16èmes Journées Internationales de Thermique (JITH 2013)
Marrakech (Maroc), du 13 au 15 Novembre, 2013

Simulation numérique de la fusion d'un matériau à changement de phase au sein d'une enceinte rectangulaire munie de sources de chaleur pulsées : Effet de la fréquence de la puissance

Brahim Amahan (a), Hamid El Qarnia (a) et El Khadir Lakhal (b)

(a) Université Cadi Ayyad, Faculté des sciences Semlalia, Département de physique, B.P 2390, Marrakech, Maroc, Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Energétique, Affilié au CNRST, URAC 27

(b)Laboratoire d'Automatique de l'Environnement et Procédés de Transfert, Faculté des Sciences Semlalia-Département de Physique, Marrakech- Maroc, Affilié au CNRST, URAC 28.

elqarnia@uca.ma

Résumé : Le présent travail présente quelques résultats relatifs à une étude de simulation numérique des transferts thermiques lors de la fusion d'un matériau à changement de phase (MCP) dans une enceinte rectangulaire. Celle-ci est chauffée par trois sources de chaleur pulsées, protubérantes sur une paroi conductrice verticale et générant des puissances volumiques uniformes et égales. L'enceinte, confinant le MCP, joue le rôle d'une unité de stockage d'énergie ou d'un puits thermique pour dissiper la puissance générée par des sources de chaleur simulant des composants électroniques. Pour étudier les comportements thermique et hydrodynamique de l'enceinte ainsi que sa performance thermique, un modèle mathématique 2D, basé sur les équations de conservation de la masse, d'énergie et de la quantité de mouvement a été développé. Plusieurs investigations numériques ont été effectuées en vue d'analyser et quantifier l'impact de la fréquence de la puissance pulsée sur l'efficacité de stockage d'énergie thermique (et refroidissement des sources de chaleur).

Mots clés : Matériau à changement de phase, chauffage pulsée, stockage d'énergie thermique.

1. INTRODUCTION

L'étude de la fusion des matériaux à changement de phase solide-liquide dans une enceinte rectangulaire munie de sources de chaleur discrètes a fait l'objet de plusieurs investigations analytique, expérimentale et numérique, ces dernières décennies. La première étude relatant de ce sujet a été réalisée par Chu et coll [1]. Ces derniers ont mené une étude numérique de la convection naturelle au sein d'une enceinte rectangulaire munie d'une source de chaleur discrète. Les parois horizontales de l'enceinte sont adiabatiques. Quant aux parois verticales, l'une d'entre elles est isotherme et l'autre est adiabatique et comporte une source de chaleur. L'étude numérique menée a permis de déterminer la position de la source qui optimise le transfert thermique en fonction du nombre de Rayleigh. Zhang et coll [2] ont étudié expérimentalement la fusion de la n-octadecane dans une enceinte rectangulaire chauffée par trois sources de chaleur incrustées dans une paroi de Plexiglas verticale. Les résultats expérimentaux montrent que, comparativement au refroidissement par convection naturelle de l'air, l'utilisation du MCP permet de réduire de moitié l'augmentation de la température maximale des sources de chaleur (pendant une certaine durée). Les auteurs ont aussi proposé des corrélations empiriques permettant de calculer la fraction liquide instantanée en fonction du paramètre de sous-refroidissement. Binet et Lacroix [3] ont aussi étudié la fusion d'un MCP confiné dans une enceinte rectangulaire et chauffée par des sources de chaleur discrètes incrustées dans un substrat fixée sur l'une des deux parois verticales de l'enceinte. Les sources transmettent les mêmes flux de chaleur. Toutes les parois de l'enceinte ont été considérées adiabatiques. Deux aspects ont été abordés lors de cette étude : le stockage de l'énergie thermique et le refroidissement de composants électroniques. Les résultats des investigations numériques réalisées ont mis en évidence les effets de la géométrie de l'enceinte, de la configuration des sources de chaleur ainsi que des propriétés thermiques des parois sur le comportement de la fusion d'une masse fixe de MCP par une puissance de chauffage donnée. S. Krishnan et coll. [4] ont considéré le problème de fusion d'un MCP au sein d'une enceinte rectangulaire chauffée par trois sources de chaleur pulsées incrustées sur l'une des deux parois verticales. Les auteurs ont mené des investigations numériques pour étudier le processus de changement de phase sur le refroidissement des sources de chaleur.

