

DEVELOPPEMENT SIMULTANE DE L'ÉCOULEMENT LAMINAIRE D'UN FLUIDE VISCOPLASTIQUE DANS UNE CONDUITE CIRCULAIRE INCLINEE EN MODE DE CONVECTION MIXTE

A. Boutra, Y.K. Benkahla et N. Labsi*

*Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene
Faculté de Génie Mécanique et de Génie des Procédés
B.P. 32 El-Alia Bab Ezzouar 16111 – Alger – Algérie
aeknad@yahoo.fr, youbenkahla@yahoo.fr, nabilalabsi@yahoo.fr*

RESUME

Le présent travail porte sur l'étude numérique, par le biais de la méthode des volumes finis, de l'écoulement laminaire et stationnaire ascendant d'un fluide non newtonien obéissant au modèle rhéologique de Bingham, au sein d'une conduite cylindrique de section droite circulaire. Cette conduite, inclinée par rapport à l'horizontale et maintenue à une température constante et uniforme, est le siège d'un transfert thermique en mode de convection mixte. Les propriétés physiques et rhéologiques du fluide sont supposées constantes sauf pour la masse volumique où l'approximation de Boussinesq est adoptée. Les effets de l'intensité des courants secondaires ainsi que ceux de l'inclinaison de la conduite par rapport à l'horizontale, sur les caractéristiques hydrodynamiques et thermiques de l'écoulement sont analysés.

NOMENCLATURE

Bn	Nombre de Bingham, $= \tau_0 R / \mu_0 V_0$	T_0	Température d'entrée	(K)
C_p	Chaleur spécifique à pression constante ($J kg^{-1} K^{-1}$)	T_w	Température à la paroi	(K)
D	Diamètre de la conduite	U	Vitesse axiale adimensionnelle, $= V_x / V_0$	
Gr	Nombre adimensionnel de Grashof, $= g \beta \rho_0^2 (T_w - T_0) D^3 / \mu_0^2$	V	Vitesse radiale adimensionnelle, $= V_r / V_0$	
Gz^{-1}	Inverse du nombre de Graetz, $= x / D Pr Re$	V_0	Vitesse moyenne	(m/s)
k	Conductivité thermique	x	Coordonnée axiale	(m)
L	Longueur de la conduite	X	Coordonnée axiale adimensionnelle, $= x/D$	
m	Paramètre dans l'équation (6)			
Nu	Nombre adimensionnel de Nusselt, $= -(1/\phi_m) (\partial\phi/\partial R) _{R=0.5}$			
p	Pression statique du fluide			
P	Pression adimensionnelle, $= p / \rho V_0^2$			
Pr	Nombre de Prandtl, $= \mu_0 C_p / k$			
R	Coordonnée radiale			
r_w	Rayon de la conduite			
R	Coordonnée radiale adimensionnelle, $= r/D$			
Re	Nombre de Reynolds, $= \rho V_0 D / \mu_0$			
T	Température			

Symboles grecs

α	Angle d'inclinaison de la conduite	(°)
β	Coefficient de dilatation thermique	(K^{-1})
$\dot{\gamma}$	Taux de cisaillement	(s^{-1})
η	Viscosité effective	($kg m^{-1} s^{-1}$)
η_{eff}	Viscosité effective adimensionnelle, $= \eta/\mu_0$	
μ_0	Viscosité plastique	($kg m^{-1} s^{-1}$)
θ	Coordonnée azimutale	
ρ_0	Masse volumique du fluide	($kg m^{-3}$)
τ_0	Contrainte seuil de cisaillement	(Pa)
ϕ	Température adimensionnelle, $= (T - T_w) / (T_0 - T_w)$	
ϕ_m	Température moyenne adimensionnelle, $= (T_m - T_w) / (T_0 - T_w)$	

