

MODELISATION DE LA SOLIDIFICATION DES MATERIAUX À CHANGEMENT DE PHASE PAR LA METHODE ENTHALPIQUE

M. Teggara^a, E. Mezaache^{b*} et B. Zeghmata^c

^a Département de Génie Mécanique, Université de Laghouat, B.P. 37G, Laghouat 03000, Algérie

^b Département de Physique, Université de Skikda, B.P. 26, Skikda 21000, Algérie

^c Laboratoire de Mathématiques et Physique des Systèmes - Groupe de Mécanique Energétique,
Université de Perpignan, 52, Avenue de Paul Alduy 66860 Perpignan, France
teggara.mohamed@yahoo.com, e_mezaache@yahoo.fr, zeghmata@univ-perp.fr

RESUME

Le stockage de froid par chaleur latente dans les systèmes de conditionnement d'air contribue à réduire d'une part, l'utilisation des gaz à effet de serre utilisés dans les systèmes conventionnels et d'autre part la consommation en énergie électrique. Le principe de fonctionnement de ces systèmes est basé sur la transformation liquide-solide des matériaux à changement de phase (MCP) encapsulés. Dans ce travail, la formulation mathématique de la solidification de ces MCP est basée sur la méthode enthalpique. L'équation qui régit la solidification du MCP et les conditions aux limites qui lui sont associées est résolue par la méthode des volumes de contrôle. Après avoir validé les résultats numériques avec ceux de travaux de la littérature, nous avons déterminé l'évolution au cours du temps de la température du MCP, de l'enthalpie et de l'interface liquide-solide. Les résultats montrent l'existence de trois phases régies par le mode de transfert dans le MCP.

Mots-clés : MCP, solidification, stockage de froid, nombre de Stefan, méthode enthalpique

NOMENCLATURE

			Indices	
Bi	nombre de Biot		∞	fluide réfrigérant
C	chaleur spécifique	(Jkg ⁻¹ K ⁻¹)	c	complète
H	coefficient de convection	(Wm ⁻² K ⁻¹)	f	fusion
H	enthalpie massique	(J kg ⁻¹)	in	initiale
K	conductivité thermique	(Wm ⁻¹ K ⁻¹)	s	solide
L _f	chaleur latente de fusion	(Jkg ⁻¹)	P	nœud principal
Ste	nombre de Stefan		E, W	nœuds est et ouest
A	diffusivité thermique	(m ² s ⁻¹)	e	face est du volume de contrôle
θ	température adimensionnelle		w	face ouest du volume de contrôle
ρ	masse volumique	(kg m ⁻³)		

1. INTRODUCTION

Les systèmes de stockage de froid par chaleur latente destinés au conditionnement d'air ont donné lieu à de nombreux travaux théoriques et expérimentaux en raison du rôle prépondérant qu'ils exercent pour diminuer d'une part, l'utilisation des gaz à effet de serre des systèmes conventionnels, et d'autre part la consommation électrique. Ces systèmes de stockage de froid utilisent des matériaux à changement de phase liquide-solide encapsulés. Prud'homme et Nguyen ont analysé la solidification d'un liquide de propriétés thermodynamiques constantes, à la fois par une méthode de perturbation singulière et par une simulation numérique pour trois types de conditions aux limites dans une géométrie plane, cylindrique ou sphérique. [1]. Les solutions analytiques obtenues du champ de température adimensionnelle pour la solidification vers l'intérieur sont au second ordre du nombre de Stefan. Fikiin [2] a procédé à une étude numérique de la transformation d'un MCP en utilisant un modèle général de changement de phase basé d'une part, sur la formulation enthalpique pour éliminer la non-linéarité engendrée par la dépendance des propriétés thermophysiques du MCP de sa température et d'autre part, une relation linéaire entre l'enthalpie spécifique et la température

