

EFFET D'UN CHAMP MAGNETIQUE DANS UN ECOULEMENT EN CONVECTION NATURELLE D'UN FLUIDE ENFERME DANS UNE CAVITE CARREE

A. EL JERY * ; M. MAGHERBI ; A. BEN BRAHIM

Ecole Nationale d'Ingénieurs de Gabès, Laboratoire Thermodynamique Appliquée
Rue Omar Ibn El Khattab 6029 Gabès – TUNISIE
Atef.eljery@enig.rnu.tn ; Magherbim@yahoo.fr

Résumé

On considère une étude numérique bidimensionnelle de la convection naturelle dans une cavité carrée soumise à un gradient de température horizontal et à l'action d'un champ magnétique externe uniforme à des différentes orientations. La structure de la convection naturelle dépend de quatre paramètres : le nombre de Prandtl fixé à 0.71, seuls l'angle d'inclinaison du champ magnétique et les nombres de Grashof et Hartman sont variés. Les effets combinés du nombre de Hartman et de l'angle d'inclinaison de champ magnétique sont présentés sous forme de graphiques et en termes des lignes des isothermes et des courants. Les effets de la direction du champ magnétique sur la distribution d'isothermes et de courants sont étudiés. Le nombre de Nusselt est affecté par le nombre de Hartmann. Les résultats obtenus montrent que l'application d'un champ magnétique cause des modifications dans la structure d'écoulement et permet de contrôler la convection et le transfert thermique.

Nomenclature:

a Diffusivité thermique ($m^2.s^{-1}$)
B Intensité du champ magnétique (T)
g Accélération de la pesanteur, ($m.s^{-2}$)
Gr Nombre de Grashof thermique
Ha Nombre de Hartmann ($Ha = B.L.(σ/μ)^{0.5}$)
J Densité du courant électrique ($A.m^{-2}$)
k Conductivité thermique ($J.m^{-1}s^{-1}K^{-1}$)
L Longueur de cavité (m)
p pression ($N.m^{-2}$)
P Pression adimensionnelle
Pr Nombre de Prandtl ($Pr = ν/a$)
 T_0 Température moyenne ($T_0 = (T_h + T_c)/2$)
 $ΔT$ Différence de température $ΔT = T_h - T_c$
W Vitesse (m/s)
v Vitesse adimensionnel
u,v Composantes des vitesses suivant la direction x et y (m/s)
U,V Composantes des vitesses adimensionnelles suivant la direction x et y
x, y Coordonnées cartésienne (m)

X, Y Coordonnées adimensionnelles cartésienne

Symboles grecs

$α$ Angle d'inclinaison du champ magnétique ($^{\circ}$)
 $β$ Coefficient d'expansion thermique (K^{-1})
 $φ$ Potentiel électrique (V)
 $θ$ Température adimensionnelle
 $ρ$ Masse volumique, ($kg.m^{-3}$)
 $μ$ Viscosité dynamique ($kg.m^{-1}s^{-1}$)
 $σ_e$ Conductivité électrique, ($Ω^{-1}.m^{-1}$)
 $ν$ Viscosité cinématique ($m^2.s^{-1}$)
 $τ$ Temps adimensionnel
 $Ω$ Volume du système

Indices et exposants

a Adimensionnel
c Paroi froide
h Paroi chaude

1. Introduction

Le transfert de chaleur et le champ magnétique couplé par convection naturelle dans un milieu contenu du fluide électriquement conducteur a suscité beaucoup d'attention ces dernières années. Cet intérêt est dû aux différentes applications de tels fluides dans

l'ingénierie et dans la géophysique. L'utilisation d'un champ magnétique externe a des applications croissantes comme mécanisme de commande puisque la force de Lorentz supprime les courants de convection en réduisant les vitesses, (voir Ozoe et Marue (1987), Ozoe et Okada (1989), Wakayama et al. (1991), Garandet et al. (1992), Al Chaar et al. (1995), Garandet et al. (1992), Al Najem et al. (1998), Tagawa et al. (2002), Hassain et al. (2005) et Cem Ece et al. (2006)).