1 INTRODUCTION

Les fluides viscoplastiques, tels que le fluide de Bingham, sont fréquemment rencontrés dans plusieurs applications reliées aux industries plastiques, agroalimentaire, pharmaceutique, pétrolière et autres. Le transfert thermique, sous ses différents modes, est d'une grande importance dans beaucoup de ces applications. Ainsi, le phénomène de convection mixte est rencontré dans diverses applications industrielles pratiques telles que le transport des fluides par pipelines, les capteurs solaires, les échangeurs de chaleur, le refroidissement des composants électroniques et les procédés chimiques et nucléaires. Plusieurs travaux ont traité de l'écoulement en mode de convection mixte des fluides newtoniens circulant dans des conduites horizontales ou inclinées [1] mais peu de recherches ont été accomplies dans le cas des fluides non newtoniens en général, et des fluides de Bingham en particulier. Parmi ces travaux, citons à titre d'exemple les études analytique et numérique menées par Patel et Ingham [2, 3] sur l'écoulement en mode de convection mixte du fluide de Bingham dans l'espace annulaire d'une conduite excentrique verticale et entre deux plans parallèles verticaux, maintenus à températures constantes.

L'objectif du présent travail est d'analyser, par le biais d'une méthode numérique basée sur les volumes finis, l'effet de l'inclinaison de la conduite sur les caractéristiques hydrodynamiques et thermiques de l'écoulement laminaire ascendant d'un fluide de Bingham. Ce dernier supposé incompressible, circule au sein d'une conduite circulaire maintenue à température pariétale uniforme. Cette conduite est le siège d'un transfert de chaleur en mode de convection mixte. Les propriétés physiques et rhéologiques du fluide sont supposées constantes et uniformes.

2 MISE EN EQUATIONS DU PROBLEME PHYSIQUE

Considérons l'écoulement ascendant, laminaire et stationnaire d'un fluide incompressible de Bingham à l'intérieur d'une conduite cylindrique inclinée, de longueur L et de rayon r_w maintenue à température pariétale uniforme T_w . Ce fluide est soumis à un transfert thermique en mode de convection mixte. Supposons aussi que les propriétés physiques et rhéologiques du fluide sont constantes. Les équations générales adimensionnelles qui régissent l'écoulement sont les suivantes :

Equation de continuité :

$$\frac{1}{R} \frac{\partial(R V)}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial W}{\partial \theta} + \frac{\partial U}{\partial X} = 0 \quad (1)$$

Equations de l'impulsion : suivant R , θ et X respectivement.

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} \frac{\partial(R V V)}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial(W V)}{\partial \theta} + \frac{\partial(U V)}{\partial X} - \frac{W^2}{R} = -\frac{\partial P}{\partial R} + \frac{1}{Re} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(\eta_{\text{eff}} R \frac{\partial V}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\eta_{\text{eff}} \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial X} \left(\eta_{\text{eff}} \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right] + \frac{1}{Re} \left[\frac{V}{R} \frac{\partial}{\partial R} (\eta_{\text{eff}}) - \eta_{\text{eff}} \frac{V}{R^2} - \frac{2}{R^2} \eta_{\text{eff}} \frac{\partial W}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial X} (\eta_{\text{eff}}) \frac{\partial U}{\partial R} + \frac{\partial}{\partial \theta} (\eta_{\text{eff}}) \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{W}{R} \right) \right. \\ \left. + R \frac{\partial}{\partial R} (\eta_{\text{eff}}) \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{V}{R} \right) \right] - \frac{Gr}{Re^2} \phi \cos \theta \cos \alpha \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} \frac{\partial(R V W)}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial(W W)}{\partial \theta} + \frac{\partial(U W)}{\partial X} + \frac{V W}{R} = -\frac{1}{R} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \frac{1}{Re} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(\eta_{\text{eff}} R \frac{\partial W}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\eta_{\text{eff}} \frac{\partial W}{\partial \theta} \right) \right] \\ + \frac{\partial}{\partial X} \left(\eta_{\text{eff}} \frac{\partial W}{\partial X} \right) + \frac{1}{Re} \left[\frac{2}{R^2} \eta_{\text{eff}} \frac{\partial V}{\partial \theta} - \eta_{\text{eff}} \frac{W}{R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial X} (\eta_{\text{eff}}) \frac{\partial U}{\partial \theta} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} (\eta_{\text{eff}}) \left(\frac{\partial W}{\partial \theta} + 2 V \right) \right. \\ \left. + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} (\eta_{\text{eff}}) \left(\frac{\partial W}{\partial \theta} + 2 V \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (\eta_{\text{eff}}) \left(\frac{\partial V}{\partial \theta} - W \right) \right] + \frac{Gr}{Re^2} \phi \sin \theta \cos \alpha \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} \frac{\partial(R V U)}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial(W U)}{\partial \theta} + \frac{\partial(U U)}{\partial X} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(\eta_{\text{eff}} R \frac{\partial U}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\eta_{\text{eff}} \frac{\partial U}{\partial \theta} \right) \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial X} \left(\eta_{\text{eff}} \frac{\partial U}{\partial X} \right) \right] + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial}{\partial R} (\eta_{\text{eff}}) \frac{\partial V}{\partial X} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} (\eta_{\text{eff}}) \frac{\partial W}{\partial X} + \frac{\partial}{\partial X} (\eta_{\text{eff}}) \frac{\partial U}{\partial X} \right] + \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2} \phi \sin \alpha \end{aligned} \quad (4)$$