Les travaux précédents se sont focalisés seulement sur la fusion des MCP dans des enceintes chauffées par des sources de chaleur incrustées sur une paroi. L'étude de la fusion des MCP dans des enceintes chauffées

par des sources de chaleur protubérantes n'a pas été suffisamment abordée. Y. Ju et coll [5] a étudié expérimentalement la fusion d'un MCP dans une enceinte rectangulaire chauffée par trois sources de chaleur protubérante. Le même problème a été réalisé numériquement [6] où les sources de chaleur simulent des composants électroniques. Des corrélations ont été établies en termes de durée de fonctionnement sécurisée et durée de fusion totale.

A la connaissance des auteurs, aucune étude sur la fusion d'un MCP dans une enceinte rectangulaire chauffée par des sources de chaleur protubérantes et pulsées n'avait été abordée. La présente étude traite ce problème numériquement en effectuant des simulations numériques de la fusion d'un MCP dans une enceinte rectangulaire chauffée par trois sources de chaleur protubérantes et pulsées. Parmi les paramètres de contrôle du système étudié, il y a la fréquence adimensionnelle de la puissance pulsée générée par chacune des sources de chaleur. L'effet de celle-ci sur la température adimensionnelle maximale des sources de chaleur, la structure de l'écoulement et le champ thermique sera étudié.

2. MODELE MATHEMATIQUE

Le système étudié est représenté schématiquement à la Figure 1. Il s'agit d'une enceinte rectangulaire confinant un MCP et chauffée par trois sources de chaleur protubérantes et pulsées. Ces dernières sont placées sur une paroi conductrice verticale. Les dimensions de l'enceinte, de la paroi et des sources de chaleur sont indiquées sur la Figure 1. L'enceinte, telle qu'elle est conçue, peut jouer aussi bien le rôle d'un accumulateur d'énergie par chaleur latente de fusion que le rôle d'un refroidisseur de composants électroniques. Dans ce dernier cas, les sources de chaleur et la paroi conductrice jouent les rôles des composants électroniques et du substrat, respectivement. La puissance volumique pulsée générée dans les sources de chaleur est illustrée à la Figure 2.

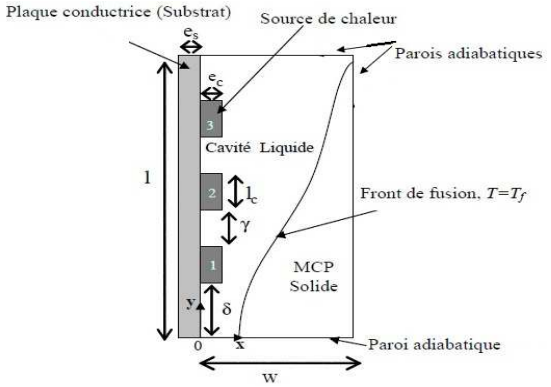

Figure 1: Schéma du modèle physique

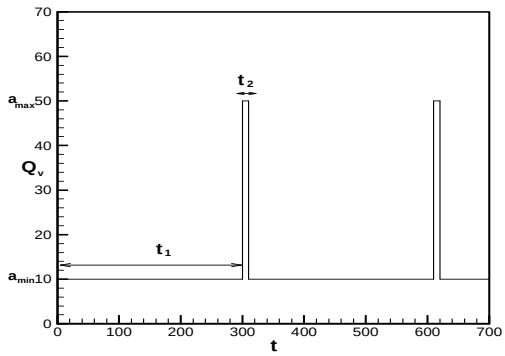

Figure 2 : Puissance pulsée générée dans les sources de chaleur pour les deux premiers cycles

Les durées t_1 et t_2 représentent les durées des valeurs minimale et maximale de la puissance pulsée par unité de longueur (10 W/m et 50 W/m).

