

Effets du Nombre de Rayonnement et du Rapport de Température sur les Transferts Couplés de Chaleur à Travers un Bâtiment

L. BOUKHATTEM⁽¹⁾, A. REDWANE⁽¹⁾, A. BENDOU⁽¹⁾

⁽¹⁾Laboratoire d'Ingénierie des Procédés de l'Energie et de l'Environnement (LIP2E)

B.P 1136, ENSA- Agadir Maroc

E mail : boukhattem@ensa-agadir.ac.ma

Résumé

Dans ce travail, nous présentons une étude numérique des transferts de chaleur bidimensionnels à travers un bâtiment pour un nombre de Rayleigh variant de 5.10^9 jusqu'à 2.510^{10} . Les équations qui régissent la conduction d'énergie au sein des parois de la cellule, la convection naturelle à l'intérieur du local ainsi que les échanges de chaleur par rayonnement entre les surfaces internes du bâtiment en question sont discrétisées par la méthode des différences finies, basée sur l'approche des volumes de contrôles et sont résolues en utilisant l'algorithme SIMPLEC (Semi-Implicit-Method for Pressure-Linked Equations Corrected) développé par Patankar et Spalding. Les effets du nombre de rayonnement et le rapport de températures sur le transfert de chaleur par convection et sur le flux de chaleur global traversant le bâtiment font l'objet de cette étude.

1 Introduction

L'étude du couplage convection naturelle, conduction et/ou rayonnement a connu des progrès considérables dans le domaine des bâtiments. Nous pouvons nous reporter à certains travaux comme ceux de *Abdelbaki et al.* [1-3] qui ont étudié numériquement les transferts thermiques couplés à travers les parois alvéolaires des bâtiments. Récemment, *Boukendil et al.* [4] ont présenté une étude du couplage thermique dans une cavité verticale à parois alvéolaires. Le même genre de travail a intéressé *Ait-Talaib et al.* [5]. D'autres configurations simples ont été étudiées par *Costa* [6] et *Ouardi* [7]. L'étude des transferts de chaleur couplés par trois modes à travers une structure pour un nombre de Rayleigh variant de 10^6 jusqu'à 10^8 a été faite par *L. Boukhattem* [10].

Dans le présent travail, nous étudions le comportement d'un bâtiment sur terre pleine soumis à des excitations. Les deux faces horizontales extérieures du local sont thermiquement isolées, alors que, les deux autres faces verticales dont l'une qui est la surface gauche maintenue à une température chaude (T_C), tandis que, celle de la face droite est maintenue à une température froide (T_F). Les différents résultats sont obtenus dans le cas du régime permanent et pour un écoulement laminaire du fluide.

2 Modèle mathématique

2.1 Configuration du bâtiment étudié

La configuration bidimensionnelle étudiée est représentée sur la figure 1. Il s'agit d'un bâtiment sur terre pleine ayant un toit d'épaisseur e_t et de largeur H_t , un mur d'épaisseur e_M et de hauteur H_M , et un plancher d'épaisseur e_P et de largeur H_P .

2.2 Formulation adimensionnelle des équations et conditions aux limites

Les équations qui régissent l'écoulement d'air au sein de l'habitat et le transfert de chaleur au sein de celui-ci, dans le cas d'un problème bidimensionnel, sont déduites à partir des lois générales de conservations de la masse, de la quantité de mouvement (Navier-Stokes) et de l'énergie. Ces équations sont obtenues après avoir adopté les hypothèses simplificatrices suivantes :

- L'écoulement et le transfert de chaleur sont bidimensionnels;
- l'écoulement est laminaire;
- Le fluide est newtonien, incompressible et transparent au rayonnement infrarouge;
- Pour la prise en compte des échanges radiatifs entre les faces internes de la structure étudiée, celles-ci sont supposées grises à émission et réflexion diffuses ;
- Les propriétés physiques du fluide sont considérées constantes, sauf pour la masse volumique de l'air dans le terme de poussée, où celle-ci varie linéairement en fonction de la température.