Equation de l'énergie :

$$\frac{1}{R} \frac{\partial(R V \phi)}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial(W \phi)}{\partial \theta} + \frac{\partial(U \phi)}{\partial X} = \frac{1}{\text{Pr Re}} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \phi}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial X^2} \right] \quad (5)$$

La loi constitutive proposée par Papanastasiou pour décrire le comportement du fluide de Bingham est utilisée et ce, dans le but d'éviter les instabilités numériques dans la région correspondant aux faibles vitesses de cisaillement [4] :

$$\eta_{\text{eff}} = 1 + \frac{\text{Bn}}{\dot{\gamma}} [1 - \exp(-M \dot{\gamma})] \quad (6)$$

M étant un paramètre adimensionnel qui représente la croissance de l'exponentielle ($M = mV_0/D$). Min et al. [4] ainsi que Mitsoulis [5] conseillent de prendre $m = 1000$ s.

Nous supposons un profil uniforme de vitesse axiale et de température à l'entrée de la conduite ($U = \phi = 1$ et $V = W = 0$), les conditions d'adhérence et de température constante sont appliquées à la paroi ($U = V = W = \phi = 0$). De plus, sur l'axe de symétrie ($\theta = 0$), nous avons :

$$\frac{\partial U}{\partial \theta} = \frac{\partial V}{\partial \theta} = \frac{\partial W}{\partial \theta} = \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = 0 \quad (7)$$

Les équations de conservation sont discrétisées en utilisant une technique numérique basée sur la méthode des volumes finis, proposée par Patankar [6]. Ces équations, mises sous la forme d'une équation algébrique, sont résolues par le biais de l'algorithme SIMPLER.

3 RESULTATS ET INTERPRETATION

3.1 Validation du code de calcul

Pour valider notre code de calcul, une comparaison entre nos résultats et ceux de Min et al. [4], est effectuée pour le cas de la convection forcée pure. La figure 1, qui illustre l'évolution axiale du nombre de Nusselt pour différentes valeurs du nombre de Reynolds ($\text{Re} = 5, 25$ et 50), montre un bon accord entre nos résultats et ceux de Min et al. [4] étant donnée que l'erreur ne dépasse pas 3%. De plus, il est à noter que le nombre de Reynolds n'a d'effet sur le nombre de Nusselt que dans la zone d'entrée de la conduite. En effet, dans cette région, le nombre de Nusselt augmente avec la diminution du nombre de Reynolds étant donné le choix de l'abscisse axiale : Gz^{-1} . En choisissant comme abscisse axiale la longueur réduite de la conduite, X , on assiste à l'amélioration du transfert thermique lorsque le nombre de Reynolds augmente [4, 7].