appelée la fonction de Kirchhoff. Royon et al.[3] ont présenté un nouveau MCP (eau stabilisée dans un polymère) et modélisé en utilisant, un modèle de conduction thermique, la solidification de cet échantillon emprisonné dans une capsule parallélépipédique. Les résultats numériques sont en bon accord qualitatif et quantitatif avec leurs résultats expérimentaux pour la température au centre de la capsule. Un modèle décrivant le processus de solidification dans des capsules plates disposés dans une cuve calorifugée est donnée par Ismail et al. [4]. Ce modèle est une formulation classique de Stefan, validé expérimentalement et par comparaison avec la solution exacte de Prud'homme. La résolution de l'équation qui régit la solidification d'un MCP parallélépipédique soumis à une convection forcée par la méthode des perturbations conduit à des résultats en bon accord qualitatif et quantitatif avec les résultats expérimentaux [5]. La modélisation, à l'aide de la méthode enthalpique, de la solidification d'un MCP dans des capsules sphériques et cylindriques a conduit à des corrélations permettant le calcul de la durée de solidification complète d'un matériau pur en général et de l'eau en particulier contenus dans des capsules sphériques ou cylindriques [6]. Teggat et Mezaache [7] ont introduit un facteur géométrique à l'aide duquel le problème monodimensionnel de solidification interne est traité par un seul modèle pour les trois géométries de base : sphérique, cylindrique et rectangulaire. Dans un autre travail [8], ces auteurs ont étudié la solidification d'un matériau à changement de phase à l'intérieur d'une capsule sphérique pour l'usage des basses températures.

Dans ce travail, nous procédons à une étude numérique de la solidification d'un MCP dans une capsule parallélépipédique. L'équation qui régit le processus de solidification est basée sur la formulation enthalpique. Cette équation est résolue par la méthode des volumes de contrôle. Nous analysons l'évolution au cours du temps de la température, de l'enthalpie et de l'interface solide-liquide.

2. MODELISATION

Considérons une capsule rectangulaire remplie d'un MCP liquide pur à une température initiale ($T_i > T_f$). A l'instant $t=0$, la surface externe de la capsule est exposée à un fluide frigoporteur de température $T_\infty < T_f$. Cet écart de température induit automatiquement un flux convectif entre le fluide et la surface de la capsule. La solidification commence, donc, de la surface externe du MCP vers le centre de ce matériau. La longueur et la largeur de la capsule sont supposées très grandes par rapport à son épaisseur "2L" pour que le flux de chaleur puisse être considéré comme unidirectionnel suivant la direction x le long de l'épaisseur. La température du réfrigérant et le coefficient d'échange thermique sont supposés constants.

Le phénomène de solidification à l'intérieur du matériau est gouverné par l'équation de la chaleur :

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (1)$$

avec :

$$T = \frac{H}{\rho_s c_s} + T_f \quad (H < 0) \quad (2)$$

$$T = T_f \quad (0 \leq H \leq L_f) \quad (3)$$

$$T = \frac{H / \rho_l - L_f}{c_l} + T_f \quad (H > L_f) \quad (4)$$

La condition initiale et les conditions aux limites sont :

$$t=0 : T = T_{in} \quad (5)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad \forall t > 0 \quad (6)$$

$$-k \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=L} = h(T_{x=L} - T_{\infty}), \quad \forall t > 0 \quad (7)$$

L'adimensionnalisation de l'équation (1) et des conditions aux limites (6) et (7) conduit aux expressions suivantes :

$$\frac{\partial H^*}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial X} \left(K^* \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) \quad (8)$$

$$\theta(X, \tau = 0) = 1 \quad (9)$$

$$K^* \frac{\partial \theta}{\partial X} = -Bi \theta(X = 1, \tau) \quad (10)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial X} \right|_{X=0} = 0 \quad (11)$$

$$\theta = \begin{cases} H^* + \theta_f & \left\{ \begin{array}{l} H^* < 0 \\ 0 \leq H^* \leq 1/Ste \\ H^* > 1/Ste \end{array} \right. \\ \theta_f \\ (H^* - 1/Ste)/C^* + \theta_f \end{cases} \quad (12)$$

avec :

$$H^* = \frac{H}{c_s(T_{in} - T_{\infty})}; \quad X = \frac{x}{L}; \quad \tau = \frac{\alpha_s t}{L^2}; \quad \theta = \frac{T - T_{\infty}}{T_{in} - T_{\infty}}; \quad Ste = \frac{c_s(T_{in} - T_{\infty})}{L_f}; \quad Bi = \frac{hL}{k_s}; \quad K^* = \frac{k}{k_s}; \quad C^* = \frac{c}{c_s} \quad (13)$$

3. METHODOLOGIE NUMERIQUE

L'équation (8) et les conditions initiales et aux limites qui lui sont associées sont résolues par la méthode des volumes finis (figure 1). La surface du MCP ($X=1$) est soumise à un échange de chaleur par convection.