Ainsi, en tenant compte des hypothèses simplificatrices, citées ci-dessus, et après avoir adimensionné ces équations en choisissant une échelle de longueur H_M caractéristique de la hauteur du mur du bâtiment (figure 1)

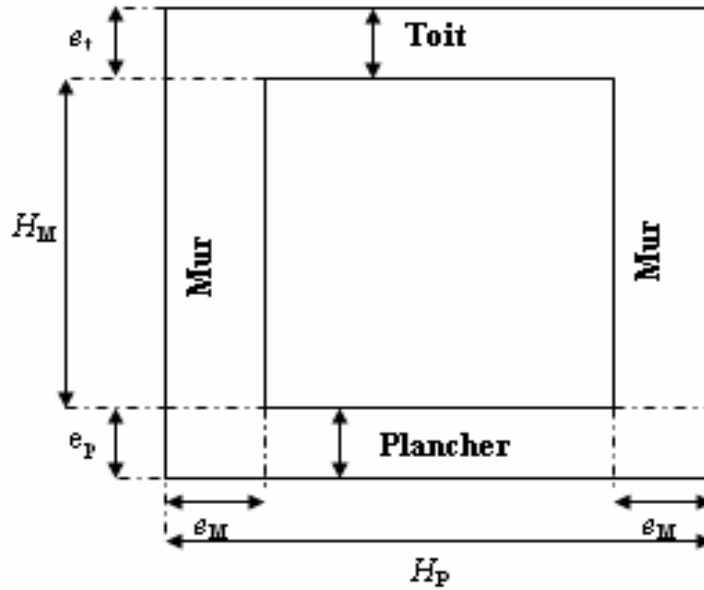


Fig1. Configuration du bâtiment étudiée.

et une échelle de la diffusivité thermique α_a caractéristique de la diffusion thermique du fluide étudié. Les équations adimensionnelles sont obtenues après avoir opéré le changement de variable suivant :

$$\theta_a = (T - T_C) / (T_C - T_F), (X, Y) = (x, y) / H_M, (U, V) = (u, v) / (\alpha_a / H_M), \tau = t / (H_M^2 / \alpha_a), \theta_s = (T_s - T_C) / (T_C - T_F)$$

$$\text{et } P = (p + \rho g y) / \rho (\alpha_a^2 / H_M^2)$$

Ce changement de variable appliqué aux équations du modèle, donne :

- Pour l'équation de continuité :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

- Pour l'équation de la quantité de mouvement suivant X et Y :

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{\partial U U}{\partial X} + \frac{\partial V U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{\partial U V}{\partial X} + \frac{\partial V V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Pr \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + Pr Ra \theta_a \quad (3)$$

- Pour l'équation de conservation de l'énergie :

$$\frac{\partial \theta_a}{\partial \tau} + \frac{\partial U \theta_a}{\partial X} + \frac{\partial V \theta_a}{\partial Y} = \frac{\partial \theta_a}{\partial X} + \frac{\partial \theta_a}{\partial Y} \quad (4)$$

- Pour l'équation de conduction d'énergie :

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial \tau} = \frac{\alpha_K}{\alpha_a} \left(\frac{\partial^2 \theta_s}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial Y^2} \right) \quad (5)$$

Avec θ_s est la température adimensionnelle du solide. Ra est le nombre Rayleigh et Pr est le nombre de

Prandtl définis respectivement par : $Ra = \frac{g \beta H_M^3 (T_C - T_F)}{\nu^2} Pr$ et $Pr = \frac{\nu}{\alpha_a}$

Les conditions aux limites dynamiques et thermiques du problème sont :

$U = V = 0$ sur les surfaces internes du bâtiment

$$\theta_s(0, Y) = 1 \text{ et } \theta_s(H_P, Y) = 1 \text{ pour } 0 \leq Y \leq (H_M + e_t + e_p)$$

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial Y}(X, Y) \Big|_{Y=0} = \frac{\partial \theta_s}{\partial Y}(X, Y) \Big|_{Y=H_M} = 0 \text{ pour } 0 \leq X \leq (H_t + 2e_M)$$

