

MODELISATION BIDIRECTIONNELLE DES TRANSFERTS ET DES CONTRAINTES GÉNÉRÉES DANS DES MORCEAUX DE POMME PENDANT UN SECHAGE CONVECTIF

D. MIHOUBI* ⁽¹⁾, N. BOUDHRIOUA – MIHOUBI ⁽²⁾, N. KECHAOU ⁽²⁾

⁽¹⁾ Centre Nationale des Recherches et des Technologies de l'Energie

Laboratoire d'Energétique et Procédés Thermiques, B.P. 95 Hammam-Lif, 2050

⁽²⁾ Groupe Génie des Procédés Agroalimentaires de l'Unité de Recherche en Mécanique des Fluides Appliquée et Modélisation, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Sfax, BP '1173' 3038, Tunisie

E-mails: nourhene.boudhrioua@fss.rnu.tn, daoued.mihoubi@crtcn.rnrt.tn, nabil.kechaou@enis.rnu.tn

RÉSUMÉ

La modélisation des transferts dans le produit pendant le séchage est nécessaire pour maîtriser la qualité du produit fini. L'objectif de ce travail est la modélisation des transferts de chaleur, de matière et des contraintes générées pendant le séchage dans un produit déformable. Le modèle décrit les transferts et le comportement mécanique dans des morceaux de pomme. L'allure des cinétiques de séchage simulées est en accord avec la littérature. Les distributions spatio-temporelles de la teneur en eau et de la température du produit sont obtenues. Les contraintes générées dans le produit séchées sont simulées. Des valeurs assez basses des contraintes de cisaillement peuvent provoquer la rupture de la structure du matériau.

Mots clés : séchage convectif, pommes, transfert de chaleur et de matière, retrait, contrainte

Nomenclature

		Indices	
w	Teneur en eau (kg/kg MS)	surf	surface
D	Coefficient de diffusion m ² /s	0	initial
l	Longueur (m)	s	solide
L	Largueur (m)	l	liquide
v	Vitesse (m/s)		
σ	Contrainte (Pa)		

1. MATERIEL ET METHODES

1.1. Caractéristiques des pommes

La simulation des cinétiques a été effectuée pour des morceaux de pommes dont la teneur en eau a été déterminée par déshydratation pendant 24 heures à 105°C ($w_0 = 5$ kg eau/kg MS). Les teneurs en eau initiale (w_0) et d'équilibre (w_{eq}), la masse volumiques et le retrait produit ont été mesurés. Les autres caractéristiques physiques du produit sont prises de la littérature pour des fruits les plus proches possibles des pommes. Les teneurs en eau initiale (w_0) et d'équilibre (w_{eq}) sont exprimées en kg d'eau par kg de matière sèche (kg eau/kg MS).

1.2. Modélisation des transferts

Le modèle mathématique proposé décrit les transferts de matière et de chaleur dans le produit au cours du séchage. Le produit est considéré comme un système binaire contenant deux constituants : l'eau et la matière sèche. Les distributions initiales de la teneur en eau du produit et de la température sont uniformes. L'évaporation de l'eau du produit s'effectue à travers la surface [1, 2, 3, 4]. Les transferts bi-directionnels d'eau et de chaleur et des contraintes générées ont été examinés.

1.2.1. Bilans massiques

Les équations de bilans de matière dans le solide et le liquide en mouvement s'écrivent :

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \text{div}(\rho_s \vec{u}_s) = 0 \quad (1)$$

et

$$\frac{\partial \rho_l}{\partial t} + \text{div}(\rho_l \vec{u}_l) = 0 \quad (2)$$

On a par ailleurs :

$$\rho \vec{u} = \rho_s \vec{u}_s + \rho_l \vec{u}_l \quad (3)$$

et

$$\rho = \rho_s + \rho_l \quad (4)$$

Le flux de transport de matière est habituellement décomposé en un terme de diffusion et un terme de convection,

$$\rho_k \vec{u}_k = \vec{J}_{D,k} + \rho_k \vec{u} \quad \text{avec } k=l \quad (5)$$

En introduisant la teneur en eau, w , définie comme étant le rapport de deux masses volumiques apparentes:

$$w = \frac{\rho_l}{\rho_s} \quad (6)$$

et en faisant l'hypothèse que l'écoulement liquide peut être décrit comme un phénomène diffusif (pas d'effet de gravité) de la phase liquide par rapport à la phase solide, on peut exprimer le flux liquide en utilisant des équations (Eq. 3), (Eq. 5) et (Eq. 6) par :

$$\rho_l (\vec{u}_l - \vec{u}_s) = - \frac{\rho}{1+w} D \overrightarrow{\text{grad}}(w) \quad (7)$$