Cette étude est visée à examiner effet de l'écoulement, de la température et du champ magnétique imposé sur le transfert thermique dans une cavité carrée. Le fluide est soumis à un écoulement laminaire en convection naturelle. La résolution numérique est basée sur la méthode des volumes finis pour résoudre les équations de base bidimensionnelles régissant le système en milieu contenu. La résolution séquentielle est assurée par l'algorithme SIMPLER. Une discrétisation temporelle et spatiale d'ordre 2 de ces équations a été réalisé. Les variations moyennes résultantes du nombre du Nusselt, les lignes isothermes et la distribution de lignes courants sont étudiées en fonction de trois paramètres indépendants: l'angle de l'inclinaison du champ magnétique et les nombres de Grashof et de Hartman respectivement.

2. Formulation mathématique

On considère un fluide électriquement conducteur et non réactif confiné dans une cavité carrée. Dans ce travail, nous supposons que toutes les parois sont isolantes électriquement (figure 1).

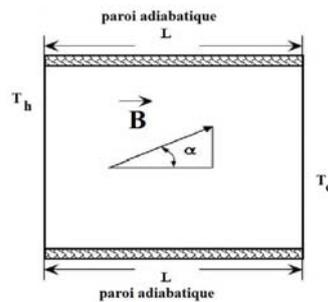


Fig. 1. Schéma du problème d'étude considéré.

Ce fluide est considéré incompressible et newtonien, les propriétés physiques, sont considérées constantes à l'exception de la masse volumique elles ne varient pas de façon significative avec la température. Elles sont prises constantes et évaluées à une température de référence, en ce qui concerne la densité du fluide, on adopte l'approximation de Boussenesq, ce qui revient à considérer la masse volumique constante dans tous les termes des équations de transfert, l'écoulement est laminaire, le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable, l'effet Joule est négligeable, le champ magnétique induit est négligeable, la dissipation visqueuse est négligeable et le fluide est non magnétisé.

Les variables d'états adimensionnelles sont définies par les expressions suivantes :

$$X = \frac{x}{L} ; Y = \frac{y}{L} ; U = \frac{uL}{a} ; V = \frac{vL}{a} ; \theta = \frac{T - T_0}{T_h - T_c} ; P = \frac{pL^2}{\rho a^2} ; Gr_r = \frac{g\beta_r \Delta T L^3}{\nu^2} ; \tau = \frac{at}{L^2} ; Ha^2 = \frac{B^2 L^2 \sigma_e}{\mu} \quad (1)$$

Les équations adimensionnelles gouvernant l'écoulement et le transfert de chaleur étudié sont respectivement :

Equation de continuité :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (2)$$

Equation de quantité de mouvement suivant x :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \text{div}(U.W - \text{grad}U) = -\frac{\partial P}{\partial x} + Ha^2 (V \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha - U \cdot \sin^2 \alpha) \quad (3)$$

Equation de quantité de mouvement suivant y :

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \text{div}(V.W - \text{grad}V) = -\frac{\partial P}{\partial y} + [\text{Gr}_r.\theta] + \text{Ha}^2 (U.\cos\alpha.\sin\alpha - V.\cos^2\alpha) \quad (4)$$

Equation d'énergie:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \text{div}\left(\theta.W - \frac{1}{\text{Pr}}\text{grad}\theta\right) = 0 \quad (5)$$

Les conditions aux limites nécessaires à la résolution du système d'équations adimensionnelles obtenues sont données par :

$U = V = 0$ pour tout les murs ; $\theta = 0.5$ sur le plan $X = 0$ et $\theta = -0.5$ sur le plan $X = 1$

$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0$ sur les plans $Y = 1$ et $Y = 0$

Les conditions initiales sont telles que à $\tau = 0$:

$U = V = P = 0$ et $\theta = 0.5 - X$ pour la section entière.

L'équation de la densité du courant s'écrit comme suit : $J = \sigma_c (W \times B)$ (Woods, (1975)).

Le flux de transfert de chaleur est exprimé en terme adimensionnel par le nombre de Nusselt Nu défini par :

$$Nu = \int_0^1 \left| \frac{\partial \theta}{\partial y} \right| dx \quad (6)$$

3. Résultats et discussions

Le calcul se fait pour différentes valeurs du nombre de Grashof ($10^3 \leq Gr \leq 10^5$). La valeur du paramètre (Ha) dépendant du champ magnétique et varie de 0 à 50.