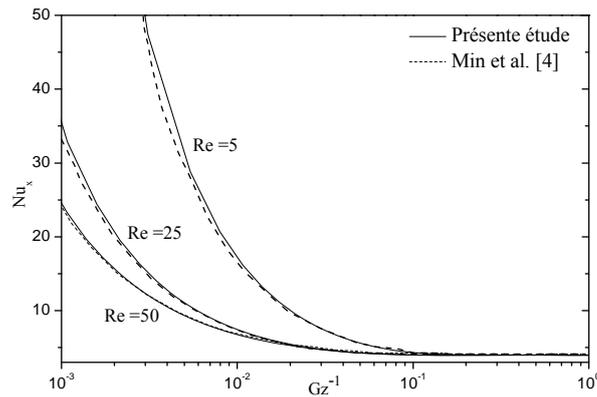


Figure 1. Evolution du nombre de Nusselt en fonction de Gz^{-1} . $Pr = 1$; $Bn = 1,99$.

3.2 Inclinaison de la conduite et convection mixte

3.2.1 Profils de vitesse axiale

Sur la figure 2, sont illustrés les profils de vitesse axiale (en $X = 12,12$) suivant le diamètre verticale ($\theta = 0, \theta = \pi$) et ce, pour différentes inclinaisons par rapport à l'horizontale et pour un nombre de Grashof égal à 10^6 . Pour $\alpha = 90^\circ$, en d'autre terme, dans le cas d'une conduite placée verticalement, le profil de vitesse présente une parfaite symétrie autour de l'axe Ox , bien que l'on soit en mode de convection mixte ($Gr = 10^6$). Par contre, pour des inclinaisons comprises entre 0° et 60° , la symétrie de révolution observée pour $\alpha = 90^\circ$ (et le cas de la convection forcée : $Gr/Re^2 = 0$) est détruite. En effet, la vitesse du fluide est plus importante et atteint une valeur maximale au niveau de la partie inférieure de la conduite ($\theta = \pi$) par rapport à celles observées au niveau de la partie supérieure ($\theta = 0$). Cette vitesse maximale est d'autant plus importante que l'inclinaison diminue. A partir de l'abscisse radiale $R = -0,17$, cet effet s'inverse.

L'évolution des profils de vitesse en fonction du nombre de Grashof est présentée sur la figure 3. La symétrie de révolution est observée pour le cas d'une convection forcée pure. Celle-ci n'est plus conservée lorsque la convection naturelle est prise en compte. En effet, les profils de vitesse se déportent vers la partie inférieure de la conduite ($\theta = \pi$) et atteignent des valeurs maximales sous l'effet de l'intensité grandissante des courants secondaires induits par l'augmentation du nombre de Grashof. Au-delà de $R = -0,21$, cet effet s'inverse. Il est intéressant de noter que la principale caractéristique des fluides de Bingham, à savoir l'uniformité du champ de vitesse (écoulement en bouchon) au centre de la conduite, disparaît sous l'influence des courants secondaires pour une conduite non verticale.

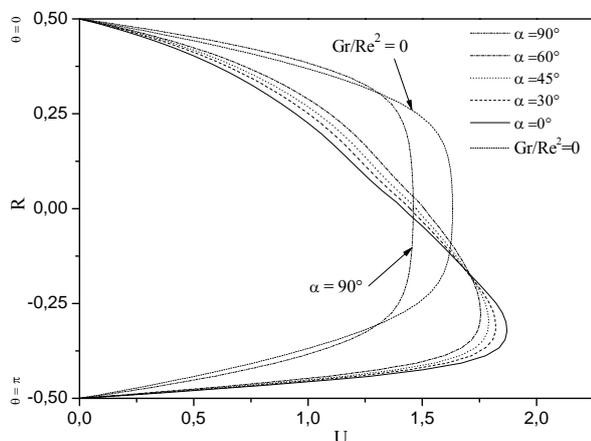


Figure 2. Effet de l'inclinaison sur les profils de vitesses axiales pour $X = 12,1$.
 $Bn = 1,99$; $Re = 150$; $Gr = 10^6$.