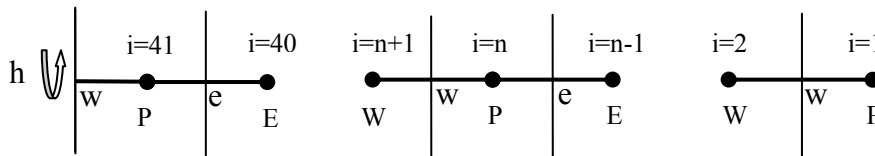


Figure 1. Maillage sur la longueur caractéristique L

Intégrons l'équation (8) sur un volume de contrôle de centre P entre les deux instants successifs $k\Delta\tau$ et $(k+1)\Delta\tau$; il vient :

$$\int_k^{k+1} \int_{X_e}^{X_w} \frac{\partial H^*}{\partial \tau} dX d\tau = \int_k^{k+1} \int_{X_e}^{X_w} \frac{\partial}{\partial X} \left(K^* \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) dX d\tau \quad (14)$$

Entre deux nœuds consécutifs la variation de la température est supposée linéaire. Il en résulte :

$$\int_k^{k+1} \left[\frac{\partial H}{\partial \tau} \right] \Delta X d\tau = \int_k^{k+1} \left[K_w^* \frac{\theta_w - \theta_p}{\Delta X} - K_e^* \frac{\theta_p - \theta_e}{\Delta X} \right] d\tau \quad (15)$$

La conductivité aux faces gauche et droite du volume de contrôle est obtenue en supposant que la conductivité est constante dans chaque volume de contrôle. La méthode des conductances, basée sur la conservation du flux de chaleur, permet de déduire la conductivité sur les faces du volume de contrôle en fonction de celles des deux volumes de contrôle.

$$K_e^* = \frac{2K_p^* K_e^*}{K_p^* + K_e^*}, \quad K_w^* = \frac{2K_w^* K_p^*}{K_w^* + K_p^*} \quad (16)$$

On intègre sur le temps, en supposant qu'à chaque instant $k\Delta\tau$, l'enthalpie au centre du volume de contrôle est prédominante sur le volume de contrôle considéré. Ainsi, le membre gauche de l'équation (15) vérifie l'expression suivante :

$$\int_k^{k+1} \left[\frac{\partial H^*}{\partial \tau} \right] \Delta X d\tau = \Delta X (H^{*k+1}_p - H^{*k}_p) \quad (17)$$

Les flux thermiques reportés dans l'autre membre de l'équation (15), peuvent être évalués avec les températures aux nœuds de ce volume de contrôle entre les instants $k\Delta\tau$ et $(k+1)\Delta\tau$ [9]:

$$\int_k^{k+1} \theta_p d\tau = [\beta \theta_p^{k+1} + (1-\beta) \theta_p^k] \Delta \tau \quad (18)$$

pour $\beta=0$, correspondant à un schéma explicite :

$$H^{*k+1}_p = H^{*k}_p + \frac{\Delta \tau}{\Delta X} \left[K_w^* \frac{\theta_w^k - \theta_p^k}{\Delta X} - K_e^* \frac{\theta_p^k - \theta_e^k}{\Delta X} \right] \quad (19)$$

Cet algorithme est applicable pour l'ensemble des nœuds intérieurs entre le premier et le dernier nœud. Pour le premier nœud qui correspond à un flux thermique nul et le dernier nœud, on écrit:

$$H^{*k+1}_1 = H^{*k}_1 + \frac{2\Delta \tau}{\Delta X} K_w^* \frac{\theta_2^k - \theta_1^k}{\Delta X} \quad (20)$$

$$H^{*k+1}_n = H^{*k}_n + \Delta \tau / \Delta X \left[-\frac{2Bi.K_n^*}{2K_n^* + Bi\Delta X} \theta_n^k - K_e^* \frac{(\theta_n^k - \theta_{n-1}^k)}{\Delta X} \right] \quad (21)$$

4. RESULTATS

Afin de valider notre modèle numérique, nous avons comparé nos résultats avec ceux de Ismail et de Prud'homme [4] portant sur la solidification de l'eau dans une batterie de capsules plates. L'eau est initialement à une température $T_i=273K$ et les parois de ces capsules sont maintenues à une température constante $T_p= 268K$. Le processus de solidification est formulé à l'aide du modèle

classique de Stefan et validé par comparaison à la solution analytique (de similarité) de Prud'homme portant sur un problème analogue.