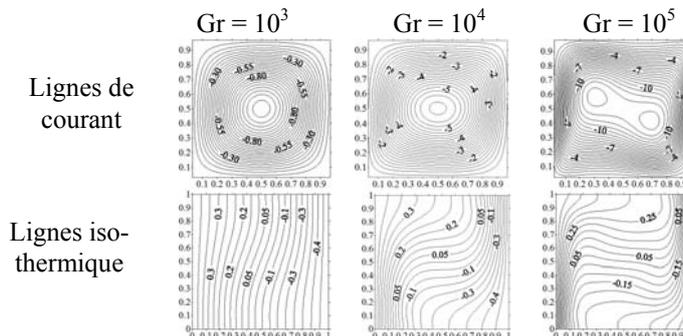


Fig. 2. Les lignes de courant et de température pour $Ha = 0$ et Gr varie de 10^3 à 10^5 .

Pour la validation de nos résultats numériques, nous avons étudié en premier lieu la convection naturelle en absence du champ magnétique pour des valeurs du nombre de Grashof égale à 10^3 , 10^4 et 10^5 . La figure 2 présente les lignes de courant et les isothermes. Ces cartes sont semblables aux celles donnés par Al-Najem et al. (1998). La convection est relativement intense surtout lorsque en passant d'un $Gr = 10^3$ à 10^5 donnant lieu à une déformation importante des isothermes traduit par une augmentation du nombre de Nusselt respectivement de 1,06 à 4,3. En effet, en l'absence de force magnétique, la déformation en convection naturelle des isothermes se produit en deux lignes thermiques. La magnitude du flux thermique est plus élevée dans ces cas dus à un gradient de température plus élevé. La déformation des isothermes semble due au courant convecteur élevé à l'intérieur de la cavité. Un mouvement de fluide dans le sens négatif dû à l'effet de déplacement de ce fluide proche en bas du mur chaud et celui en haut du mur froid.

L'influence de champ magnétique sur les structures d'écoulement et le transfert thermique, se manifeste d'une façon générale, en plus du contrôle de l'hydrodynamique, par une décélération du taux de transfert de chaleur. La cause de ces modifications que subissent les écoulements est due à la présence de la force électromagnétique de Lorentz. Pour

déterminer l'effet de l'intensité du champ magnétique sur la convection naturelle, nous avons appliqué un champ magnétique externe uniforme et constant à l'intérieur de la cavité considérée selon la direction x et y.