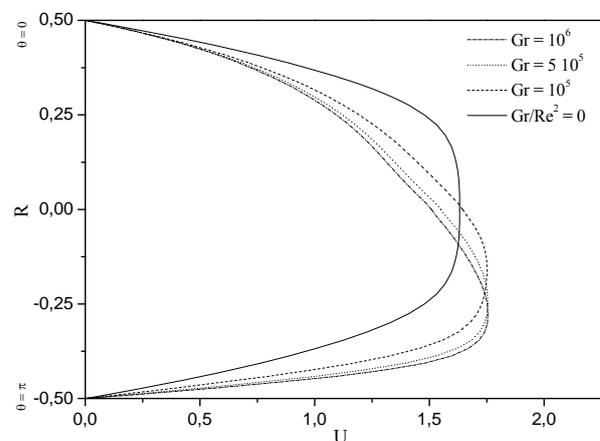


Figure 3. Effet de la convection mixte sur les profils de vitesses axiales pour $X = 12,1$.
 $Bn = 1,99$; $Re = 150$; $\alpha = 60^\circ$.

3.2.2 Evolution axiale du coefficient de frottement apparent et du nombre de Nusselt

La distorsion des profils de vitesses, induite par l'inclinaison de la conduite et par l'intensité des courants secondaires, se répercutent sur l'évolution axiale du coefficient de frottement apparent et celle du nombre de Nusselt à travers les figures 4 à 7. Ces effets sont plus ressentis au-delà d'une certaine position axiale, et s'estompent avec l'établissement du régime.

La figure 4 illustre l'effet de l'inclinaison de la conduite sur le coefficient de frottement apparent en mode de convection mixte. Nous remarquons que les courbes sont confondues depuis l'entrée de la conduite puis se séparent en $X = 0,3$. En effet, au-delà de cette position axiale, les courbes correspondant à $\alpha = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ et 60° se placent l'une au dessus de l'autre, respectivement. Il est à noter que la courbe représentative du cas de la conduite placée verticalement ($\alpha = 90^\circ$) se place au dessus de celle correspondant à la convection forcée ($Gr/Re^2 = 0$).

Dans la zone où la convection naturelle gouverne le processus de transfert thermique ($0,3 < X < 70$: figure 5), nous remarquons qu'en augmentant le nombre de Grashof, le coefficient de frottement apparent augmente, et les courbes présentent un maximum qui augmente au fur et à mesure de l'augmentation du nombre de Grashof. De part et d'autre de cette région, la convection forcée prédomine et les courbes se confondent alors.

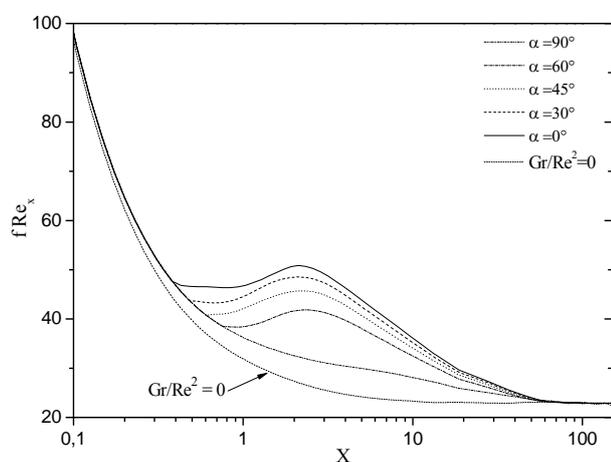


Figure 4. Effet de l'inclinaison sur le coefficient de frottement apparent.
 $Bn = 1,99$; $Re = 150$; $Gr = 10^6$.

