ETUDE DE L'EFFET DE LA THERMODIFFUSION SUR LA MULTIPLICITE DES SOLUTIONS INDUITES DANS UNE CAVITE CAREE POREUSE SOUMISE A DES GRADIENTS DE TEMPERATURE ET DE CONCENTRATION DESTABILISANTS

A. Khadiri⁽¹⁾, M. Hasnaoui^{* (1)}, A. Amahmid⁽¹⁾, R. Bennacer⁽²⁾ et M. El Ganaoui⁽³⁾ ⁽¹⁾Faculté des Sciences Semlalia, Département de Physique, UFR TMF BP 2390, Marrakech, Maroc

⁽²⁾Université de Cergy-Pontoise LEEVAM- Neuville sur Oise 95031, France ⁽³⁾Faculté des Sciences et Techniques, 87060, Limoges, France *Fax: + (212) 24 43 74 10 Email: <u>hasnaoui@ucam.ac.ma</u>

RESUME

Dans ce travail on se propose d'étudier l'influence de la thermodiffusion sur la multiplicité des solutions dans une cavité poreuse, carrée, soumise à des gradients verticaux de températures et de concentration. Les résultats sont présentés pour $R_T = 200$, Le = 10, N = 0.1 et $-100 \le M \le 100$, où R_T , Le, N et M désignent respectivement le nombre de Rayleigh thermique, le nombre de Lewis, le rapport des forces de volume solutal et thermique et le paramètre de Soret. L'effet du paramètre M sur le maintien et la disparition de chaque solution est analysé. On discutera également l'impact de la multiplicité des solutions sur le transfert de chaleur et de masse.

NOMENCLATURE

- D diffusivité thermique du milieu poreux saturé, m^2/s
- D^{*} Coefficient de thermodiffusion
- g accélération de la pesanteur, m/s^2
- H Hauteur de la cavité poreuse, m
- K perméabilité du milieu poreux, m²
- Le nombre de Lewis, α/D
- M Paramètre caractérisant l'effet Soret, $M = D^* S'_i \Delta T' / D\Delta S'$

N rapport des forces de volumes, N =
$$\frac{\beta_S \Delta S'}{\beta_T \Delta T}$$

R_T nombre de Rayleigh Darcy thermique,

$$R_{T} = \frac{g\beta_{T} K \Delta T' H}{\alpha v})$$

- S Concentration adimensionnelle, (S = (S' - S'_c)/ Δ S')
- $\Delta S'$ Concentration caractéristique, $(S'_1 S'_0)$
- t temps adimensionnel, t' $\alpha/(\sigma H^2)$
- T température adimensionnelle $(T = (T' T_0)/\Delta T')$

 $\Delta T'$ température caractéristique, $(T'_1 - T'_0)$

- $\begin{array}{ll} (u,\,v) & \mbox{vitesses a dimensionnelles dans les directions} \\ & (x,\,y),\, (u\,{=}\,u'H/\nu\,,\,v\,{=}\,v'H/\nu\,) \end{array}$
- (x, y) coordonnées adimensionnelles, (x = x' / H, y = y' / H)

Lettres grecques

- ε porosité normalisée, ($\varepsilon = \frac{\varepsilon'}{\sigma}$)
- λ conductivité thermique du milieu poreux saturé (W/m² K)
- $\beta_T (\beta_C)$ Coefficient d'expansion thermique (massique), 1/K (m³/kg)
- ε' Porosité du milieu poreux

v viscosité cinématique du fluide
$$(m^2/s)$$

- ρ masse volumique du fluide (kg/m³)
- $(\rho C)_f$ chaleur spécifique du fluide, $(J/K.m^3)$
- $(\rho C)_{p}$ chaleur spécifique du milieu poreux $(J/K.m^{3})$
- σ Rapport des chaleur spécifiques, $(ρc)_p/(ρc)_f$