La continuité de température et du flux de chaleur aux interfaces fluide – solide sont données par :

$$\theta_s(X, Y) = \theta_a(X, Y) \text{ et } -\frac{\lambda_s}{\lambda_a} \frac{\partial \theta_s}{\partial \eta} = -\frac{\partial \theta_a}{\partial \eta} + Nr Qr$$

Où Qr est le flux radiatif net adimensionnel échangé entre la surface considérée et les autres faces du bâtiment et Nr est un nombre adimensionnel, caractérisant le rapport des échanges thermiques radiatifs aux transferts

$$\text{conductifs, il est défini par : } Nr = \frac{\sigma T_C^4 L}{\lambda_a (T_C - T_F)}$$

La densité surfacique du flux radiatif net dimensionnel $q_n(r_k)$ échangé par un élément de surface dS_k , situé en un point d'abscisse r_k sur la surface k est exprimée, selon Siegel et Howell [9] par :

$$q_n(r_k) = J_k(r_k) - E_k(r_k) \quad (6)$$

Où $E_k(r_k)$ est l'éclairement de l'élément de surface dS_k et $J_k(r_k)$ sa radiosité, donnés respectivement par :

$$E_k(r_k) = \sum_{j=1}^4 \int_{S_j} J_j(r_j) dF_{dS_k-dS_j}(r_k, r_j) \quad (7)$$

$$J_k(r_k) = \varepsilon_k \sigma (T_k(r_k))^4 + (1 - \varepsilon_k) E_k(r_k) \quad (8)$$

En remplaçant les deux équations (7) et (8) dans (6), et en divisant les deux membres de cette dernière par σT_C^4 , on obtient l'expression du flux radiatif net adimensionnel échangé par l'élément dS_k :

$$Q_n(r_k) = \varepsilon_k \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)^4 \left(\theta_k(r_k) + \frac{1}{\gamma - 1}\right)^4 - \varepsilon_k \sum_{j=1}^4 \int_{S_j} J_j(r_j) dF_{dS_k-dS_j} \quad (9)$$

La valeur moyenne du nombre de Nusselt sur la surface verticale gauche de la cellule étudiée est liée au coefficient de convection sur cette surface par la relation suivante:

$$\overline{Nu} = \frac{1}{H_M} \int_0^{H_M} \left(\frac{hc}{\lambda_a} \right)_{X=X_0} dY \quad (10)$$

Dans la couche limite stationnaire au contact de la paroi, le flux de chaleur échangé par conduction dans le fluide doit être égal au flux de chaleur par convection, ce qui permet d'établir la relation suivante:

$$-\lambda_a \frac{\partial T}{\partial X} \Big|_{X=0} = hc(T_C - T_F) \quad (11)$$

Le coefficient de convection considéré est défini par:

$$hc = -\frac{\left(\lambda_a \frac{\partial T}{\partial X} \right)_{X=0}}{(T_C - T_F)} \quad (12)$$

En combinant les équations (10) et (12), le nombre de Nusselt moyen sur la face verticale gauche de la cavité s'exprime par:

$$\overline{Nu} = -\frac{1}{H_M} \int_0^{H_M} \left(\frac{\partial \theta_s}{\partial X} \right)_{X=X_0} dY \quad (13)$$

Le flux de chaleur moyen adimensionnel sur la surface gauche du bâtiment est donné par:

$$\overline{Q} = \frac{-1}{(\varepsilon_1 + H_M + \varepsilon_p)} \int_0^{(\varepsilon_1 + H_M + \varepsilon_p)} \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{X=X_0} dY \quad (14)$$

3 Validation du modèle

Le programme de calcul est testé sur le cas d'une cavité carrée différentiellement chauffée. Les paramètres caractéristiques de l'écoulement et du transfert de chaleur calculés pour différents nombres de Rayleigh, en utilisant un maillage 42 x 42. Les résultats trouvés sont comparés, sur le tableau 1, à ceux obtenus par De Vahl Davis [10], Le Breton et al. [11] et A. Abdelbaki et al. [1]. La comparaison porte sur les valeurs maximales des composantes U et V de la vitesse respectivement à mi-largeur (U_{\max}) et à mi-hauteur (V_{\max}), sur la fonction de courant maximale (ψ_{\max}) et sur le nombre de Nusselt moyen (\overline{Nu}) à la surface chaude de la cavité. On peut constater que les résultats du présent travail sont en très bon accord avec ceux issus des trois autres études.

