

Etude Numérique d'un Jet Axisymétrique Turbulent Dans Un Ecoulement Co-Courant

Sabra HABLI^a, Nejla MAHJOUB SAÏD^a, Hervé BOURNOT^b et Georges LE PALEC^b

^a LGM, Institut Préparatoire aux Etudes d'Ingénieurs de Monastir, Université de Monastir, Tunisie

e-mail: sabra.habli@fsm.rnu.tn

e-mail: nejla.mahjoub@fsm.rnu.tn

^b IUSTI, UMR 7343, Technopôle de Château-Gombert, Marseille, France

e-mail: georges.lepalec@univ-amu.fr, herve.lepalec@univ-amu.fr

Résumé : Une étude numérique utilisant une méthode aux différences finies a été utilisée pour analyser le comportement d'un jet axisymétrique turbulent en régime de convection forcée. L'objectif de ce travail consiste à étudier l'effet du rapport de vitesse de l'écoulement co-courant par rapport à celui du jet sur le comportement de l'écoulement résultant. La présente étude suggère que la longueur du noyau potentiel augmente avec le rapport de vitesses. L'analyse des paramètres moyens et turbulents ont montré que lors de l'utilisation d'une échelle de longueurs, les paramètres peuvent atteindre une courbe asymptotique pour différents rapports de vitesses.

Mots clés : jet axisymétrique ; turbulent ; co-courant ; modèle algébrique

1. Introduction

Le développement du jet libre est relativement bien connu et les travaux sur ce type d'écoulement sont très nombreux et cette abondance témoigne de l'intérêt que portent les chercheurs, aussi bien au niveau numérique qu'au niveau expérimental. Par contre, la comparaison des résultats obtenus par divers auteurs s'avère très délicate en raison des conditions initiales dont les caractéristiques ne sont pas toujours données avec une précision suffisante telle que: le nombre de Reynolds, la géométrie de la buse d'éjection, les profils de la vitesse et de l'intensité de turbulence à la sortie du jet, le rapport des masses volumiques du jet par rapport à celui de l'écoulement extérieur etc. Vu l'importance pratique de l'état de l'écoulement secondaire, plusieurs chercheurs se sont intéressés à l'étude des jets axisymétriques déchargés dans un écoulement co-courant. Antonia et Bilger [1] et Nickels et Perry [2] ont montré que les vitesses moyennes en excès sont auto-similaires en utilisant comme variables d'adimensionnement la vitesse du co-courant et l'excès de quantité de mouvement. Toutefois, les fluctuations turbulentes ne sont pas auto-similaires sous l'effet de l'entraînement.

Un développement analytique a permis de prédire l'existence de trois régions dans lesquelles l'épanouissement du jet se comporte de façon différente. Un jet axisymétrique dans un écoulement co-courant est d'abord un jet fort lorsque l'effet du co-courant est faible ; puis il devient un jet faible suivant un comportement de type sillage. Une troisième région de transition existe entre les deux précédentes régions. Pour les jets forts déchargés dans un écoulement co-courant et loin en aval de l'origine, le comportement moyen du jet devient auto-similaire, indépendant des conditions initiales et dépend seulement de l'excès de quantité de mouvement en sortie du jet et de la vitesse d'entraînement [3].

De nombreuses études expérimentales ont également été menées dans les jets se déchargeant dans un même fluide se déplaçant dans la même direction (co-courant). Nickels et Perry [2], Antonia et Bilger [4] et Smith et Hughes [4], ont effectué des mesures dans la région de jets circulaires forts ainsi que dans la région de transition de forte à faible région. Les mesures de Davidson et Wang [2] s'étendent dans la région du jet faible. Xia et Lam [6] ont réalisé des mesures expérimentales d'un jet rond dans un écoulement au repos ou co-courant. Les mesures sont effectuées dans la région du jet fort pour différents nombres de Reynolds variant entre 1000 et 5000 (laminaire, transitoire ou turbulent) et pour un rapport de vitesses variant entre 0 et 0.43. Ils ont permis de mettre en évidence une représentation universelle du comportement du jet axisymétrique dans la région de similitude, notamment de l'épanouissement du jet, de la décroissance de la vitesse sur l'axe, de la concentration au centre en utilisant comme variables d'adimensionnement la vitesse du co-courant et l'excès de quantité de mouvement observés principalement dans le cas du jet turbulent. Toutefois, pour les intensités de turbulence l'autosimilarité n'est pas établie. Or et Lam [7] ont élaboré une étude expérimentale d'un jet rond dans un liquide stagnant ou en mouvement : co-courant, à contre-courant ou transversal dans la région voisine de la sortie du jet ($x/d \leq 15$). Les auteurs ont montré que pour les jets au repos ou en mouvement la vitesse au centre et la concentration restent inchangées dans la zone de cône potentiel puis décroît dans la zone de l'écoulement établi. Les résultats obtenus montrent aussi que le taux de décroissance du jet et l'origine virtuelle augmentent pour un

écoulement co-courant, mais diminuent pour un écoulement contre courant ou transversal. En ce qui concerne la longueur du noyau potentiel, l'augmentation de la vitesse extérieure (pour un écoulement co-courant, contre courant ou transversal), engendre une légère diminution de cette zone. Ainsi, l'objectif de ce travail est d'étudier l'effet de la vitesse de l'écoulement extérieur co-courant sur le comportement dynamique et thermique d'un jet turbulent en régime de convection forcée et pour un rapport de vitesses variant entre 0.01 et 0.1 correspondant à un jet fort ($((u_0 - u_{c0})/u_{c0}) \gg 1$). Une comparaison avec un jet dans un milieu au repos est effectuée.