2.1. Hypothèses simplificatrices

- Les propriétés thermophysiques sont supposées constantes dans la plage de température envisagée, excepté la densité du MCP liquide figurant dans le terme de gravité. Elle est exprimée en faisant appel à l'approximation de Boussinesq).
- Les propriétés thermophysiques des phases liquide et solide sont différentes excepté la densité ;
- Les échanges radiatifs sont négligés ;
- Le MCP liquide est supposé incompressible et Newtonien ;
- L'écoulement est supposé laminaire.

2.2. Equations gouvernantes

Les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement régissant les comportements thermique et hydrodynamique du système étudié sont données sous forme adimensionnelle, en utilisant les variables et les paramètres suivants:

$$X = \frac{x}{l_0}, \quad Y = \frac{y}{l_0}, \quad \tau = \frac{\alpha_{m,l}}{l_0^2}t, \quad U = \frac{u}{\alpha_{m,l}/l_0}, \quad V = \frac{v}{\alpha_{m,l}/l_0}$$

$$\Delta T = \frac{3a_{moy}}{k_{m,l}}, \quad \theta = \frac{T - T_f}{\Delta T}, \quad P_r = \frac{\vartheta_{m,l}}{\alpha_{m,l}}, \quad R_a = \frac{g\beta l_0^3 \Delta T}{\vartheta_{m,l}\alpha_{m,l}}$$

Avec

$$a_{moy} = \frac{a_{min}*t_1 + a_{max}*t_2}{p_e}, \quad p_e = t_1 + t_2, \quad \vartheta_{m,l} = \frac{\mu_m}{\rho_m}$$

$$Ste = \frac{c_{ml,p}\Delta T}{\Delta H_f}, \quad P_e = \frac{l_0^2}{\alpha_{m,l}}p_e, \quad f = \frac{1}{P_e}, \quad P = \frac{p}{\rho(\alpha_{m,l}/l_0)^2}, \quad \bar{\alpha} = \frac{\alpha}{\alpha_{m,l}}$$

La quantité, $l_0 = \sqrt{lw - 3l_c e_c}$, représente la longueur de référence. Elle est constante pour une masse donnée du MCP utilisée.

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{\partial (UU)}{\partial X} + \frac{\partial (VU)}{\partial Y} = P_r\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + P_r\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} - \frac{\partial P}{\partial X} + S_U \qquad (2)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{\partial (VU)}{\partial X} + \frac{\partial (VV)}{\partial Y} = P_r\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + P_r\frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} - \frac{\partial P}{\partial Y} + S_V \qquad (3)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{\partial (U\theta)}{\partial X} + \frac{\partial (V\theta)}{\partial Y} = \bar{\alpha}\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \bar{\alpha}\frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + S_\theta \qquad (4)$$

Avec, $S_U = -\bar{C}\frac{(1-f_l)^2}{f_l^3+b}U, \bar{C} = \frac{\alpha_{m,l}}{l_0}C$: constante

$$S_V = -\bar{C}\frac{(1-f_l)^2}{f_l^3+b}V + R_a P_r \theta, \qquad S_\theta = \delta_1\left((\delta_2 - 1)\frac{1}{Ste}\frac{\partial f_l}{\partial \tau} + \frac{\delta_2}{3E_c L_c}\right)$$

Les paramètres $\delta_1$et δ_2 figurant dans le terme source de l'équation d'énergie, sont donnés comme suit:

$$\delta_1 = \begin{cases} 1 & \text{source de chaleur} \\ 0 & \text{plaque conductrice} \end{cases} \quad \delta_2 = \begin{cases} 1 & \text{source de chaleur} \\ 0 & \text{MCP} \end{cases}$$

Ces équations sont assujetties aux conditions initiales et limites suivantes :