Ra	Grandeur comparée	De Vahl Davis [10]	Le Breton et al. [11]	Abdelbaki et al. [1]	Présent travail
10^3	ψ_{\max}	1,114	-	1,777	1,170
	U_{\max}	3,634	-	3,650	3,656
	V_{\max}	3,679	-	3,691	3,694
	Nu	1,116	-	1,119	1,119
10^4	ψ_{\max}	5,098	-	5,019	5,043
	U_{\max}	16,182	-	16,170	16,136
	V_{\max}	19,509	-	19,700	19,671
	Nu	2,242	-	2,258	2,261
10^5	ψ_{\max}	9,739	9,544	9,723	9,659
	U_{\max}	35,070	33,630	35,022	36,225
	V_{\max}	66,730	68,530	68,929	68,802
	Nu	4,564	4,521	4,625	4,654
10^6	ψ_{\max}	17,613	16,820	17,485	17,274
	U_{\max}	67,490	64,070	67,000	67,649
	V_{\max}	206,320	219,820	222,696	223,100
	Nu	9,270	8,794	9,446	9,867

Tableau 1. Comparaison des résultats du présent travail avec ceux de De Vahl Davis [10], Le Breton et al. [11] et A. Abdelbaki et al. [1].

4 Résultats et discussion

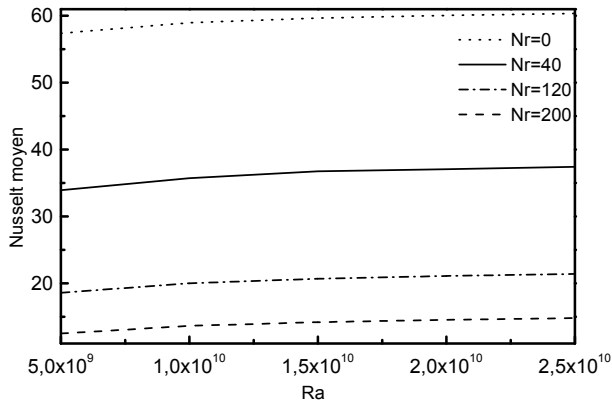
Les résultats présentés dans ce travail sont obtenus pour un bâtiment (figure 1) ayant un toit d'épaisseur $e_t / H_M = 0.05$ et de largeur $H_t / H_M = 1.2$, un mur d'épaisseur $e_M / H_M = 0.1$ et de hauteur $H_M / H_M = 1$, un plancher d'épaisseur $e_p / H_M = 0.05$ et de largeur $H_p / H_M = 1.2$. Le rapport λ_a / λ_s entre les conductivités de l'air et du solide est pris égal à 0,0242. Les nombres de Rayleigh (Ra), de rayonnement (Nr) et le rapport des températures (γ) varient respectivement de 5.10^9 à 25.10^9 , de 0 à 200 et de 1,02 à 1,07. Ces plages sont obtenues pour une différence de températures ($T_C - T_F$) variant de 5°C à 20°C . Cet intervalle de la différence de température ($T_C - T_F$) et la hauteur du mur du bâtiment (H_M) sont conformes aux conditions rencontrées dans la pratique. Le nombre de Prandtl de l'air dans l'habitat et l'émissivité (ϵ) des parois intérieures de celui-ci sont égaux respectivement à 0,71 et à 0.8.