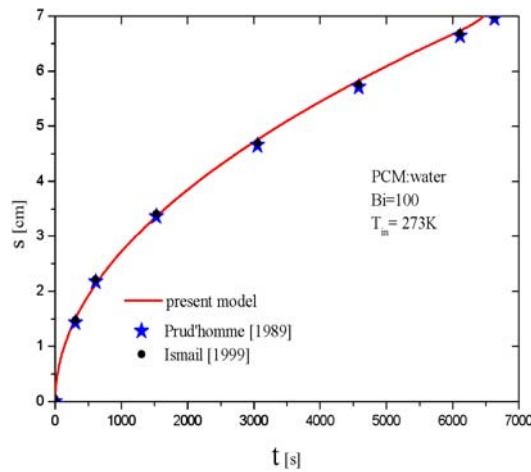


Figure 2. Comparaison du modèle avec les résultats de Ismail (1999) et Prud'homme (1989)

La figure (2) montre que nos résultats sont en très bon accord qualitatif et quantitatif avec ceux de Ismail et de Prud'homme. En effet, l'écart relatif observé n'excède pas 3%. Les calculs ont été effectués pour une capsule d'épaisseur 12cm, un nombre de Biot suffisamment grand ($Bi=100$) afin de simuler le cas d'une paroi isotherme (273K), un pas de temps $\Delta\tau = 0.0001$ soit $\Delta t = 1.66102s$ et un pas d'espace $\Delta X = 0.02469$ soit $\Delta x = 0.0017m$.

L'évolution de la température au centre de la capsule de MCP sous les conditions : $\theta_m=0.8$; $Ste=3$; $Bi=5$ est présentée sur la figure (3). Elle montre une phase d'échange de la chaleur sensible ramenant le MCP de sa température initiale à sa température de fusion. Ensuite, cette température reste constante jusqu'à ce que le MCP soit solide. La dernière phase décrite par une décroissance de la température au cours du temps traduit un équilibre thermique entre le solide aussitôt formé et son ambiance par échange de chaleur sensible.

L'évolution de l'enthalpie au cours du temps est naturellement similaire à celui de la température (éq. 2). Cependant, elle met en évidence la diminution rapide de l'enthalpie au cours du temps traduisant un changement de phase liquide solide. Enfin, l'évolution du front de solidification ou de l'interface liquide-solide pour différentes valeurs du nombre du Biot est présentée dans la figure (4).