<u>Conditions aux limites</u>

- Frontières adiabatiques $\quad \frac{\partial \theta}{\partial \bar{\eta}}\Big|_{paroi} = 0$ où, $\bar{\eta}\perp$ frontière
- Interface plaque conductrice - source de chaleur $\quad \theta_s = \theta_c$ et $K_c\frac{\partial \theta}{\partial X}\Big|_c = K_s\frac{\partial \theta}{\partial X}\Big|_s$ avec, $K_c = \frac{k_c}{k_{m,l}}, K_s = \frac{k_s}{k_{m,l}}$
- Interface plaque conductrice – MCP $\quad \theta_s = \theta_m$ et $K_s\frac{\partial \theta}{\partial X}\Big|_s = K_m\frac{\partial \theta}{\partial X}\Big|_m$
- Interface MCP- Source de chaleur $\quad \theta_c = \theta_m$ et $K_c\frac{\partial \theta}{\partial \bar{\eta}}\Big|_c = K_m\frac{\partial \theta}{\partial \bar{\eta}}\Big|_m$

$\bar{\eta}$ est la normale aux faces des sources de chaleur en contact avec le MCP.

- Imperméabilité et non glissement sur les parois solides $\quad$ U=V=0

Les propriétés thermo- physiques du MCP sont évaluées comme:

$$K_m = f_l + (1 - f_l)K_{m,s}, \bar{\alpha}_m = f_l + (1 - f_l)\bar{\alpha}_{m,s} \text{ Tel que : } K_{m,s} = \frac{k_{m,s}}{k_{m,l}}, \quad \bar{\alpha}_{m,s} = \frac{\alpha_{m,s}}{\alpha_{m,l}}$$

<u>Conditions initiales</u> $\quad \theta = U = V = f_l = 0$

3. RESULTATS

Le MCP utilisé est le n-eicosane. Initialement, il est à sa température de fusion ($T_o = T_f = 36$ °C). Les dimensions de l'enceinte, des sources de chaleur et de la plaque conductrice [6] sont indiquées dans le Tableau 1.

Tableau 1: Dimensions (en m) des sources de chaleur et de l'enceinte de la configuration de référence.

e_c	l_c	γ	δ	l	e_s	w
0,001	**0,005**	**0,005**	**0,0025**	**0,03**	**0,001**	**0,03**

Les paramètres de contrôle autres que la fréquence adimensionnelle sont fixés à leurs valeurs de références suivantes.

$Ra = 1.1461 \times 10^{+8}$, $Pr = 67.833$, $Ste = 2.240$, $\overline{\alpha_c} = 1465.58$, $\overline{\alpha_s} = 70.55$, $\overline{\alpha_{m,s}} = 1.0$, $K_c = 2664.45$, $K_s = 130.90$, $K_{m,s} = 1.0$, $A = 1.0$, $E_c = 0.033$, $L_c = 0.168$, $E_s = 0.033$, $\nabla = 0.084$, $\Gamma = 0.168$.

3.1. Effet de la fréquence de la puissance pulsée générée par les sources de chaleur

Le Tableau 2 présente les différentes valeurs de la fréquence f (période P_e) de la puissance volumique pulsée générée dans chaque source de chaleur. Il faut noter que la quantité de chaleur fournie par les sources de chaleur au MCP pendant une durée égale à la période de référence (P_{ref} = 310 s, soit $f_{ref} = f_1 = 35,76$) est la même pour toutes les fréquences choisies. Ainsi, on peut chercher la fréquence de pulsation optimale assurant un meilleur transfert thermique pour une même quantité de chaleur fournie par les sources de chaleur.

