

EFFET DE L'INCLINAISON SUR LE TRANSFERT THERMIQUE EN MODE DE CONVECTION MIXTE LORS DE L'ÉCOULEMENT LAMINAIRE D'UN FLUIDE NEWTONIEN AU SEIN D'UNE CONDUITE ANNULAIRE

M. Bennemla, Y.K. Benkahla et N. Labsi*

Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene

Faculté de Génie Mécanique et de Génie des Procédés

B.P. 32 El-Alia Bab Ezzouar 16111 – Alger – Algérie

samir_m05@yahoo.fr , youbenkahla@yahoo.fr , nabilalabsi@yahoo.fr

RESUME

Le présent travail consiste en une simulation numérique du développement simultané de l'écoulement hydrodynamique et thermique stationnaire d'un fluide newtonien dans l'entrefer délimité par deux cylindres coaxiaux. Cette conduite, cylindrique de sections droites circulaires, inclinée par rapport à l'horizontale, est siège d'un transfert de chaleur en mode de convection mixte. La paroi externe est maintenue à une température constante alors qu'un flux thermique constant est imposé à la paroi interne. Toutes les propriétés physiques du fluide sont maintenues constantes et uniformes à l'exception de la masse volumique, intervenant dans le terme de poussée, qui est supposée varier linéairement en fonction de la température : approximation de Boussinesq. La méthode des volumes finis est utilisée pour résoudre le système d'équations, exprimées en formulation vitesse-pression-température. Le couplage des variables primitives est traité grâce à l'algorithme SIMPLER.

NOMENCLATURE

C_p	Chaleur spécifique à pression constante ($J\ kg^{-1}\ K^{-1}$)	ΔT	Différence de température, = $(r_e \Phi)/k$
D_h	Diamètre hydraulique, $(D_e - D_i)$ (m)	U_0	Vitesse moyenne du fluide (m/s)
Gr	Nombre adimensionnel de Grashof, = $g \beta \rho_0^2 \Delta T r_e^3 / \mu_0^2$	V_r^*	Vitesse radiale adimensionnelle, = $V_r L / U_0 r_e$
k	Conductivité thermique ($W\ m^{-2}\ K^{-1}$)	V_z^*	Vitesse axiale adimensionnelle, = V_z / U_0
L	Distance radiale (m)	V_θ^*	Vitesse azimutale adimensionnelle, = $V_\theta L / U_0 r_e$
Nu	Nombre de Nusselt, = $-(1/\phi_m) _{R=0.5}$	z	Coordonnée axiale (m)
p	Pression statique du fluide (Pa)	Z	Coordonnée axiale adimensionnelle, = z/L
P	Pression adimensionnelle, = $p L / \mu_0 U_0$		
Pr	Nombre de Prandtl, = $\mu_0 C_p / k$		
r_i	Rayon interne de la conduite (m)	Symboles grecs	
r_e	Rayon externe de la conduite (m)	α	Angle d'inclinaison de la conduite ($^\circ$)
R	Coordonnée radiale adimensionnelle, = r/r_e	β	Coefficient de dilatation thermique (K^{-1})
R_1	Rapport des rayons, = r_i/r_e	μ_0	Viscosité dynamique ($kg\ m^{-1}\ s^{-1}$)
Re	Nombre de Reynolds, = $\rho U_0 r_e / \mu_0$	θ	Coordonnée azimutale
T	Température (K)	ρ_0	Masse volumique du fluide ($kg\ m^{-3}$)
T_0	Température d'entrée (K)	ϕ	Température adimensionnelle, = $(T - T_w)/(T_0 - T_w)$: température pariétale constante.
T_w	Température à la paroi (K)		= $(T_w - T) k / (\Phi U_0)$: flux pariétal constant.