En combinant cette dernière relation avec les deux équations de bilan de matière (Eq. 1) et (Eq. 2), le transport liquide peut s'écrire sous la forme :

$$\rho_s \left(\frac{\partial w}{\partial t} + \vec{u}_s \overrightarrow{\text{grad}}(w) \right) = \text{div} \left(\frac{\rho}{1+w} D \overrightarrow{\text{grad}}(w) \right) \quad (8)$$

Cette équation montre que le terme convectif est directement lié au mouvement du solide et illustre ainsi l'effet du rétrécissement de matériau lié au transport de matière.

1.2.2. Bilan d'énergie

En utilisant l'hypothèse que l'évaporation se produit seulement au niveau de la surface, le transfert interne de chaleur obéit à la loi de Fourier avec une conductivité apparente variable en fonction de la teneur en eau.

$$\frac{\partial(\rho C_p T)}{\partial t} + \vec{v}_s \cdot \vec{\text{grad}}(\rho C_p T) - \frac{D}{1+w} \vec{\text{grad}}(w) \vec{\text{grad}}(\rho C_p T) = \text{div}(\kappa \vec{\text{grad}}(T)) \quad (9)$$

1.2.3. Contraintes

On assume que le produit séché a un comportement élastique. L'équation décrivant le comportement mécanique du produit se compose de deux termes, l'un est relié directement au comportement mécanique, ε^M , et le second, ε^r , est lié aux variations des teneurs en eau, ε^M , et de température, ε^T [5, 6, 7].

$$\varepsilon = \varepsilon^M + \varepsilon^r \quad (10)$$

Avec

$$\varepsilon^r = \varepsilon^T + \varepsilon^H, \quad \varepsilon^T = \alpha(T - T_0) \quad \text{et} \quad \varepsilon^H = \beta(w - w_0)$$

Les contraintes doivent satisfaire les conditions d'équilibre suivantes

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} = 0 \quad (12)$$

1.2.4. Conditions initiales et aux limites

$$\text{Initialement la teneur en eau et la température sont uniformes : } t = 0 \quad w = w_0, \quad T = T_0 \quad (13)$$

Les conditions limites des contraintes sont:

$$x=L \text{ (Largeur): } \sigma_{xx} = 0; \quad \sigma_{xy} = 0 \quad (14)$$

$$x=0: u=0 \quad (15)$$

$$y=l \text{ (longueur): } \sigma_{yy} = 0; \quad \sigma_{xy} = 0 \quad (16)$$

$$y=0: v=0 \quad (17)$$

Le taux de vaporisation de la teneur en eau à la surface du produit, $\dot{m}$, est donné par l'équation suivante:

$$\dot{m} = \frac{K_m M_v}{R} \left(\frac{a_w P_{v, \text{sat at } T}}{T} - \frac{R H P_{v, \text{sat at } T_a}}{T_a} \right) \quad (18)$$

1.2.5. Résolution numérique

Le modèle est implémenté dans un solveur numérique. La résolution numérique est effectuée par la méthode à base d'éléments finis. La tolérance est de 10^{-5} . La formulation ALE (Arbitrary Lagrange-Eulerian) a été utilisée pour résoudre le système à conditions limites variables ce qui permet de considérer le cas de séchage de produit déformable.

2. RÉSULTATS ET DISCUSSION

2.1. Conditions de séchage

Les cinétiques de séchage ont été simulées pour un séchage convectif des morceaux de pommes de 0.01×0.005 m à 70°C , une humidité relative égale à 20 % et une vitesse d'air égale à 2 m/s.

2.2. Séchage et modélisation des transferts

La figure 1 montre la variation de la teneur en eau moyenne des morceaux de pomme simulée pour un séchage à 70°C , humidité relative = 20 % et vitesse d'air = 2 m/s. La variation de la teneur en eau montre l'absence des phases 0 et 1 de séchage et la présence de la phase 2 de séchage uniquement. Cette évolution est caractéristique des courbes de séchage des produits biologiques et indiquent que la diffusion est *a priori* le mécanisme prépondérant gouvernant le transfert d'eau dans le produit.

La Figure 2 montre la distribution spatio-temporelle de la température du produit obtenue après 5000 secondes de séchage à la condition précédente (température = 70°C , humidité relative = 20 % et vitesse d'air = 2 m/s). La température moyenne du produit augmente jusqu'à ce qu'elle atteigne une valeur constante qui correspond à celle de l'air asséchant.

