfert de chaleur et du transfert de masse (par diffusion moléculaire et dispersion de cisaillement). Ces dernières sont réécrites sous une forme adimensionnelle. Une résolution numérique du nouveau système d'équations, par la méthode de Runge-Kutta d'ordre quatre, est réalisée pour deux cas pratiques courants afin de prévenir le problème d'obstruction des conduites.

### 1. INTRODUCTION

Les écoulements de fluides visqueux et paraffineux ont lieu dans plusieurs installations industrielles comme les puits de production et les réseaux de collecte de pétrole, les conduites de chargement et de déchargement de ce liquide, ainsi que les canalisations d'acheminement des huiles. Le problème généralement posé est celui de l'obstruction de ces canalisations, compte tenu de l'influence de la température sur le comportement du produit.

Ce problème a fait l'objet d'un grand nombre de travaux expérimentaux [1-3], analytiques et numériques [4-8] dans différentes configurations. Le but étant de maîtriser les divers paramètres régissant le problème de déposition, ainsi que l'exploitation des équipements associés.

Comme suite au travail de Souza Mendes [5], nous avons considéré deux cas de figure: une  $\Delta p$  constante et un débit  $Q$  variable (cas A), avec comme extension au travail de l'auteur précité [5] nous avons introduit le terme du transfert de masse par dispersion de cisaillement ainsi que chaleur latente.

### 2. MODELE THEORIQUE

On distingue deux régions de l'écoulement (fig.2), la première commence à  $x = 0$  et fini à  $x_d$ , où le produit est en contact avec la paroi et où il atteint la température du point de d'équilibre ( $T_w|_{x_d} = T_c$ ). Dans cette région, le produit n'est pas encore saturé, il n'y a donc aucune précipitation de paraffine. L'autre région de l'écoulement constitue le reste du domaine,  $x_d \leq x \leq L$ . Dans cette région le produit est supposé saturé de paraffine.



Figure 1 : Déposition de paraffine dans les conduites

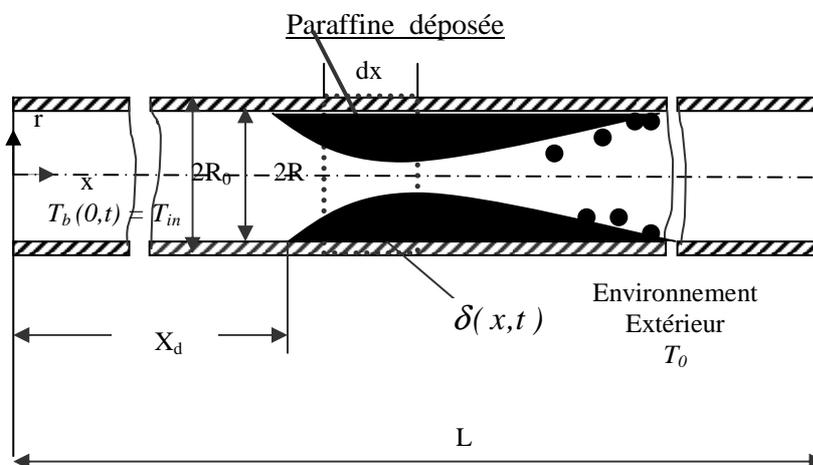


Figure 2 : Schématisation du problème

## 2.1 Equation de la quantité de mouvement

Pour un écoulement unidirectionnel d'un fluide visqueux chargé de paraffine, en négligeant les termes non linéaires et compte tenu de la répartition de l'épaisseur ( $d = 2[R - \delta]$ ), l'équation de conservation de la quantité de mouvement s'écrit :

$$\Delta p = p_{in} - p_{atm} - \rho g H = \frac{\rho Q^2}{4\pi^2 R^4} \int_0^{L^*} \frac{f}{(1 - \delta^*)^5} dx^* \quad (1)$$

Où  $p_{in}$  est la pression à l'entrée,  $p_{atm}$  la pression atmosphérique,  $g$  l'accélération de la pesanteur,  $H$  la dénivelée entrée-sortie du tube,  $f = f(x, t)$  le coefficient de frottement,  $R$  le rayon du tube et  $\rho$  la densité de fluide supposée constante.