1. INTRODUCTION

Le processus de convection mixte est rencontré dans diverses applications industrielles notamment celles qui traitent des échangeurs de chaleur, de l'évacuation de chaleur dans les réacteurs nucléaires, du transport des huiles par pipes, etc. Diverses études ont été menées, dans ce contexte, en considérant plusieurs configurations géométriques des conduites. Ainsi, le transfert de chaleur par convection mixte à travers les conduites annulaires a été étudié par plusieurs auteurs tels que : Kotake et col. [1], Terhmina et al. [2], Nonino et col. [3]. L'inclinaison de la conduite annulaire par rapport à l'horizontale joue un rôle important dans le comportement hydrodynamique de l'écoulement de fluides au sein de conduites subissant un chauffage et/ou un refroidissement. En effet, les forces d'Archimède agissent différemment selon l'inclinaison de la conduite. Orfi et al. [4] se sont intéressés à l'influence de la convection naturelle sur l'écoulement de l'air et de l'eau au sein de conduites cylindriques inclinées, soumises à un flux thermique pariétal uniforme. Ils ont montré que l'intensité des courants secondaires est plus importante pour l'eau et diminue avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison de la conduite par rapport à l'horizontale. Une étude similaire à la précédente menée par Laouadi et al. [5] illustre l'effet du chauffage sur l'écoulement ascendant de l'eau en conduite inclinée.

La présente étude concerne l'analyse de l'effet de l'inclinaison d'une conduite annulaire, sur les caractéristiques hydrodynamiques et thermiques de l'écoulement laminaire ascendant d'un fluide newtonien incompressible, de propriétés physiques constantes. De plus, cette conduite est le siège d'un transfert de chaleur en mode de convection mixte.

2. DESCRIPTION DU PROBLEME PHYSIQUE

Puisque l'étude concerne une enceinte inclinée, tridimensionnelle et annulaire, le système de coordonnées cylindriques est le plus approprié pour exprimer les équations descriptives du phénomène de convection. Cette conduite est de longueur L , de rayon intérieur r_i et de rayon extérieur r_e , (figure 1). La paroi extérieure de la conduite est supposée isotherme alors que la paroi intérieure est soumise à un flux de chaleur Φ constant.

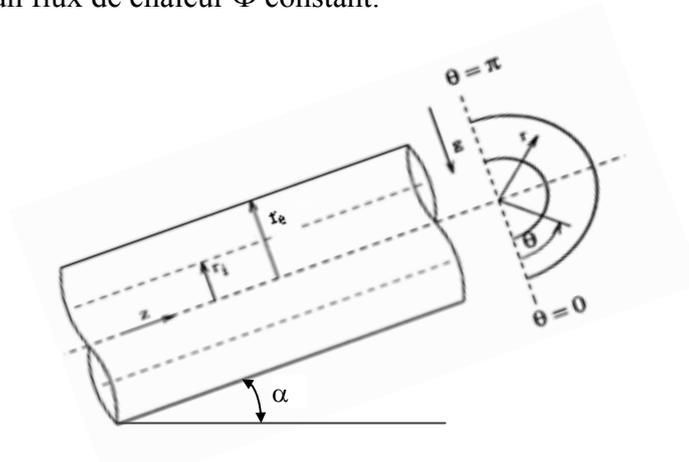


Figure 1. Représentation du problème physique.

3. MISE EN EQUATIONS DU PROBLEME

Equation de conservation de la masse :

$$\frac{1}{R} \frac{\partial(RV_r^*)}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial V_\theta^*}{\partial \theta} + \frac{\partial V_z^*}{\partial Z} = 0 \quad (1)$$