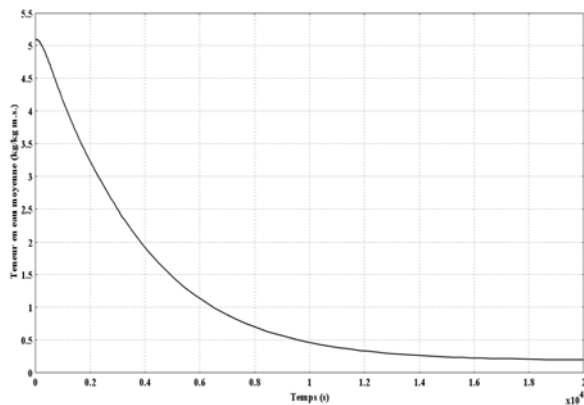


Figure 1. Evolution de la teneur en eau moyenne des morceaux de pomme simulée pour un séchage à 70°C , humidité relative = 20 % et vitesse d'air = 2 m/s.

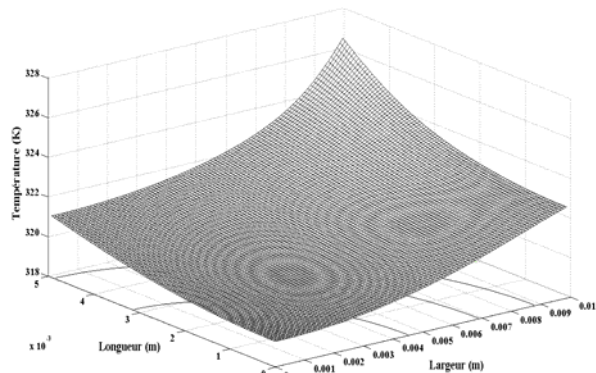


Figure 2. Distribution spatio-temporelle de la température des morceaux de pomme simulée pour un séchage durant 5000 secondes à 70°C , humidité relative = 20 % et vitesse d'air = 2 m/s.

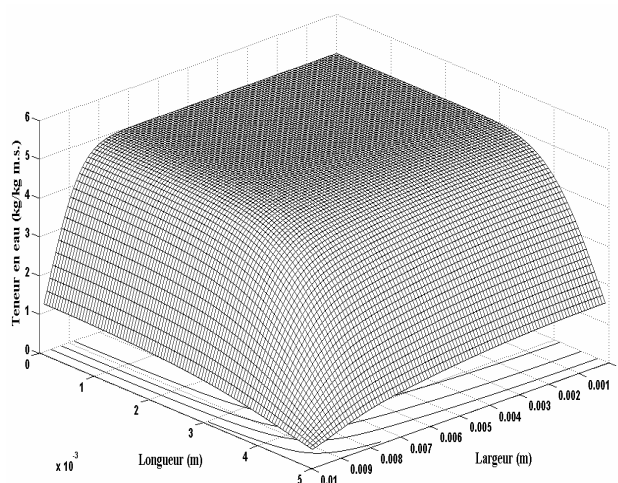


Figure 3. Distribution spatio-temporelle de la teneur en eau des morceaux de pomme simulée pour un séchage durant 5000 secondes à 70°C , humidité relative = 20 % et vitesse d'air = 2 m/s..

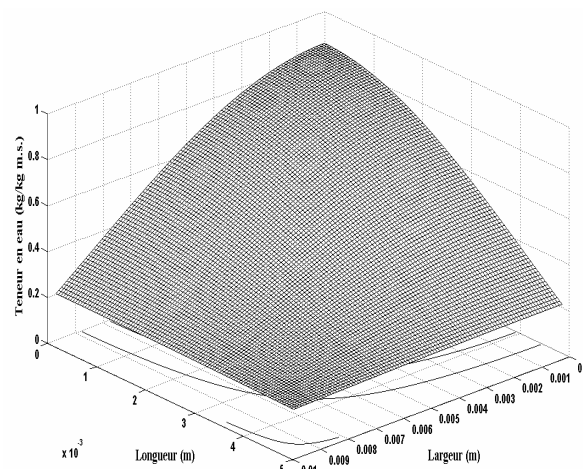


Figure 4. Distribution spatio-temporelle de la teneur en eau des morceaux de pomme simulée pour un séchage durant 10000 secondes à 70°C , humidité relative = 20 % et vitesse d'air = 2 m/s..

Les figures 3 et 4 montrent les champs spatio-temporels correspondants à l'évolution de la teneur en eau obtenue après 5000 et 10000 secondes de séchage à 70°C, humidité relative = 20 % et vitesse d'air = 2 m/s.