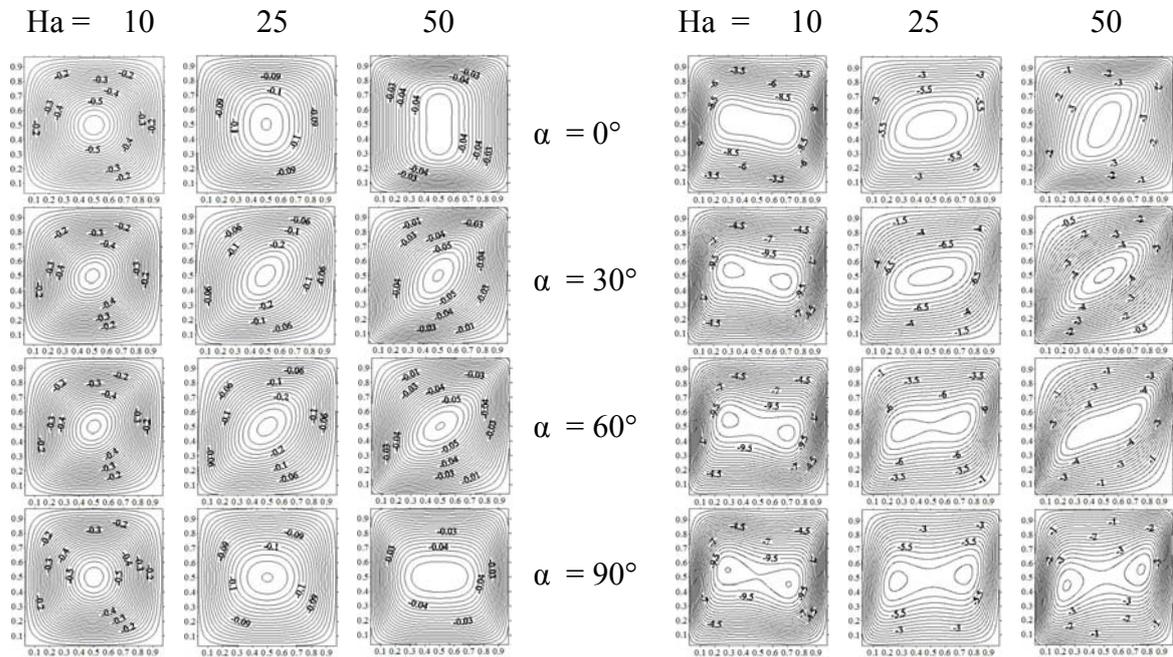


Fig. 3. Lignes de courant pour Ha ($10 \leq Ha \leq 50$) et α ($0 \leq \alpha \leq 90^\circ$) à $Gr = 10^3$.

Fig. 4. Lignes de courant pour Ha ($10 \leq Ha \leq 50$) et α ($0 \leq \alpha \leq 90^\circ$) à $Gr = 10^5$.

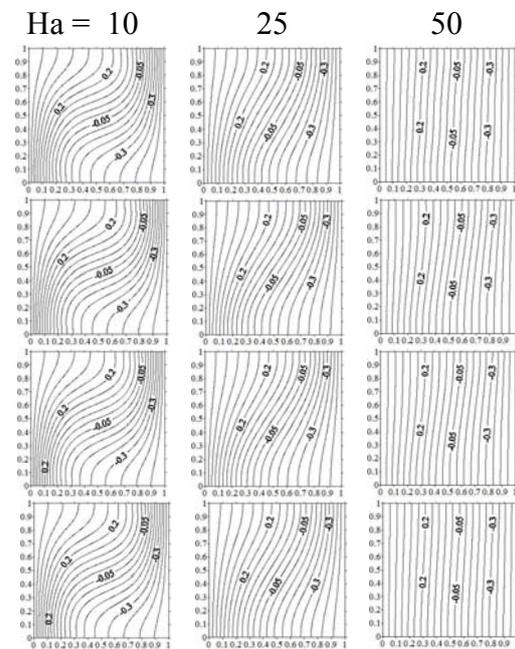


Fig. 5. Lignes iso-thermique pour Ha ($10 \leq Ha \leq 50$) et α ($0 \leq \alpha \leq 90^\circ$) à $Gr = 10^4$.

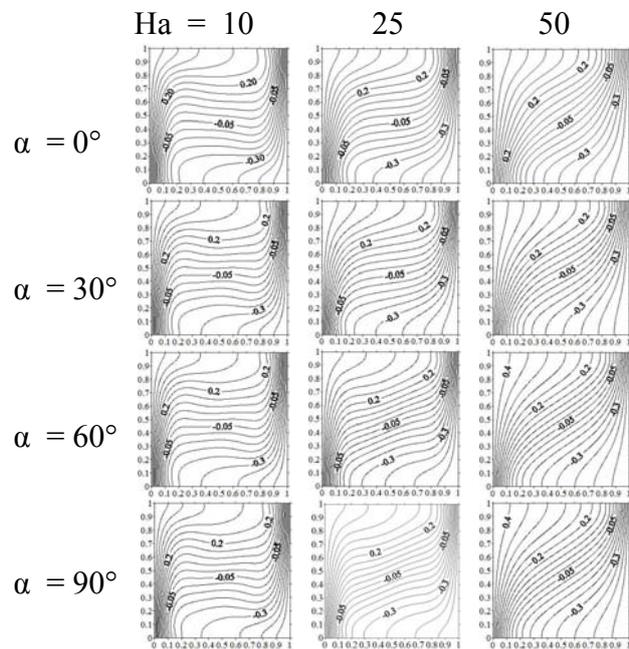


Fig. 6. Lignes iso-thermique pour Ha ($10 \leq Ha \leq 50$) et α ($0 \leq \alpha \leq 90^\circ$) à $Gr = 10^5$.