Equation de conservation de la quantité de mouvement : suivant R, θ et Z

$$\begin{aligned} & \frac{1}{R} \frac{\partial(R V_r^* V_r^*)}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial(V_\theta^* V_r^*)}{\partial \theta} + \left(\frac{1}{2(1-R_1)} \right) \frac{\partial(V_z^* V_r^*)}{\partial Z} - \frac{V_\theta^{*2}}{R} = - \frac{\partial P^*}{\partial R} \\ & + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{v}{v_0} R \frac{\partial V_r^*}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{v}{v_0} \frac{\partial V_r^*}{\partial \theta} \right) + \left(\frac{1}{2(1-R_1)} \right)^2 \frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{v}{v_0} \frac{\partial V_r^*}{\partial Z} \right) \right] \\ & + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{V_r^*}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{v}{v_0} \right) - \frac{v}{v_0} \frac{V_r^*}{R^2} - \frac{2}{R^2} \frac{v}{v_0} \frac{\partial V_\theta^*}{\partial \theta} + \left(\frac{1}{2(1-R_1)} \right) \frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{v}{v_0} \right) \frac{\partial V_z^*}{\partial R} \right. \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{v}{v_0} \right) \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{V_\theta^*}{R} \right) + R \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{v}{v_0} \right) \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{V_r^*}{R} \right) \right] - \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2} \phi \cos \theta \cos \alpha \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{R} \frac{\partial(R V_r^* V_\theta^*)}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial(V_\theta^* V_\theta^*)}{\partial \theta} + \left(\frac{1}{2(1-R_1)} \right) \frac{\partial(V_z^* V_\theta^*)}{\partial Z} + \frac{V_r^* V_\theta^*}{R} = - \frac{1}{R} \frac{\partial P^*}{\partial \theta} \\ & + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{v}{v_0} R \frac{\partial V_\theta^*}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{v}{v_0} \frac{\partial V_\theta^*}{\partial \theta} \right) + \left(\frac{1}{2(1-R_1)} \right)^2 \frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{v}{v_0} \frac{\partial V_\theta^*}{\partial Z} \right) \right] \\ & - \left[\left(\frac{1}{2(1-R_1)} \right) \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{v}{v_0} \right) \frac{\partial V_z^*}{\partial \theta} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{v}{v_0} \right) \left(\frac{\partial V_\theta^*}{\partial \theta} + 2 V \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{v}{v_0} \right) \left(\frac{\partial V_r^*}{\partial \theta} - V_\theta^* \right) \right] \\ & + \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2} \phi \sin \theta \cos \alpha \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{R} \frac{\partial(R V_r^* V_z^*)}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial(V_\theta^* V_z^*)}{\partial \theta} + \frac{\partial(V_z^* V_z^*)}{\partial Z} = - \left(\frac{1}{2(1-R_1)} \right) \frac{\partial P^*}{\partial Z} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{v}{v_0} R \frac{\partial V_z^*}{\partial R} \right) \right. \\ & \left. + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{v}{v_0} \frac{\partial V_z^*}{\partial \theta} \right) + \left(\frac{1}{2(1-R_1)} \right)^2 \frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{v}{v_0} \frac{\partial V_z^*}{\partial Z} \right) \right] + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{1}{2(1-R_1)} \right) \left[\frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{v}{v_0} \right) \frac{\partial V_r^*}{\partial Z} \right. \\ & \left. + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{v}{v_0} \right) \frac{\partial V_\theta^*}{\partial Z} + \left(\frac{1}{2(1-R_1)} \right) \frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{v}{v_0} \right) \frac{\partial V_z^*}{\partial Z} \right] + \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2} \phi \sin \alpha \end{aligned} \quad (4)$$

Equation de conservation de l'énergie :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{R} \frac{\partial(R V_r^* \phi)}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial(V_\theta^* \phi)}{\partial \theta} + \left(\frac{1}{2(1-R_1)} \right) \frac{\partial(V_z^* \phi)}{\partial Z} \\ & = \frac{1}{\text{Pr Re}} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \phi}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \left(\frac{1}{2(1-R_1)} \right)^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial Z^2} \right] \end{aligned} \quad (5)$$

Ces équations générales doivent être résolues sous les conditions aux limites suivantes :

A l'entrée de la conduite annulaire : $Z = 0$; $r_i \leq r \leq r_e$; $0 \leq \theta \leq \pi$
 $V_z = U_0$; $V_r = V_\theta = 0$; $T = T_0$

A la paroi intérieure : $r = r_i ; 0 \leq z \leq L ; 0 \leq \theta \leq \pi$

$$V_z = V_r = V_\theta = 0 ; \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_i} = \frac{\Phi}{k}$$

A la paroi extérieure : $T = T_w$

Les équations de conservation sont discrétisées en utilisant la méthode des volumes finis, proposée par Patankar [6]. Ces équations, mises sous la forme d'une équation algébrique, sont résolues par le biais de l'algorithme SIMPLER.

4. RESULTATS ET INTERPRETATION

4.1 Validation du code de calcul

La validation du code de calcul est vérifiée après comparaison des valeurs du nombre de Nusselt calculées le long de la paroi interne de la conduite annulaire, où le flux de chaleur est maintenu constant, avec celles issues de l'étude de Nazrul et al. [7]. Cette comparaison est illustrée sur la figure 2. En effet, l'erreur commise est de l'ordre de 4,20% pour $Ra = 10^6$. Ce qui permet de valider notre code de calcul.