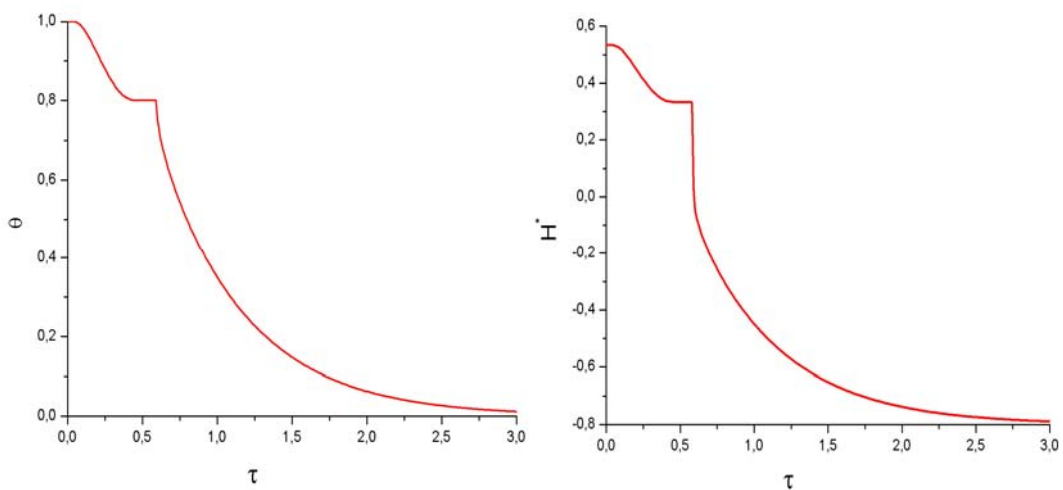


Figure 3. Variation de la température et l'enthalpie au centre de la capsule

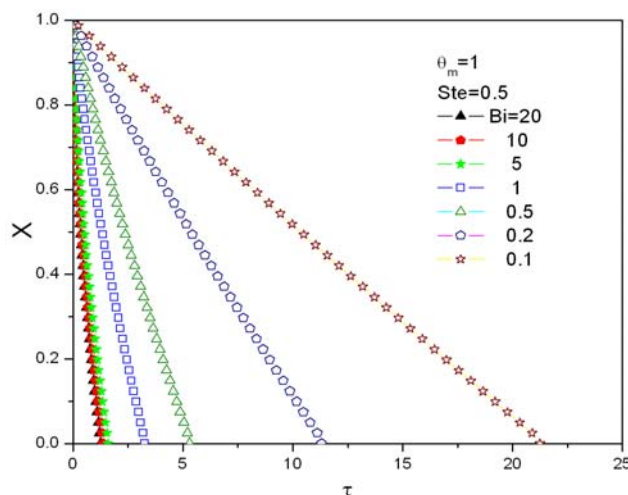


Figure 4. Evolution du front de solidification

5. CONCLUSION

Nous avons modélisé, à l'aide de la méthode enthalpique, la solidification d'un matériau pur à changement de phase enfermé dans des capsules parallélépipédiques. L'évolution au cours du temps de la température du MCP, de son enthalpie met en évidence trois phases : une phase où le transfert par chaleur sensible ramenant le MCP de sa température initiale à sa température de fusion suivi d'une phase à température restant constante correspondant à la solidification du MCP et d'une phase caractérisant le retour à l'équilibre thermique du MCP avec le milieu dans lequel il se trouve.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. M. Prud'homme, T. H. Nguyen, 1989, Solutions par perturbations singulières pour un problème de Stefan généralisé, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 32, n°: 8, pp. 1501-1515.
2. K. Fikiin, 1996, Generalized numerical modeling of unsteady heat transfer during cooling and freezing using improved enthalpy method and quasi-one-dimensional formulation, *Int. J. Refrigeration*, vol. 19, n°: 2, pp. 132-140.
3. L. Royon, G. Guiffant, P. Flaud, 1997, Investigation of heat transfer in a polymeric phase change material for low level heat storage, *Energy Conversion & Management*, vol.38, n°: 6, pp. 517-524.
4. K. Ismail, O. Quispe, J. Henriquez, 1999, A numerical and experimental study on a parallel plate ice bank, *Applied Thermal Engineering*, vol. 19, pp. 163-193.
5. Z. Stefania, P. Pavel, M. Constantinescu, 1999, Study of one dimensional solidification with free convection in an infinite plate geometry, *Energy Conversion & Management*, vol. 40, pp. 261-271.
6. B. Levent, I. Zafer, 2005, Total solidification time of a liquid phase change material enclosed in cylindrical/ spherical containers, *Applied Thermal Engineering*, vol. 25, pp. 1488-1502.
7. M. Teggat, E. Mezaache, 2008, Study of Heat Transfer During Solidification of Phase Change Material inside Capsules, *ICHMT International Symposium on Advances in Computational Heat Transfer*, May 11-16, 2008, Marrakech, Morocco.
8. M. Teggat, E. Mezaache, 2008, Study of inward Spherical Solidification of Phase Change Materials for Low Temperature Use, *4th International Conference on Advances in Mechanical Engineering and Mechanics*, 16-18 December, 2008, Sousse, Tunisia.
9. S. Patankar, Numerical heat transfer and fluid flow, 1980, *Taylor and Francis publishers, USA*.