Les lignes de courant et les isothermes pour des valeurs de Grashof égale à 10^3 , 10^4 et 10^5 , pour différentes valeurs du nombre de Hartmann et pour divers directions de champ magnétique sont illustrées dans les figures 3, 4, 5 et 6 respectivement. La présence d'un champ magnétique agissant à différentes directions, tend à retarder le mouvement de fluide à

l'intérieur de la cavité. Pour un nombre constant de Grashof, la force de la circulation se réduit en augmentant la valeur du nombre Hartman. À mesure que le nombre de Ha augmente, une grande partie du fluide dans la portion centrale de la cavité devient presque immobile. Une paire de cellule est formée pour de valeur modérée et plus élevée de Ha. Particulièrement, elles apparaissent quand le champ magnétique est en position verticale et horizontale (voir figures 3 et 4). L'examen de ces figures montre que la force de Lorentz ralentit l'écoulement dans la direction normale au vecteur de champ magnétique. On observe le centre de cellule (simple et/ou paire) qui commence à être allongé verticalement quand le champ magnétique est appliqué de façon normal aux parois chaude et froide (pour $\alpha = 0^\circ$), et horizontalement quand le champ magnétique est appliqué de façon normal aux parois adiabatiques (pour $\alpha = 90^\circ$). Des valeurs plus élevées relatives aux lignes du courant indiquent une rotation plus forte due au nombre plus élevé du Grashof.

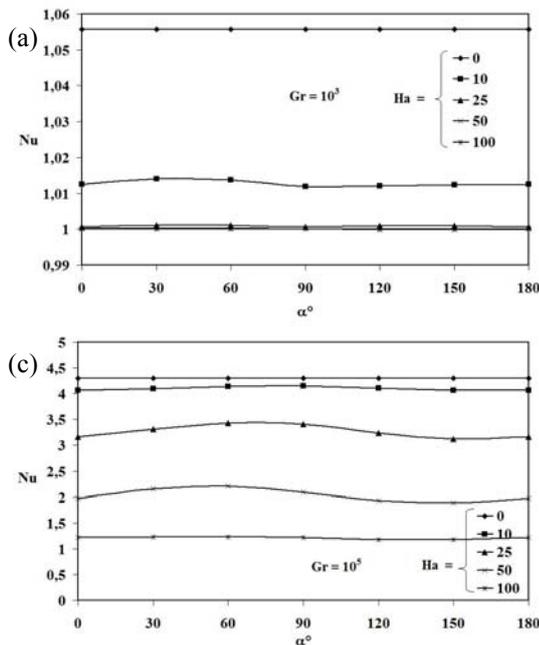


Fig. 7. Distribution du nombre de Nusselt en fonction de α pour ($0 \leq Ha \leq 100$) et : (a) $Gr = 10^3$; (b) $Gr = 10^4$ et (c) $Gr = 10^5$.

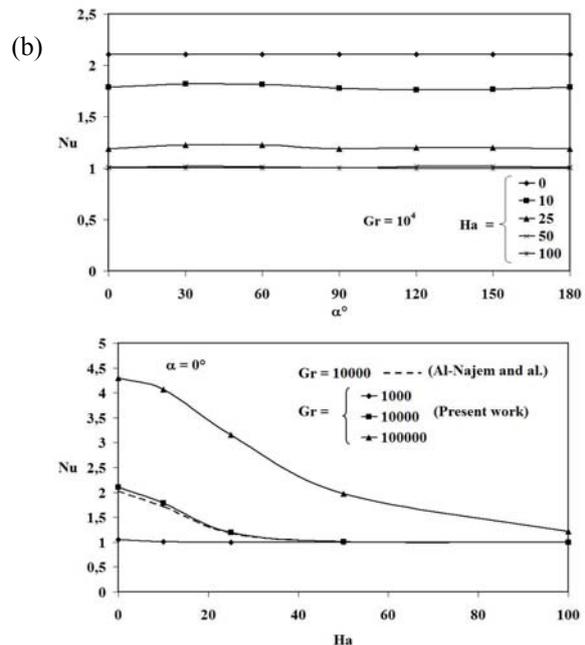


Fig. 8. Distribution du nombre de Nusselt en fonction Ha pour ($0 \leq Ha \leq 100$) et $\alpha = 0^\circ$.