Tableau 2: Valeurs des fréquences adimensionnelles

Fréquence adimensionnelle	Durées adimensionnelles τ_1 et τ_2 correspondant aux valeurs minimale et maximale de la puissance adimensionnelle (correspondant à 10 et 50 *(W/m)*, respectivement)	Période adimensionnelle P_e
35,76	0,027 - 0,001 (300 s – 10 s)	0,028 (310 s)
71,53	0,0135 - 0,0005 (150 s – 5 s)	0,014 (155 s)
143,06	0,0067 - 0,00025 (75 s – 2,5 s)	0,007 (77,5 s)
286,13	0,00335 - 0,00012 (37,5 s – 1,25 s)	0,0035 (38,75 s)

La figure 3 illustre la variation temporelle de la température maximale adimensionnelle enregistrée pour différentes fréquences adimensionnelles. Les oscillations de la température maximale adimensionnelle sont dues aux celles de la puissance adimensionnelle générée dans les sources de chaleur. Il ressort aussi de cette figure que les oscillations sont d'autant plus faibles que la fréquence adimensionnelle de la puissance adimensionnelle générée dans les sources est plus élevée. En effet, plus la fréquence est élevée plus la période d'oscillation est courte. Ainsi, les sources de chaleur n'ont pas suffisamment de temps pour se réchauffer. Un tel comportement est reflété sur la figure par la réduction des maximas avec l'augmentation de la fréquence adimensionnelle. Pour chaque fréquence adimensionnelle de la puissance adimensionnelle générée, l'évolution temporelle de la température maximale adimensionnelle est marquée par trois régimes. Un premier régime caractérisé par une augmentation des extrémums de la température maximale adimensionnelle en fonction du temps. Ce régime marque le début de la fusion du MCP où le mode de transfert de chaleur conductif est prédominant. Durant ce régime, le transfert de chaleur dans la couche liquide formée se fait essentiellement par conduction. Le flux de chaleur extrait par le MCP liquide n'est pas suffisant pour éviter la hausse de la température maximale adimensionnelle des sources de chaleur. On peut bien constater que même pour la valeur minimale de la puissance adimensionnelle générée, la température maximale adimensionnelle subit une légère chute avant de s'accroitre ensuite. Lorsque la zone liquide devient relativement large, un mouvement de convection naturelle du MCP liquide s'y manifeste et intensifie, par conséquent, le flux de chaleur extrait des sources de chaleur. Ceci se répercute sur l'évolution de la température maximale adimensionnelle qui oscille entre deux extrémums pratiquement stables : c'est le régime périodique établi. A fur et à mesure que la couche liquide s'élargit, la température moyenne adimensionnelle de celle-ci augmente, à cause du stockage d'énergie sensible, et le flux de chaleur évacué par les sources de chaleur subit une réduction. Cette réduction est à l'origine de l'augmentation des valeurs extrémales de la température maximale adimensionnelle des sources : c'est le troisième régime. Il faut noter, que l'augmentation de la fréquence adimensionnelle est favorable pour les applications liées au refroidissement de composants électroniques. En effet, et tel qu'il a été expliqué ci-haut, une augmentation de la fréquence adimensionnelle entraîne une réduction des maximas de la température maximale adimensionnelle. Ceci à pour effet la réduction de la durée requise pour un fonctionnement sécurisé des sources de chaleur.

L'évolution temporelle de la fraction liquide est aussi donnée sur la même figure. On peut remarquer la légère amélioration de la fusion du MCP avec l'augmentation de la fréquence adimensionnelle de la puissance adimensionnelle générée dans les sources de chaleur. La figure 4 confirme bien un tel résultat, puisque la durée de fusion subit une légère réduction pour des fréquences relativement élevées ($f/f_{ref} \geq 2$). Ce résultat est d'une grande importance dans un contexte de stockage d'énergie thermique.

Cette étude de sensibilité du système thermique à permis de montrer que les fréquences relativement élevées sont légèrement favorables aussi bien pour le refroidissement de composants électroniques que pour le stockage de l'énergie thermique.