Exposant

Variables dimensionnelles

1. INTRODUCTION

La convection naturelle d'origine thermosolutale est un phénomène où les mouvements convectifs sont générés par des gradients de température et de concentration. Il existe également d'autres situations où un mélange binaire, dont la concentration initiale est uniforme, peut être le siège de transfert de masse en son sein une fois soumis à un gradient permanent de température, même si les parois de la configuration confinant le mélange sont imperméables au transfert de la matière. Les gradients de concentration générés dans ce cas sont dus aux gradients de température imposés au système et le phénomène est connu sous le nom de thermodiffusion ou effet Soret. Le regain d'intérêt derrière l'étude de la diffusion thermique et solutale dans les milieux fluides et poreux est motivé par les nombreuses applications dans les domaines de l'ingénierie comme l'hydrologie, la croissance des cristaux, les mécanismes de ségrégation d'hydrocarbures au sein des aquifères, le stockage des déchets nucléaires et plusieurs autres applications. De nombreuses études antérieures ont abordé le phénomène de la convection thermosolutale en présence de l'effet Soret dans les milieux fluides et poreux. L'approche expérimentale du phénomène est un vrai challenge pour les chercheurs [1-2], c'est pourquoi la plupart des études disponibles abordent le phénomène d'un aspect plutôt théorique où la stabilité des écoulements, les phénomènes d'hystérésis et l'effet de la thermodiffusion sur les prédictions du démarrage des mouvements convectifs occupent une place de choix dans ces investigations. L'effet Soret sur la multiplicité des solutions dans une cavité poreuse carrée, soumise à des gradients de température et de concentration croisés, a fait l'objet d'une étude numérique récente par Mansour et al. [3]. Dans cette étude, l'effet des paramètres de contrôle sur le maintien et la disparition de chaque type solution ainsi que l'impact de la multiplicité des solutions sur le transfert de chaleur et de masse ont été examinés. En se basant sur l'existant dans le domaine de la convection thermosolutale en présence de l'effet Soret, et eu égard à l'importance de la thermodiffusion par le rôle qu'elle peut jouer dans le cas des fluides binaires, la présente contribution s'inscrit dans la continuité des travaux disponibles. Il s'agit d'étudier numériquement un problème de double diffusion dans une cavité carrée poreuse, saturée par un fluide binaire, chauffée et salée par le bas (respectivement à l'aide d'une température et d'une concentration constantes). L'étude numérique porte essentiellement sur la sensibilité de la structure de l'écoulement et des transferts thermiques et massiques au paramètre de Soret.

2. MODELE MATHEMATIQUE ET METHODE DE RESOLUTION

La configuration étudiée et les conditions aux limites imposées sont indiquées sur la figure1. Il s'agit d'une matrice poreuse carrée, saturée par un fluide binaire, chauffée et salée par le bas à l'aide d'une température et d'une concentration constantes, respectivement. Les parois verticales sont adiabatiques et imperméables au transfert de masse. Le milieu poreux est supposé homogène isotrope et les termes visqueux de Brinkman et d'inertie de Forchheimer ainsi que l'effet Dufour, ne sont pas pris en considération. L'écoulement est supposé laminaire, bidimensionnel et obéit à l'approximation de Boussinesq. En utilisant le modèle de Darcy et en tenant compte de l'effet Soret, les équations adimensionnelles régissantes sont:

$$\nabla^{2}\Psi = -R_{T}\left[\frac{\partial T}{\partial x} + N\frac{\partial S}{\partial x}\right]$$
(1)

$$\nabla^{2}T = \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial (uT)}{\partial x} + \frac{\partial (vT)}{\partial y}$$
(2)

14^{èmes} Journées Internationales de Thermique 27-29 Mars, 2009, Djerba, Tunisie

$\frac{1}{Le} \left(\nabla^2 S + M \nabla^2 T \right) = \varepsilon \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial (uS)}{\partial x} + \frac{\partial (vS)}{\partial y} \quad (3)$ $u = \frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad \text{et } v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \qquad (4)$ T = S = 0 \bigcup $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$ $\frac{\partial S}{\partial x} + M \frac{\partial T}{\partial x} = 0$ $\frac{\partial S}{\partial x} + M \frac{\partial T}{\partial x} = 0$

Fig. 1 : Configuration étudiée

Les nombres de Nusselt, Nu, et de Sherwood, Sh, caractérisant respectivement les quantités globales et instantanées de chaleur et de masse évacuées à travers la paroi horizontale supérieure, sont donnés par les expressions suivantes :

 $Nu = \int_{0}^{1} \frac{\partial T(x,l,t)}{\partial y} dx \quad et \quad Sh = \int_{0}^{1} \left[\frac{\partial S(x,l,t)}{\partial y} + M \frac{\partial T(x,l,t)}{\partial y} \right] dx$ (5)

La discrétisation des Eqs.(1)-(3) est réalisée à l'aide d'une méthode aux différences finies. L'intégration des équations (2) et (3) est effectuée à l'aide d'une méthode implicite aux directions alternées (ADI). La résolution de l'équation de Poisson (1) est assurée par la méthode de sur relaxation par point (PSOR).

3. RESULTATS ET DISCUSSION

L'objectif principal de ce travail consiste à étudier l'influence de la thermodiffusion (via le paramètre M), sur la multiplicité des solutions stationnaires obtenues au sein de la configuration considérée, à savoir, l'écoulement monocellulaire (**EM**), l'écoulement bicellulaire (**EB**) et l'écoulement tricellulaire (**ET**).

3.1 Champs dynamique, thermique et massique.

La figure 2 illustre l'effet du paramètre de Soret sur l'intensité des différents écoulements (caractérisée par ψ_{ext}) induits dans la cavité poreuse. On note que l'intensité des cellules de recirculation augmente avec M pour les trois types de solutions. Cette figure montre également la gamme de M où les différentes solutions sont possibles, et les limites de chaque

courbe indiquent la transition vers le régime oscillatoire. En effet, les écoulements stationnaires monocellulaires, bicellulaires et tricellulaires sont obtenus dans les gammes $-21.5 \le M \le 28$, $-47.5 \le M \le 64.5$ et $-60.5 \le M \le 155$. Il est clair que la gamme de M augmente avec le nombre de cellules constituant l'écoulement. De plus l'écoulement multicellulaire retarde la transition vers le régime oscillatoire.