## 2.2 Forme adimensionnelle des paramètres

L'introduction d'une forme adimensionnelle des paramètres permet d'écrire :

$L^* = L/R$ , longueur adimensionnelle,  $x^* = x/R$ , coordonnée axiale adimensionnelle

et  $\delta^* = \delta/R$ , l'épaisseur adimensionnelle de la couche déposée.

Le débit instationnaire est obtenu de l'équation (1) sous la forme suivante :

$$Q(t) = 2\pi R^2 \sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}} \frac{1}{\sqrt{\int_0^{L^*} \frac{f}{(1-\delta^*)^5} dx^*}} \quad (2)$$

Il est utile de rappeler que cette forme de débit souligne l'interdépendance débit-variation de pression. Il faut donc fixer l'un de ces deux paramètres dans le calcul, ce qui nous conduira par la suite à considérer les deux cas de figure précités.

### 2.3 Bilan énergétique

Le transfert thermique joue un rôle important dans le processus de dépôt. Si nous appliquons le principe de la conservation de l'énergie en régime permanent, au volume de contrôle (fig. 2), nous obtenons:

$$2\pi R U (T_b - T_0) dx = -\rho Q c dT - \rho Q \frac{\varepsilon H}{T_c - T_\varepsilon} dT_b \quad (3)$$

Avec  $\varepsilon$  quantité de paraffine déposée,  $T_\varepsilon$  température pour que  $\varepsilon$  est connu,  $T_c$  température de cristallisant de la paraffine et  $H$  chaleur de cristallisant.

Le coefficient global de transfert de chaleur  $U$ , réécrit sous une forme adimensionnelle est:

$$U^* = \frac{UR}{k_i} = \left[ \frac{2k_i/k_0}{Nu_0} + \frac{k_i}{k_w} \ln\left(\frac{R_0}{R}\right) + \frac{k_i}{k_d} \ln\left(\frac{1}{1-\delta^*}\right) + \frac{2}{Nu_i} \right]^{-1} \quad (4)$$

La température adimensionnelle pour les deux cas est:

$$\theta = \exp \left[ -\frac{4U_0^* x_d^*}{Pe_0 Q / Q_0} - \frac{4}{Pe_0 Q / Q_0 \left(1 + \frac{2\varepsilon H}{T_c - T_\varepsilon} \frac{1}{c}\right)} \int_{x_d^*}^{x^*} U^* dx^* \right] \quad \text{Case A} \quad (5a)$$

$$\theta = \exp \left[ -\frac{4U_0^* x_d^*}{Pe_0} - \frac{4}{Pe_0 \left(1 + \frac{2\varepsilon H}{T_c - T_\varepsilon} \frac{1}{c}\right)} \int_{x_d^*}^{x^*} U^* dx^* \right] \quad \text{Case B} \quad (5b)$$

### 2.4 Epaisseur de couche du dépôt de paraffine

Pour compléter la formulation du problème nous avons besoin d'une équation régissant l'évolution de l'épaisseur du dépôt de paraffine  $\delta^*(x^*, t^*)$ . Pour cela en écrivant l'équation flux de masse (diffusion moléculaire + dispersion de cisaillement) de paraffine à l'interface solide-liquide. La variation de l'épaisseur par rapport au temps s'écrit sous la forme suivante :

$$\rho_d \frac{\partial \delta^*}{\partial t^*} = \begin{cases} 0, & \text{si } 0 \leq x^* \leq x_d^* \\ m_m + m_s & \text{si } x_d^* \leq x^* \leq L^* \end{cases} \quad (6)$$

$$m_m = \frac{\rho_d S^* U^*}{1 - \delta^*} \theta, \quad m_s = \frac{\rho_d B}{1 - \delta^*}, \quad B = \frac{2u_0 D_s C_s}{\rho_d D_m}, \quad t^* = \frac{D_m t}{R^2} \quad \text{et} \quad S^* = \frac{S(T_{in} - T_0)}{\rho_d}$$