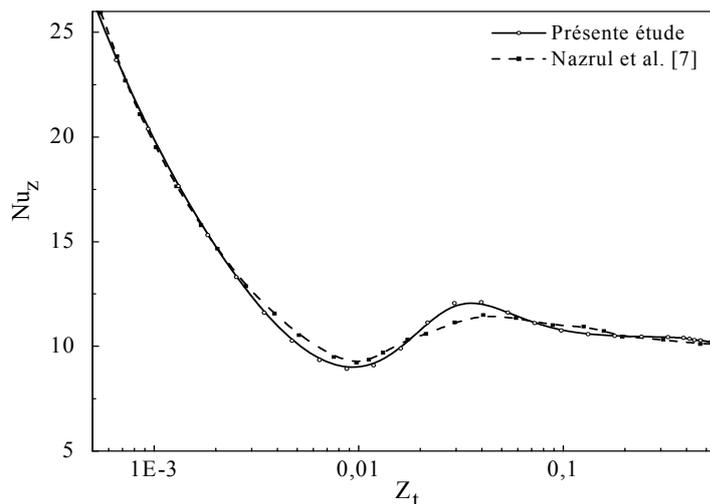


Figure 2. Evolution du nombre de Nusselt suivant Z_t . $R_1 = 0,5 ; Re = 200 ; Pr = 0,7$.

4.2 Effet de l'inclinaison de la conduite

4.2.1 Profil de vitesse

Les figures 3 (a) et (b) illustrent l'effet de la variation de l'inclinaison de la conduite annulaire par rapport à l'horizontale, sur les profils de vitesse axiale en régime hydrodynamique établi. Nous remarquons que les vitesses maximales augmentent d'une part, avec l'augmentation du degré d'inclinaison de la conduite : $0^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$ et d'autre part, avec celle du nombre de Rayleigh. L'impact des variations de l'inclinaison sur les profils de vitesse est clairement mis en évidence à travers la figure 3 (b) où les courbes sont nettement espacées. Pour une conduite verticale ($\alpha = 90^\circ$), le profil de vitesse tracé diffère des autres. En effet, la vitesse maximale atteinte est comprise entre la vitesse correspondant à $\alpha = 0^\circ$ (conduite horizontale) et celle relative à $\alpha = 30^\circ$. D'autre part, ce profil s'est déporté contrairement aux autres, vers la paroi interne.