Les teneurs en eau diminuent au cours du séchage pour atteindre l'équilibre. Ces figures illustrent que la distribution de teneur en eau est initialement uniforme (début de séchage) puis un gradient de teneur en eau se développe au cours du séchage. La zone sèche localisée dans les coins des morceaux de pomme se déplace vers le fond du produit au cours du séchage. L'intensité du gradient de teneur en eau dans le produit change selon le côté de examiné de l'échantillon.

Les figures 5 et 6 montrent les champs spatio-temporels des contraintes σ_{xx} et σ_{yy} obtenus après 10000 secondes de séchage à 70°C, humidité relative = 20 % et vitesse d'air = 2 m/s.

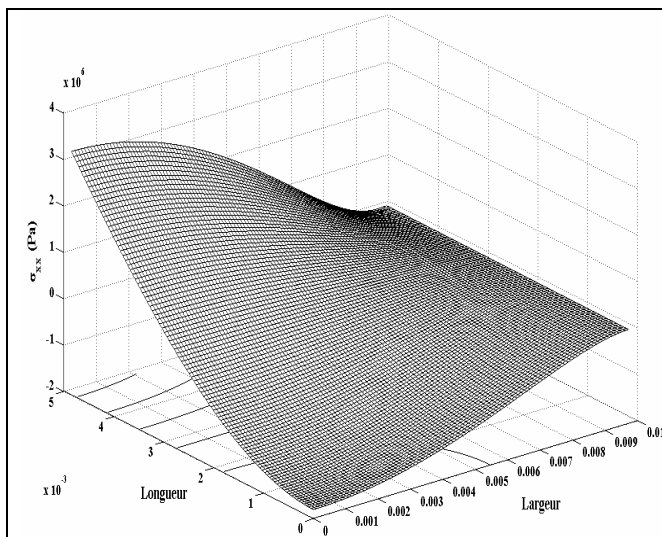


Figure 5. Distribution spatio-temporelle de la contrainte σ_{xx} des morceaux de pomme simulée pour un séchage durant 10000 secondes à 70°C, humidité relative = 20 % et vitesse d'air = 2 m/s.

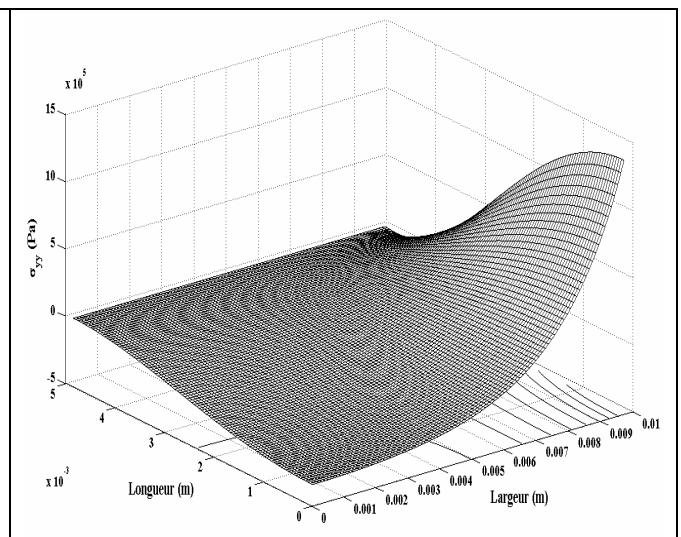


Figure 6. Distribution spatio-temporelle de la contrainte σ_{yy} des morceaux de pomme simulée pour un séchage durant 10000 secondes à 70°C, humidité relative = 20 % et vitesse d'air = 2 m/s

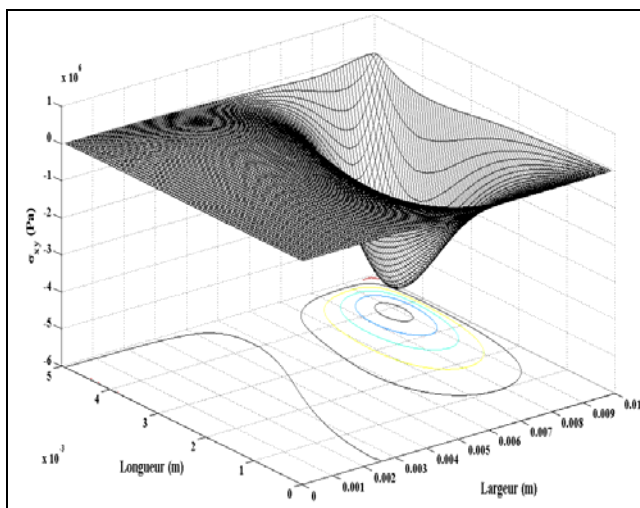


Figure 7 Distribution spatio-temporelle de la contrainte de cisaillement σ_{xy} des morceaux de pomme simulée pour un séchage durant 5000 secondes à 70°C, humidité relative = 20 % et vitesse d'air = 2 m/s.