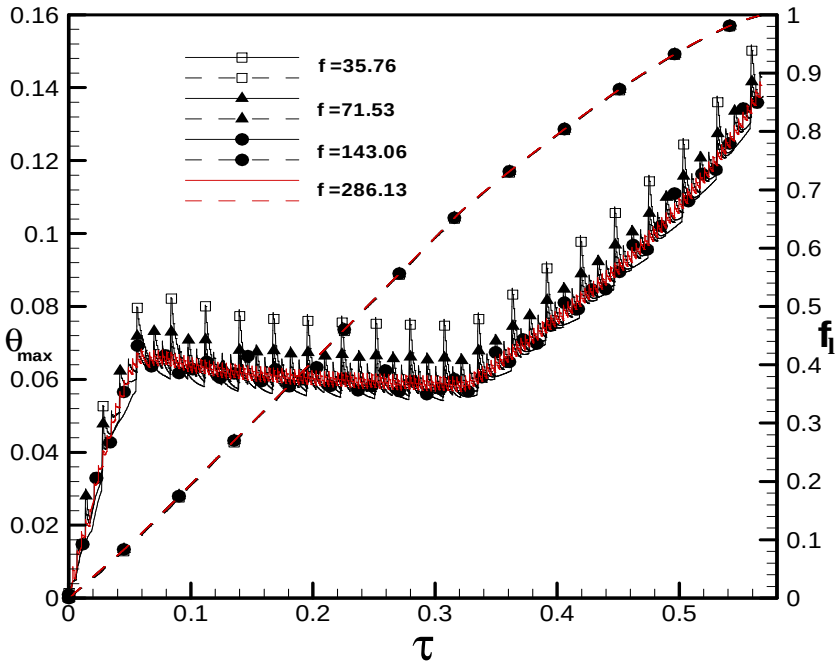

Figure 3 : Effet de la fréquence de la puissance pulsée sur la variation temporelle de la température maximale adimensionnelle (lignes continues) et de la fraction liquide (lignes discontinues).

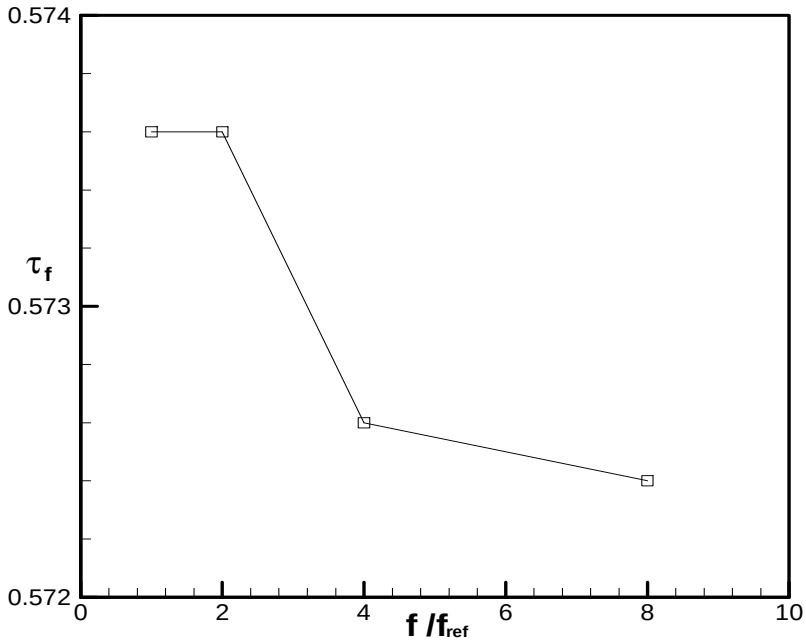

Figure 4: Durée de fusion τ_f en fonction de fréquence f/f_{ref}.

CONCLUSION

Le stockage de chaleur par fusion dans un MCP a été modélisé et analysé. Les principaux résultats dégagés, de cette étude, peuvent être récapitulés comme suit:

- Pour chaque fréquence adimensionnelle, l'évolution temporelle de la température maximale adimensionnelle des sources de chaleur est marquée par trois régimes ;

- Les fréquences adimensionnelles relativement élevées sont favorables aussi bien pour le stockage d'énergie thermique (réduction de la durée de fusion du MCP) que pour le refroidissement de composants électroniques (prolongation de la durée de fonctionnement sécurisé).