Où  $m_m$  et  $m_s$  désignent respectivement le transfert de masse par diffusion et par dispersion,  $S^*$  est le coefficient de solubilité adimensionnel. Le terme  $B$  est calculé pour:

$$D_s = 4,8 \times 10^{-3} \text{ cm} ; D_m = 0,4 \times 10^{-4} \text{ cm}^2 / \text{s} ; C_s = 0,51 \times 10^{-6} \text{ g} / \text{cm}^3 ; \rho_d = 0,8 \text{ g} / \text{cm}^3 \text{ et } u_0 = 200 \text{ cm} / \text{s} \text{ [7].}$$

### 3. RESULTATS ET DISCUSSION

#### 3.1 Méthode de résolution

En fixant la condition initiale  $\delta^*(x^*, 0) = 0$ , on résout le système d'équations (6) en utilisant la méthode itérative de Runge-Kutta d'ordre quatre. Le calcul des paramètres essentiels (le débit, la température, la pression et la variation longitudinale de pression) a fait l'objet de la méthode itérative de Newton Cotes d'ordre huit [9].

Pour compléter les données de ce problème, on définit les constantes comme suit :

$$L/R = 1000; \theta_c = (T_c - T_o)/(T_{in} - T_o) = 0,9; S^* = 0,06; k_i/k_d = 1; Nu_i = 3,66$$

#### 3.2 Résultats

L'application du système précédent pour une conduite verticale (fig.2) permet d'observer la répartition, dans le temps et dans l'espace, de la déposition de paraffine pour le cas A, compte tenu de la chaleur latente, de la diffusion moléculaire et de la dispersion (cisaillement).

Après la reproduction de résultats de [5] (figure 4), nous avons introduit les termes de la dispersion dans le flux de masse et la chaleur latente dans le bilan énergétique. Ceci dans le but d'observer l'influence de ces deux termes.

La comparaison de notre résultats (figure 5 et 6) avec ceux de Souza Mendes [5] montre les effets de la chaleur latente et de la dispersion sur l'épaisseur de dépôt de paraffine.

Sur la figure 3 on observe l'influence importante de la chaleur latente qui permet de couvrir une longueur de déposition plus importante.

La figure 4 montre la répartition de l'épaisseur en absence de dispersion et la chaleur latente. Comparée à la figure 6, on remarque que l'obstruction est plus rapide dans le cas correspondant à la présence des trois termes (diffusion moléculaire, dispersion et chaleur latente) à  $t^* = 6$  sur la figure 6 et  $t^* = 10$  sur la figure 4.

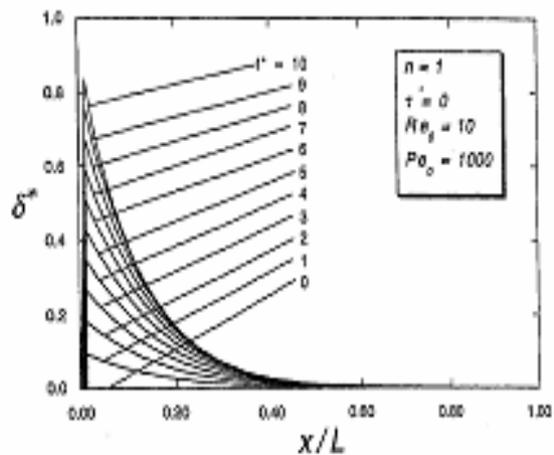


Figure 3: Répartition longitudinale de l'épaisseur ( $Re_0=10$ ,  $Pe_0=1000$ ) [5]

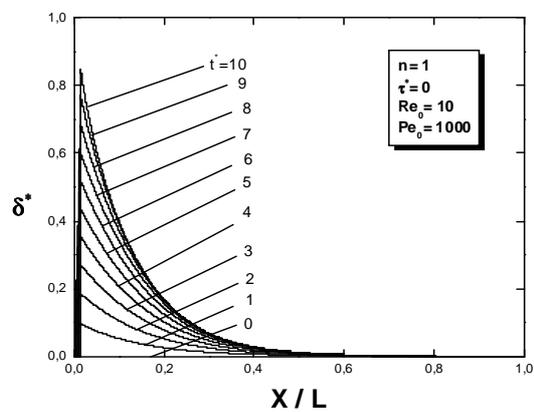


Figure 4: Répartition longitudinale de l'épaisseur ( $Re_0=10$ ,  $Pe_0=1000$ )