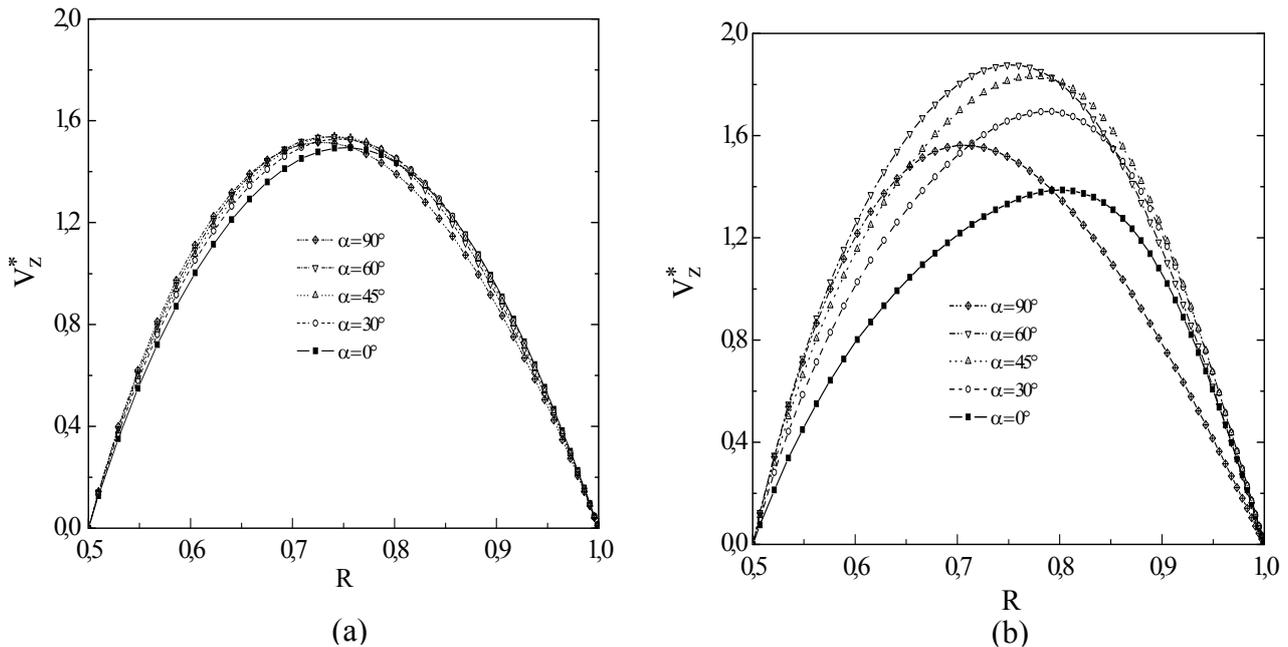


Figure 2. Influence de l'inclinaison de la conduite annulaire sur les profils de vitesses établies.
 $R_1 = 0,5$; $Re = 200$; $Pr = 0,7$ et $Br = 0$.
(a) $Ra = 10^5$ (b) $Ra = 10^6$

4.2.2 Nombre de Nusselt

Afin de bien cerner l'impact de l'inclinaison de la conduite par rapport à l'horizontale, sur le transfert thermique, nous avons représenté, sur les figures 3 (a) et (b), l'évolution axiale du nombre de Nusselt pour différentes valeurs du degré d'inclinaison et en fonction du nombre de Rayleigh.

Nous observons sur la figure 3 (a) que l'inclinaison n'affecte pas d'une façon très significative l'évolution axiale du nombre de Nusselt et ce, pour un nombre de Rayleigh de l'ordre de 10^5 et un nombre de Reynolds égal à 200. Par contre, pour une valeur du nombre de Rayleigh égale à 10^6 , la figure 3 (b) révèle une variation plus prononcée du nombre de Nusselt.

Dans la zone où la convection naturelle prédomine ($0,01 \leq Z_t \leq 0,2$), nous remarquons que la courbe représentant l'évolution du nombre de Nusselt pour une conduite verticale ($\alpha = 90^\circ$) se situe en dessous de des courbes correspondant à $\alpha = 0, 30, 45$ et 60° . La valeur du nombre de Nusselt pour ce cas est de 9,06 pour $Z_t = 0,03$ par exemple. En effet, les courants secondaires, constitués des composantes transversales de la vitesse (radiale et tangentielle), se trouvent diminuer de la composante tangentielle (suivant l'angle azimutal θ) au fur et à mesure que la conduite se redresse, et tend vers zéro lorsque la conduite est complètement verticale ($\alpha = 90^\circ$).

Notons également, dans cette région, l'existence d'un angle optimal offrant un maximum d'échange thermique. Ce dernier se situe entre 30° et 45° . En effet, les valeurs du nombre de Nusselt calculées pour $\alpha = 30^\circ$ et $\alpha = 45^\circ$ sont respectivement de 18,62% et 17,44% par rapport à la position horizontale.