Les figures 5 et 6 présentent l'évolution du champ thermique. L'examen de ces figures montre que pour les faibles valeurs du nombre de Ha, la chaleur au niveau des parois adiabatique, est advective un peu vers la paroi chaude provoquant un resserrement des isothermes au voisinage de la paroi chaude. L'échange de chaleur entre les parois et le fluide est important pour des faibles valeurs de Ha. Au fur et à mesure que Ha augmente, les isothermes se redressent, sous l'effet des forces magnétiques. Elles s'alignent progressivement jusqu'à ce qu'elles deviennent des droites parallèles aux parois isothermes (pratiquement horizontales). A certains seuils d'une intensité du champ magnétique, le mode du transfert thermique devient presque purement conductif indiquant une stratification thermique dans la cavité. Pour un nombre élevé de Hartman et un nombre modéré de Grashof (10^4), la figure 5 indique que la convection est presque supprimée, et les isothermes sont presque parallèles au mur vertical, indiquant qu'un régime de quasi-conduction est atteint, pour n'importe quel angle du champ magnétique, comparé à la figure 6 pour un nombre de Grashof égale 10^5 , l'influence du champ magnétique est plus faible. Les figures 7 (a - c) présentent la distribution du nombre de Nusselt en fonction de α et Ha. Les lignes

horizontales pour chaque figure représentent le cas où le phénomène de transfert thermique est dû à la convection pure. Lorsque la valeur Ha par une augmentation tend vers $+\infty$, le nombre de Nusselt s'approche à l'unité, indiquant un régime purement conductif. En outre, la figure 8 traduit la diminution du nombre de Nusselt moyen pour $\alpha = 0^\circ$ en fonction de l'augmentation du nombre de Ha pour différentes valeurs de Gr , où le mode conductif va dominer le mode convectif et ce seuil est remarqué à la valeur de $Ha \geq 50$. L'étouffement de l'écoulement devient de plus en plus significatif quand Ha augmente. Le transfert thermique est réduit parce que les effets visqueux couplés à la résistance de champ magnétique réduisent la circulation. L'effet de l'angle d'inclinaison du champ magnétique sur le comportement du nombre de Nusselt est observé par des oscillations surtout pour un $Gr = 10^5$ et des valeurs de Ha relatif à un écoulement dominé par un régime de transfert thermique couplé conduction-convection.

5. Conclusion

Le transfert thermique en convection naturelle à l'intérieur de la cavité dépend fortement de la force et de la direction du champ magnétique imposé. La circulation et la convection deviennent de plus en plus fortes avec l'augmentation du nombre de Grashof, mais elles sont intensivement supprimées par la présence d'un champ magnétique fort. Le nombre de Nusselt moyen augmente considérablement avec le nombre de Grashof puisque la circulation devient plus forte. Le champ magnétique réduit notamment le nombre Nu en supprimant les courants de convection. Le comportement oscillant du Nu en fonction de la direction du champ magnétique, a été créé par la présence d'un champ magnétique modéré. Le taux du transfert thermique par convection d'un fluide enfermé dans une cavité carrée peut être commandé par l'application du champ magnétique. Ainsi l'utilisation d'un champ magnétique pour contrôler les écoulements dans des procédés industriels sans contact physique, est devenue un moyen privilégié.

References

- [1] Ozoe, IL and Maruo, M., "Magnetic and gravitational natural convection of melted silicon two dimensional numerical computations for the rate of heat transfer", JSME, (30) (1987) 774-7784.
- [2] Ozoe, H. and Okada, K., "The effect of the direction of the external magnetic field on the three-dimensional natural convection in a cubical enclosure", Int. J Heat Mass Transfer, (32) No. 10 (1989) 1939-1954.
- [3] Wakayama N. I., "Effect of a decreasing magnetic field on the flow nitrogen gas", Chem. Phys. Lett., 185 (5-6) (1991).449-491.
- [4] Garandet, J.P, Alboussiere, T. and Moreau, R., "Bouyancy drive convection in a rectangular enclosure with a transverse magnetic field", Int. j Heat Mass Transfer, (35) No. 4 (1992) 741-748.
- [5] Al Chaar, S., Vasseur, P and Bilgen, E., "The effect of a magnetic field on natural convection in a shallow cavity heated from below", Chem. Eng Comm., (134) (1995) 195-209.
- [6] Al-Najem N.M., Khanafer K.M., EL-Refae M.M., "Numerical study of laminar convection in tilted enclosure with transverse magnetic field", International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow, (8) N°5/6 (1998) 651-673.
- [7] Woods L.C., "The thermodynamics of fluid systems", Oxford University press, Oxford, 1975.