Un compromis entre les pas d'espace et de temps et la précision des résultats a été fait. En effet, cette étude a conduit au choix d'un maillage non uniforme de 50×50 , avec 40×40 noeuds dans la cavité. Le pas de temps adimensionnel utilisé varie entre 10^{-6} et 10^{-5} selon la valeur du nombre de Rayleigh (Ra). La convergence est atteinte lorsque les écarts relatifs entre les variables calculées (U, V, P et θ), aux différents noeuds du maillage, dans deux itérations successives deviennent inférieurs à 10^{-6} .

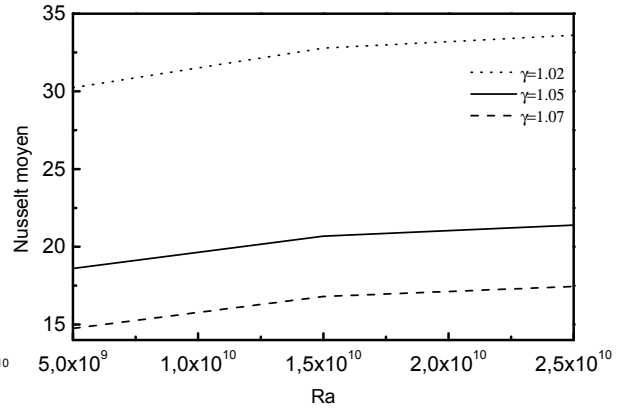
4.1 Effet du rayonnement

Les variations de \overline{Nu} , sur les surfaces verticales gauche et droite du bâtiment, obtenues pour $\gamma = 1.05$ et pour différentes valeurs de nombre de rayonnement Nr sont portées sur la figure 2 en fonction de Ra . Comme il est prévu, les transferts convectifs sont atténués par les échanges radiatifs. En effet, lorsque Nr passe de 0 à 200, le nombre de Nusselt moyen diminue. Cette diminution est de l'ordre de 78% pour $Ra = 5.10^9$ et de 75% pour $Ra = 25.10^9$, pour le nombre de Nusselt moyen calculé sur les deux faces verticales gauche et droite du bâtiment. Les résultats obtenus montrent également que les échanges convectifs sur la surface gauche sont égaux à ceux de la surface droite du bâtiment. Cet égalité de ces échanges est due tout simplement à la monodimensionnalité du transfert d'énergie presque le long des parois horizontales couvrant la cavité pour ($0.2 < X < 1$) et en plus, les flux moyens traversant le plancher et le toit sont égaux respectivement à $\overline{Q}_p \approx 0$ et $\overline{Q}_t \approx 0$. Ceux-ci permettent de conclure que l'égalité du nombre de Nusselt sur les deux surfaces en question est relative au principe de conservation de l'énergie (énergie entrant égale à celle sortant). Les résultats ont montré également que les échanges convectifs croissent en fonction de Ra .

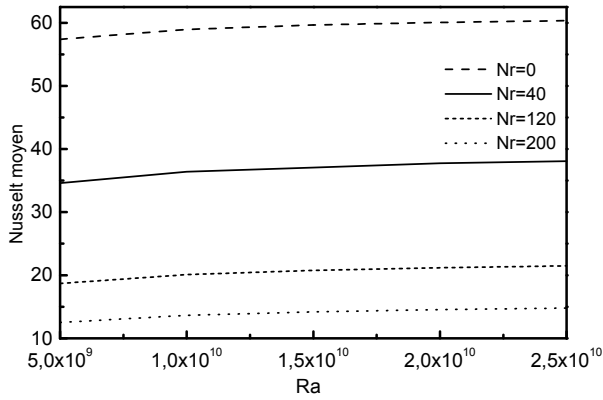
En ce qui concerne l'influence des échanges radiatifs sur le transfert thermique global, la figure 3 montre qu'elle se traduit par une augmentation du flux de chaleur traversant l'habitat en fonction du nombre de Rayleigh