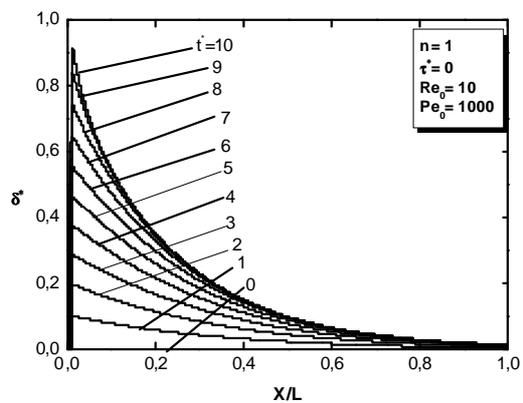


Figure 5: Répartition longitudinale de l'épaisseur ( $Re_0=10$ ,  $Pe_0=1000$ )

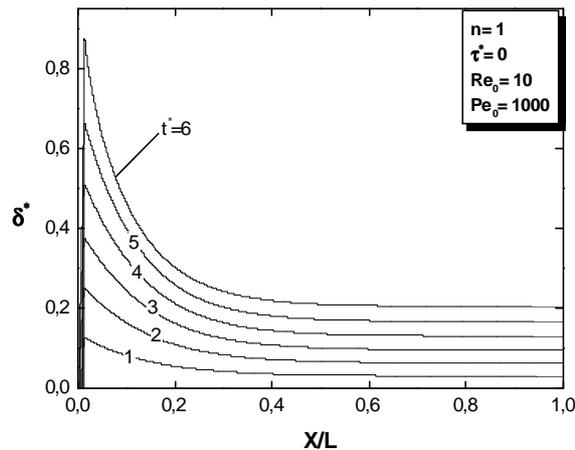


Figure 6: Répartition longitudinale de l'épaisseur ( $Re_0=10$ ,  $Pe_0=1000$ )

## CONCLUSION

Le phénomène de déposition de paraffine, lors d'un écoulement d'un fluide visqueux chargé de paraffine, a été modélisé pour le cas d'une conduite de section circulaire. La simulation de l'influence de chaleur latente, diffusion et dispersion sur la répartition du dépôt de paraffine est réalisée par une analyse dimensionnelle des paramètres associés. On remarque l'influence prépondérante de chaleur latente et la dispersion de paraffine sur le temps d'obstruction de la canalisation ainsi que la forme de l'épaisseur du dépôt de paraffine.

Par conséquent la négligence des termes de chaleur latente et dispersion de cisaillement peut conduire aux résultats moins réalistes.

## REFERENCE

1. F.W. Jessen, J.N. Howell, 1958, *Petroleum Transactions, AIME*, pp. 80-84
2. E.D. Burger, T.K. Perkins, J.H. Striegler, 1981, *Journal of Petroleum Technology*, pp. 1075-1086
3. W. Chien-hou *et al*, 2002, *AIChE Journal*, pp. 2107- 2110
4. J.S. Weingarten, J.A. Euchner, 1986, *Society of Petroleum Engineers, SPE* 15654
5. P.R. Souza Mendes, S.L. Braga, 1996, *Journal of Fluids Engineering ASME*, 722-728
6. L. Fusi, 2003 *Nonlinear Analysis*, 53, pp. 507-526
7. R. Venkatesan, H.S. Fogler, 2004, *AIChE Journal*, 50, pp.1623-1626
8. S. Corraera *et al*, 2006, *Meccanica, Springer*, V 42 pp. 149-165.
9. B. Démidovith, I. Maron, 1987, *Eléments de Calcul Numérique, Editions MIR Moscou*