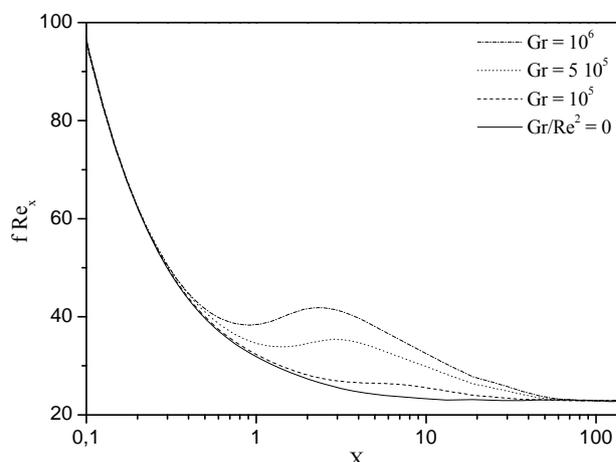


Figure 5. Effet de la convection mixte sur le coefficient de frottement apparent.
 $Bn = 1,99$; $Re = 150$; $\alpha = 60^\circ$.

L'effet de l'inclinaison de la conduite sur l'évolution axiale du nombre de Nusselt, représenté à travers la figure 6, n'est ressenti que dans la partie centrale de la conduite ($0,43 < X < 91,17$). En effet, les courbes relatives aux cas $\alpha = 0, 30, 45$ et 60° se détachent de celle correspondant à $Gr/Re^2 = 0$ (ainsi que le cas $\alpha = 90^\circ$) à cause de l'apport de la convection naturelle ($Gr = 10^6$) donnant lieu à un écart maximal de 120% pour le cas $\alpha = 0^\circ$. Il est intéressant de noter qu'en passant d'une conduite verticale à une conduite horizontale le transfert thermique s'améliore.

Les courbes de la figure 7, représentatives des variations axiales du nombre de Nusselt mettent en évidence l'existence de trois zones distinctes (telles que celles observées pour les figures 4, 5 et 6). La première et dernière zones, situées respectivement à l'entrée ($X \leq 0,43$) et loin en aval de l'entrée ($X \geq 91,17$), sont caractérisées par la superposition des courbes, mettant en évidence la prédominance de la convection forcée par rapport à la convection naturelle. Au niveau de la zone intermédiaire en revanche ($0,43 < X < 91,17$), les variations du nombre de Grashof se répercutent sur l'allure des courbes. En effet, en augmentant le nombre de Grashof, on assiste à une amélioration du transfert thermique par rapport à un mode de convection forcée pure, qui atteint son maximum pour $Gr = 10^6$ (110%). Cette amélioration est due à la naissance des courants secondaires

suite au chauffage pariétale des couches fluides adjacentes à la paroi, provoquant ainsi un meilleur brassage du milieu.

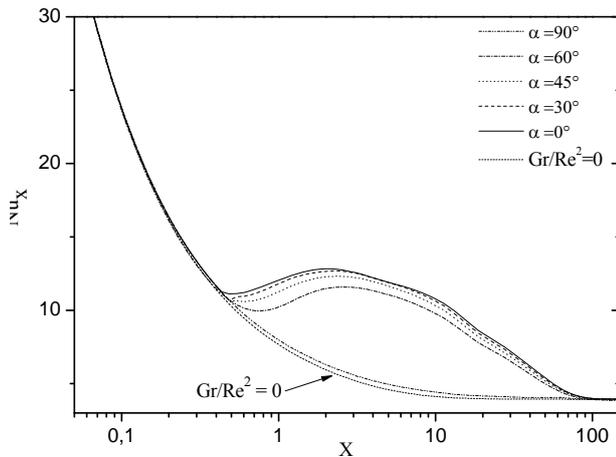


Figure 6. Effet de l'inclinaison sur le nombre de Nusselt. $Bn = 1,99$; $Re = 150$; $Gr = 10^6$.