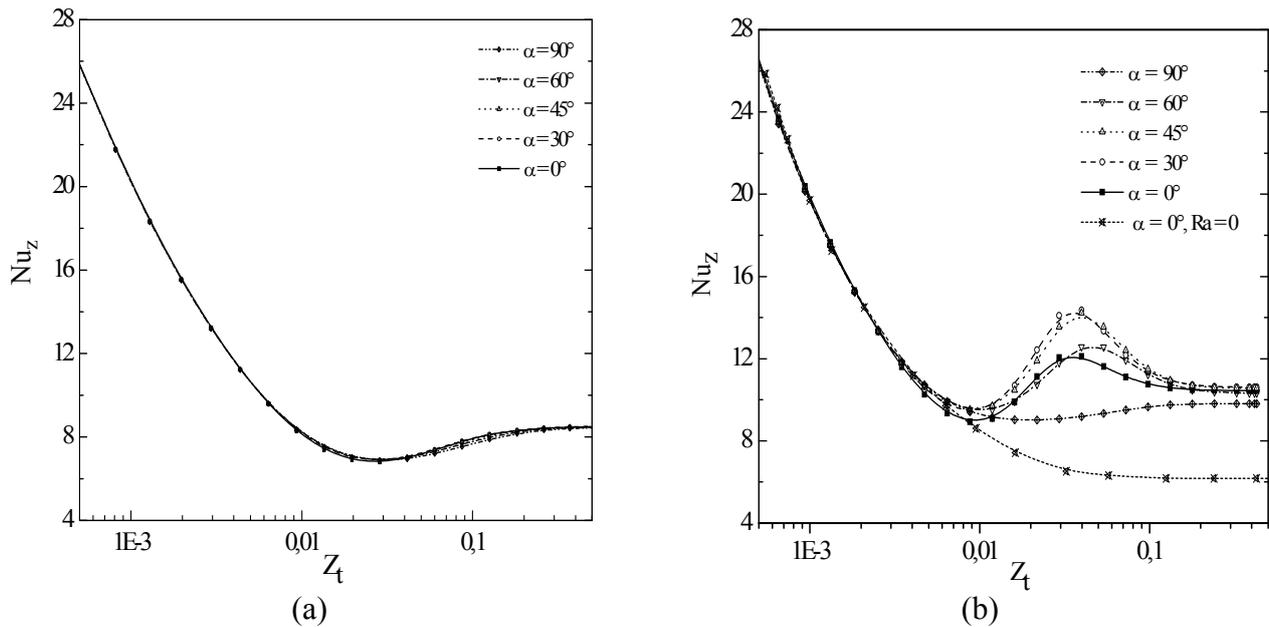


Figure 3. Effet de l'inclinaison de la conduite annulaire sur évolution axiale du nombre de Nusselt pour : $R_1 = 0,5$; $Re = 200$; $Pr = 0,7$.
(a) $Ra = 10^5$ (b) $Ra = 10^6$

5. CONCLUSION

Le présent travail consiste en la simulation numérique du développement hydrodynamique et thermique de l'écoulement stationnaire ascendant d'un fluide newtonien à travers l'entrefer délimité par deux cylindres coaxiaux. Cette conduite inclinée, de sections droites circulaires, est le siège d'un transfert de chaleur en mode de convection mixte. La paroi externe est maintenue à une température constante alors qu'un flux thermique constant est imposé à la paroi interne. L'influence de l'inclinaison de la conduite par rapport à l'horizontale, dans la zone où la convection naturelle prédomine ($0,01 \leq Z_t \leq 0,2$), révèle l'existence d'un angle optimal offrant un maximum d'échange thermique, ce dernier se situe entre 30° et 45° . Par contre, le minimum de transfert thermique, en considérant la convection mixte ($Ra \neq 0$) est obtenu lorsque l'on considère une conduite verticale ($\alpha = 90^\circ$). L'effet de l'inclinaison de la conduite apparait beaucoup plus, lorsque l'intensité des courants secondaires augmente.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. S. Kotake, N. Hattori, 1985, Combined forced and free convection heat transfer for fully developed laminar flow in horizontal annuli. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 28, pp. 2113-2120.
2. O. Terhmina, A. Mojtabi, B. Roux, 1992, A numerical procedure for three-dimensional mixed convection developing flow in an axisymmetric geometry. *Eur. J. Mech. B-Fluids*, vol. 1, pp. 21-38.
3. C. Nonino, S. Del Giudice, 1996, Finite element analysis of laminar mixed convection in the entrance region of horizontal annular ducts. *Num. Heat Tr. A-Appl.*, vol. 29, pp. 313-330.
4. J. Orfi, N. Galanis, C.T. Nguyen, 1997, Développement simultané hydrodynamique et thermique d'un écoulement laminaire dans un tube incliné en régime de convection mixte. *Rev. Gén. Therm.*, vol. 36, pp. 83-92.
5. A. Laouadi, N. Galanis, C.T. Nguyen, 1994, Laminar fully developed mixed convection in inclined tubes uniformly heated on their outer surface. *Num. Heat Transfer*, vol. 26, pp. 719-738.
6. S.V. Patankar, Numerical heat transfer and fluid flow, 1980, McGraw. New York.
7. I. Nazrul, U.N. Gaitonde, G.K. Sharma, 2001, Mixed convection heat transfer in the entrance region of horizontal annuli. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 44, n°: pp. 2107-2120.