Fig 2: Variations de la fonction de courant extremum, ψ_{ext} en fonction du paramètre de Soret M

La visualisation des champs d'écoulement et de température correspondant aux trois solutions (non présentés ici) a montré que ces derniers ne subissent que de faibles changements qualitatifs en comparaison avec le cas sans effet Soret (M = 0). Par contre le champ de concentration est très sensible aux variations du paramètre M. L'effet du paramètre de Soret sur le champ de concentration est illustré sur la figure 3, en termes d'iso-concentrations obtenues pour différentes valeurs de M. Pour des valeurs de M dans la gamme négative/ (positive), le champ de concentration correspondant à l'écoulement monocellulaire se caractérise par un resserrement/ (décollement) des iso-concentrations au voisinage des parois horizontales de la cavité. De plus, pour des valeurs de M loin de 0, on note la présence des iso-concentrations fermées dans certaines régions de la cavité. Ce phénomène est dû au terme de Soret qui joue le rôle d'un terme source dans l'équation de la concentration. Les champs de concentration correspondant aux écoulements bicellulaires et tri-cellulaires sont complexes. Sur ces champs, les gradients de concentration les plus faibles (espacement des iso-concentartions) se trouvent dans le cœur des cellules de recirculation pour M = 0, ce qui n'est pas le cas en présence de l'effet Soret.







Figure 3: Effet de thermodiffusion sur le champ de concentration pour R_T=200, Le=10, N= 0.1 et différentes valeurs de M

3.2 Transfert de chaleur et de masse

L'effet du paramètre de Soret sur les transferts de chaleur et de masse est illustré sur les figures 4a et 4b pour les différents types d'écoulements obtenus. Une restriction de l'évolution de Sh dans la gamme – $25 \le M \le 30$ est aussi présentée sur la figure 4c. Il est à noter que les allures obtenues dépendent fortement du type de la solution et que l'augmentation de M jusqu'à 19.5/37 engendre des augmentations de Nu pour l'EM/EB, et au delà de ces limites. Nu subit une diminution malgré que l'intensité des écoulements (voir figure 2) continue toujours à augmenter avec M. Ce comportement est probablement dû aux effets locaux du paramètre Soret sur le champ de vitesse (particulièrement dans la couche limite thermique). Dans la gamme où les trois types de solutions existent, on note que l'écoulement bicellulaire/tri-cellulaire est le plus/moins favorable au transfert de chaleur. Quant au transfert de masse, l'augmentation de M est favorable à ce dernier pour les trois types de solutions. On peut lire un comportement quelque peu complexe puisque les trois courbes correspondant aux trois types d'écoulements présentent des pentes presque identiques dans la gamme commune. Dans certaines gammes négatives de M, des valeurs négatives de Sh sont observées pour les différentes solutions indiquant un transfert de soluté des régions de faible concentration vers celles de grande concentration. Ceci est dû à la thermodiffusion qui transfère le soluté vers le bas quand M est négatif.





Figure 4: Variations de Nu et Sh en fonction de M

4. CONCLUSION

Quelques résultats numériques représentatifs illustrant l'effet de la thermodiffusion sur la multiplicité des solutions dans une cavité poreuse, saturée par un fluide binaire, ont été présentés. Il a été trouvé que les écoulements multicellulaires persistent pour des gammes de M plus larges que celle correspondant à l'EM et que l'effet Soret peut affecter considérablement le transfert de chaleur et de masse et, selon la structure de l'écoulement, il peut engendrer d'importantes variations (amélioration/réduction) du transfert de chaleur. L'étude montre l'existence de situations où le soluté est transféré d'une région de faible concentration vers une autre de concentration plus élevée.

Remerciements

Le programme d'échange CNRS/CNRST 2006–2008 et le programme Volubilis PAI 2007–2010 sont vivement remerciés

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. J. C. Legros, P. Goemaere et J. K. Platten, 1985, Soret coefficient and the two-component Bénard convection in the Benzene-Methanol system. *Phys. Rev. A*, vol.32, pp. 1903-1905.

2. J. K. Platten, 2006, The Soret effect: A Review of Recent Experimental Results. *Journal of Applied Mechaniccs*, vol. 73, pp. 5-15.

3. A. Mansour, A. Amahmid, M. Hasnaoui, M. Bourich, 2006, Multiplicity of Solutions Induced by thermosolutal convection in a square porous cavity heated from and submitted to horizontal concentration gradient in the presence of Soret effect. *Numerical Heat Transfer*, Part A, 49 pp. 69–94.