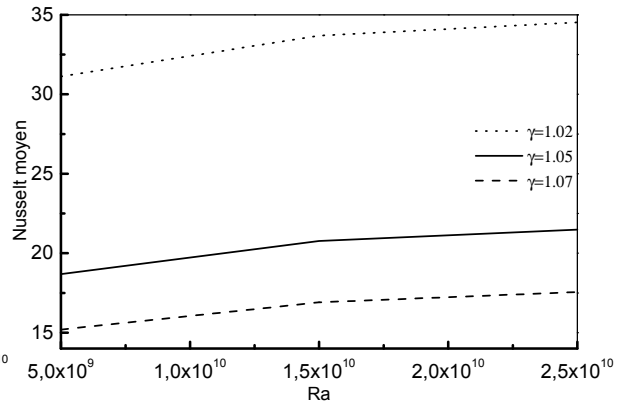
(a)



(a)



(b)



(b)

Fig.2. Effet de Nr sur la convection naturelle : (a) sur la surface intérieure gauche; (b) sur la surface intérieure droite.

Fig.4. Effet de Nr sur la convection naturelle : (a) sur la surface intérieure gauche; (b) sur la surface intérieure droite.

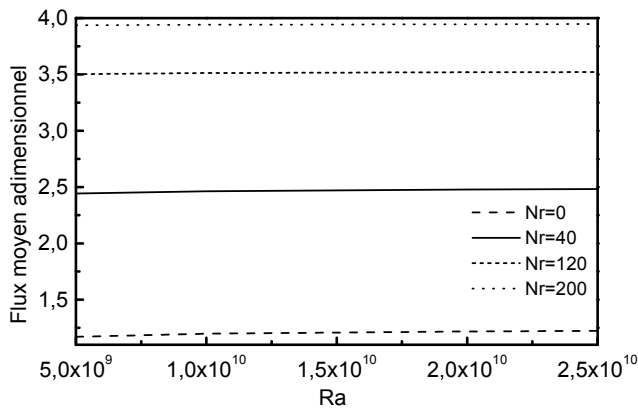


Fig.3. Effet du nombre du rayonnement Nr sur le transfert de chaleur global à travers l'habitat.

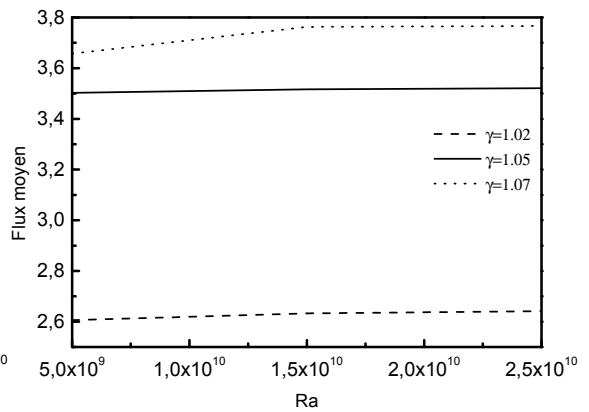


Fig.5. Effet du nombre du rayonnement Nr sur le transfert de chaleur global à travers l'habitat.

(Ra). Ce flux moyen croît en fonction du nombre du rayonnement Nr . En effet, Lorsque Nr varie de 0 à 200, Q croît de 70 % à peu près pour toutes les valeurs de Ra .

4.2 Effet du rapport de températures γ

La figure 4 ((a) et (b)) représentent, pour le nombre de rayonnement $Nr = 120$ et pour différentes valeurs de γ , les variations de Nu en fonction de Ra respectivement le long des surfaces verticales, gauche et droite du bâtiment. L'examen de ces figures montre que l'influence du paramètre γ sur la convection naturelle dans cet habitat est très appréciable. En effet, la variation du rapport de température de 1.02 à 1.07 entraîne une diminution du nombre de Nusselt moyen de l'ordre de 50% le long des deux surfaces verticales, gauche et droite du bâtiment. Les résultats ont montré également que les valeurs du nombre de Nusselt moyen calculé sur la surface gauche est presque le même que celui calculé sur la surface droite, ceci est dû tout simplement à la conservation de l'énergie (les flux moyens traversant le plancher et le toit sont relativement nuls).