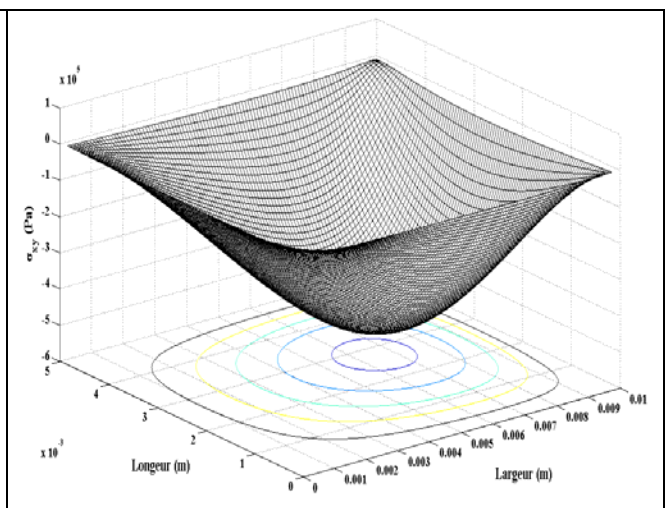


Figure 8. Distribution spatio-temporelle de la contrainte de cisaillement σ_{xy} des morceaux de pomme simulée pour un séchage durant 10000 secondes à 70°C, humidité relative = 20 % et vitesse d'air = 2 m/s

Les champs de contraintes σ_{xx} sont initialement nuls à la surface du produit. Les contraintes sont compressives à l'intérieur du produit et de traction à la surface. Les contraintes σ_{yy} sont nulles en haut du produit. Des contraintes de traction se développent aux surfaces supérieures et des contraintes de compression se produisent au fond du produit. Les figures 7 et 8 montrent les champs spatio-temporels des contraintes de cisaillement σ_{xy} obtenus après 5000 et 10000 secondes de séchage à 70°C, humidité relative = 20 % et vitesse d'air = 2 m/s.

Les champs de contraintes de cisaillement apparaissent suite à la déformation hétérogène qui se développe au sein du produit pendant le séchage. Les valeurs des contraintes de cisaillement ne sont pas aussi élevées que celles des autres contraintes σ_{xx} et σ_{yy} mais elles peuvent à des niveaux relativement bas provoquer la rupture de la structure du matériau.

3. CONCLUSION

Le modèle proposé décrit les transferts d'eau et de chaleur et le comportement mécanique des morceaux de pommes au cours du séchage convectif. Le comportement des cinétiques de séchage est bien illustrés comme habituellement décrit dans la littérature. Les distributions spatiotemporelles de la teneur en eau et de la température du produit ont été obtenues. La distribution des contraintes au sein du produit montre que la rupture de la structure du matériau peut se produire à des niveaux assez bas de la contrainte de cisaillement. Ce modèle doit être validé pour d'autres conditions de séchage et d'autres produits.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] Mihoubi, D., deshydratation d'argiles par compression et séchage. Aspects de modélisation et de simulation, université de Pau et des Pays de l'Adour, 2004.
- [2] Mihoubi, D. and Bellagi, A.: Two-dimensional heat and mass transfer during drying of deformable media. Appl. math. model, **32** 303-314 (2008).
- [3] Mihoubi, D., Zagrouba, F., Vaxelaire, J., Bellagi, A. and Roques, M.: Transfer phenomena during the drying of a shrinkable product: modelling and simulations. Drying Technol., **22**, 91-109 (2004a).
- [4] Crank, J., The Mathematics of Diffusion, Oxford University Press, London ed., 1990.
- [5] Hasatani, M. and Itaya, Y.: Drying induced strain and stress: a review. Drying Technology, **14**, 1011-1040 (1996).
- [6] Kowalski, S. J.: Guest Editorial: R&D in Thermo-Hydro-Mechanical Aspect of Drying. Drying Technol., **26**, 258-259 (2008).
- [7] Kowalski, S. J. and Rajewska, K.: Drying induced stresses in elastic and viscoelastic saturated materials. Chem. Eng. Sci., **57**, 3883-3892 (2002).