Nomenclature

A : rapport de forme =*l/w*
a : amplitude de la puissance générée *(W/m)*
c : chaleur spécifique *(J/kg.K)*
e : épaisseur, *(m)*
E : épaisseur adimensionnelle =e/l_o
f : fréquence adimensionnelle, fraction
h : enthalpie sensible *(J/kg)*
k : conductivité thermique *W/(m K)*
K : conductivité thermique adimensionnelle
l : hauteur de la cavité, m
L : hauteur adimensionnelle de la cavité = l/l_o
l_o : longueur caractéristique représentant la masse du MCP $= \sqrt{lw - 3l_c e_c}$, *(m)*
Lc : hauteur adimensionnelle de la source de chaleur = lc /lo
lc : hauteur de la source de chaleur, *(m)*
p : pression, *(Pa)*
p_e : période, *(s)*
P_e : période adimensionnelle
Pr : nombre de Prandtl
Q_v : puissance générée par unité de longueur, (*W/m)*
Ra : nombre de Rayleigh
Ste : nombre de Stefan
t : temps, *(s)*
T : température, *(K)*
U, V : vitesses adimensionnelles
u, v : vitesses dans les directions x et y, *(m/s)*
w : largeur de la cavité du MCP, *(m)*
W : largeur adimensionnelle de la cavité = w /l_o

Symboles grecques

ρ : masse volumique *(kg/m3)*
α : diffusivité thermique *(m²/s)*
β : facteur d'expansion thermique, (K^{-1})
θ : température adimensionnelle
μ : viscosité dynamique. ($Kg\ m^{-1}\ s^{-1}$)
υ : viscosité cinématique, ($m^2.s^{-1}$)
δ : distance paroi inférieure- source de chaleur (S1), *(m)*
Δ : position adimensionnelle de la source inférieure, = (δ /l_o)
ΔH_f : chaleur latente de fusion, *(J/kg)*
ΔT : différence de température caractéristique, *(K)*
Γ : distance adimensionnelle entre deux sources de chaleur = γ /l_o
τ : temps adimensionnel
γ : distance entre deux sources de chaleur, *(m)*

Indices et exposants

c : source de chaleur
f : fusion
l : liquide
m : liquide, MCP
max : maximal
min : minimal
moy : moyen
ref : valeur de référence
s : plaque conductrice, solide
$t_{1,2}$: durées maximale et minimale

Références

[1] H.H.-S. Chu, S.W. Churchill et C.V.S. Patterson, ''The effect of heater size, location, aspect ratio, and boundary conditions on two-dimensional, laminar, natural convection in rectangular channels'', J. Heat Transfer, (98), 195-201, 1976
[2] Y. Zhang, Z. Chen, Q. Wang and Q. Wu, '' Melting in an enclosure with discrete heating at a constant rate'', Experimental Thermal and Fluid Science, (6), 196-201, 1993
[3] B. Binet et M. Lacroix, ''Etude de la fusion dans des enceintes munies de sources de chaleur discrètes'', Thèse de Doctorat (Philosophiae Doctor), Université de Sherbrooke (Québec), Canada, 1998
[4] Sh. Krishnan ,V Garimella, "Analysis of a Phase Change Energy Storage System for Pulsed Power Dissipation, IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies, (27), 191-199, 2004.
[5] Y. Ju, Y. Zhou and Z. Chen 'Experimental Study of Melting Heat Transfer in an Enclosure with Three Discrete Protruding Heat Sources', Experimental Heat Transfer, Vol. 11, N°2, pp. 171 - 186, 1998
[6] M. Faraji, ''Etude numérique des transferts de chaleur dans une enceinte confinant un matériau à changement de phase et chauffée par des sources de chaleur protubérantes sur une paroi conductrice verticale'', Thèse de doctorat, Faculté des sciences Semlalia, Université Cadi Ayyad, Marrakech, Maroc, 2010