En ce qui concerne les variations de Q en fonction de γ (figure 5) et pour la même valeur de Nr ($Nr = 120$); on constate également que le paramètre γ affecte notablement le flux thermique traversant la paroi verticale gauche. Ces résultats examinés ont montré que le flux moyen traversant cette structure, en fonction de γ , peut atteindre 29%.

5 Conclusion

Une étude numérique des transferts de chaleur couplés par conduction, convection et rayonnement a été conduite. Les résultats obtenus, pour des plages importantes des paramètres adimensionnels caractéristique du problème étudié, montrent que le transfert d'énergie dans une portion du plancher et du toit se fait suivant la direction ox (unidimensionnel) pour ($0.2 < X < 1$), alors que, ce transfert de chaleur a un caractère bidimensionnel le long des parois verticales et à l'intérieur de l'habitat. Les résultats confirment également l'importance des transferts thermiques convectifs et radiatifs à l'intérieur du local par rapport à ceux par conduction à travers les parois solides horizontales. Concernant la distribution du flux adimensionnel radiatif, les résultats indiquent que la surface verticale chaude perd l'énergie alors que la surface froide récupère l'énergie radiative provenant des autres surfaces du bâtiment. Ces échanges radiatifs diminuent en fonction du nombre de Rayleigh. On ce qui concerne l'influence du nombre de rayonnement; les résultats observés montrent que les transferts convectifs sont atténués en fonction de Nr et le transfert thermique global croît en fonction de ce paramètre. En fin, l'effet du rapport de températures joue un rôle négatif sur la convection naturelle à l'intérieur du bâtiment et un rôle positif sur le flux thermique global traversant la paroi verticale gauche de l'habitat étudié.

Références bibliographiques

- [1] A. Abdelbaki et Z. Zrikem, Simulation numérique des transferts thermiques couplés à travers les parois alvéolaires des bâtiments, *Int. J. l'herm. Sci.* (1999) 38, 719-730.
- [2] A. Abdelbaki. Etude détaillée des transferts thermiques couplés par convection, conduction et rayonnement dans les structures alvéolaires en régimes permanent et transitoire. Application à l'identification des coefficients de la fonction de transfert des parois du bâtiment. Thèse de doctorat d'état, Faculté des Sciences Semlalia, Marrakech, (2000).
- [3] A. Abdelbaki et al., Identification of empirical transfer function coefficients for a hollow tile based on detailed models of coupled heat transfers. *Building and Environment*, Vol.36, p. 139-148, 2001.
- [4] M. Boukendil et al., Couplage convection naturelle – conduction – rayonnement dans une cavité verticale à parois alvéolaires, 8ème congrès de mécanique (2007) 17-18.
- [5] T. Ait-taleb, A. Abdelbaki, Z. Zrikem, Numerical simulation of coupled heat transfers by conduction, natural convection and radiation in hollow structures heated from below or above, *Int. J. l'herm. Sci.* (In press)
- [6] V.A.F.COSTA, Double diffusive natural convection in a square enclosure with heat and mass diffusive walls, *Int. J. Heat Mass Transfer.* (1997). Vol. 40, No. 17, 4061-4071,
- [7] C. Ouardi, Contribution à l'étude du comportement thermique d'un habitat dans le climat de Marrakech, Thèse de DES, Université Cadi Ayyad, Marrakech, Maroc, décembre (1997).
- [8] L.Boukhattem et al. Étude des transferts de chaleur couplés et au sein d'un bâtiment en configuration bidimensionnelle, Congrès International Complex'2K7, Energie et Environnement, Agadir 19-20 Octobre (2007), 267-272.
- [9] Siegel R., Howell J.R., *Thermal radiation heat transfer*, McGraw-Hill, 2nd ed, New York, 1981.
- [10] De Vahl Davis G., Natural convection of air in a square cavity: a Bench Mark numerical solution, *Int. J.Numer. Meth. Fl.* 3 (1983) 249-264.
- [11] Le Breton P., Caltagirone J.-P., Arquis E., Natural convection in square cavity with thin porous layers on its vertical walls, *J. Heat Trans.-T. ASME*, 113 (1991) 892-898.