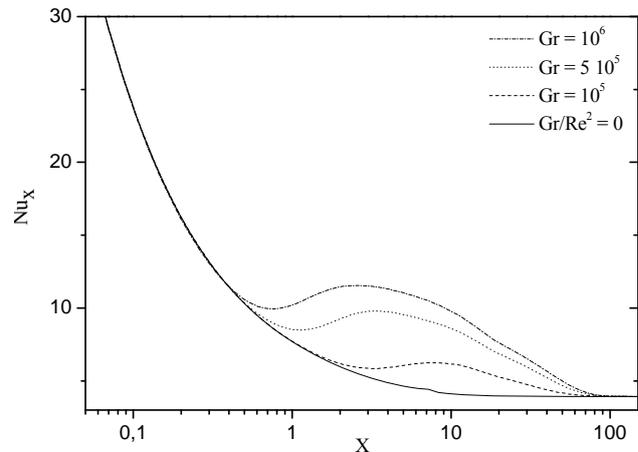


Figure 7. Effet de la convection mixte sur le Nusselt. $Bn = 1,99$; $Re = 150$; $\alpha = 60^\circ$.

4 CONCLUSION

L'analyse de l'écoulement laminaire ascendant, en mode de convection mixte d'un fluide incompressible de Bingham est entreprise dans la présente étude. Cet écoulement a lieu dans une conduite cylindrique inclinée par rapport à l'horizontale et maintenue à température uniforme. Les résultats concernant l'effet simultané de l'inclinaison de la conduite et de la convection mixte montrent d'une part que l'augmentation de l'intensité des courants secondaires augmente le coefficient de frottement apparent et améliorent le transfert thermique. D'autre part, le passage d'une conduite verticale à une conduite horizontale donne lieu à une augmentation du coefficient de frottement apparent, qui atteint son maximum (soit 88%) pour le cas de la conduite horizontale en comparaison avec le cas $Gr/Re^2 = 0$. Par ailleurs, le transfert thermique est amélioré de manière significative, en particulier pour $\alpha = 0^\circ$ (120%), bien que l'écart entre les courbes correspondant à $\alpha = 0, 30, 45$ et 60° ne soit pas très important.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. J. Orfi, N. Galanis, C.T. Nguyen, 1997, Développement simultané hydrodynamique et thermique d'un écoulement laminaire dans un tube incliné en régime de convection mixte. *Rev. Gén. Therm.*, vol. 36, pp. 83-92.
2. N. Patel, D.B. Ingham, 1994, Analytic solutions for the mixed convection flow of non-Newtonian fluids in parallel plate ducts. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, vol. 21, pp. 75-84.
3. N. Patel, D.B. Ingham, 1994, Mixed convection flow of a Bingham plastic in an eccentric annulus. *Int. J. Heat Fluid Flow*, vol. 15, pp. 132-141.
4. T. Min, H.G. Choi, J.Y. Yoo, H. Choi, 1997, Laminar convective heat transfer of a Bingham plastic in a circular pipe-II. Numerical approach-hydrodynamically developing flow and simultaneously developing flow. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 40, pp. 3689-3701.
5. E. Mitsoulis, 2004, On creeping drag flow of a viscoplastic fluid past a circular cylinder: wall effects. *Chem. Eng. Sci.*, vol. 59, pp. 789-800.
6. S.V. Patankar, Numerical heat transfer and fluid flow, 1980, McGraw. New York.
7. A. Boutra, N. Labsi, Y.K. Benkahla, 2008, Etude thermique de l'écoulement en convection forcée d'un fluide viscoplastique dans une conduite maintenue à température uniforme : influence de la dissipation visqueuse. *Congrès de la Société Française de Thermique SFT 2008-Thermique Aéronautique et Spatiale*, 3-6 juin 2008, Toulouse France.