2. Modélisation mathématique de l'écoulement

On considère un jet d'air incompressible s'écoulant verticalement à partir d'une buse axisymétrique. Le jet est déchargé dans un écoulement co-courant (Figure 1). L'écoulement est turbulent (à turbulence pleinement développée), de type couche limite, stationnaire en moyenne et bidimensionnel.

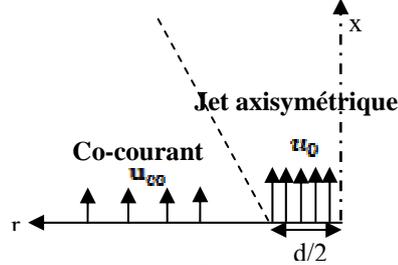


Figure 1 : Configuration géométrique

Dans le cadre de ces hypothèses, les équations moyennées qui régissent l'écoulement en régime de convection forcée se réduisent à :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(ru)}{\partial x} + \frac{\partial(rv)}{\partial r} &= 0 \\ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (-ru'v') \\ u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial r} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (-rv'T') \end{aligned} \quad (1)$$

Pour la fermeture de ce système d'équations on adopte le modèle algébrique de turbulence. Les équations, de l'énergie cinétique de la turbulence et son taux de dissipation, sont écrites comme suit :

$$u \frac{\partial k}{\partial r} + v \frac{\partial k}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(rc_k v'^2 \frac{k}{\varepsilon} \frac{\partial k}{\partial r} \right) - \overline{u'v'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} - \varepsilon \quad (2)$$

$$u \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} + v \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(rc_\varepsilon v'^2 \frac{k}{\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right) + c_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} - \overline{u'v'} \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial r} - c_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (3)$$

$$\text{Avec : } \overline{v'^2} = c_2 k \quad ; \quad -\overline{u'v'} = \frac{1 - c_0}{c_1} \overline{v'^2} \frac{k}{\varepsilon} \frac{\partial u}{\partial r} \quad ; \quad -\overline{v'T'} = \frac{1}{c_h} \overline{v'^2} \frac{k^2}{\varepsilon} \frac{\partial T}{\partial r} \quad (4)$$

Ce modèle nécessite l'utilisation des constantes empiriques suivantes :

$$c_0=0,55 \quad ; \quad c_1=2,2 \quad ; \quad c_2=0,53 \quad ; \quad c_\varepsilon=1,5 \quad ; \quad c_{\varepsilon 1}=1,43 \quad ; \quad c_{\varepsilon 2}=1,92 \quad ; \quad c_k=0,225 \quad ; \quad c_h=3,2 \quad (5)$$

Le système d'équations précédent est complété en tenant compte des conditions aux limites suivantes :

$$\text{Pour } x > 0 : \begin{cases} v = \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\partial k}{\partial r} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = 0 \quad \text{pour } r = 0 \\ u - u_{c0}, T - T_\infty, k, \varepsilon \rightarrow 0 \quad \text{pour } r \rightarrow \infty \end{cases} \quad (6)$$

$$\text{Pour } x = 0 : \begin{cases} u = u_0, v = 0, T = T_0, k = k_0, \varepsilon = \varepsilon_0 \quad \text{pour } 0 \leq r < d/2 \\ u - u_{c0}, v, T - T_\infty, k, \varepsilon \rightarrow 0 \quad \text{pour } r \geq d/2 \end{cases}$$

La résolution numérique du système d'équations associé à ses conditions aux limites, est effectuée par une méthode aux différences finies. Le maillage choisi est décalé pour des raisons de stabilité numérique. Le système d'équations non linéaire obtenu est résolu par une méthode itérative associée à la méthode d'élimination de Gauss-Seidel. Le maillage utilisé est un maillage uniforme suivant la direction transversale, et non uniforme dans la direction longitudinale. Nous avons aussi testé différents pas de calcul selon les directions longitudinale et transversale. Ainsi, selon la direction longitudinale, prendre $\Delta x_1 = 0.001d$ for $x < 5d$ et $\Delta x_2 = 0.01d$ for $x \geq 5d$ est

suffisant pour obtenir une solution indépendante du maillage. Dans la direction transversale, le maillage s'étend afin de tenir compte de l'épanouissement du jet. Ainsi, On montre que prendre $\Delta y=0.025d$ est suffisant et ne modifie pas les résultats. La convergence de la solution globale est considérée atteinte lorsque le changement relatif de u lors de deux itérations successives est inférieur à 10^{-4} pour chaque nœud du domaine. Les résultats de la simulation numérique ont été validés dans des travaux antérieurs avec ceux de travaux expérimentaux et numériques de la littérature [8].

1. Résultats de la simulation numérique

Dans un jet axisymétrique se déplaçant dans un écoulement co-courant on peut distinguer trois régions. Une région de jet dite de jet fort où l'effet du co-courant est faible; puis dans la troisième région il devient un jet faible suivant un comportement de type sillage. La deuxième région est une zone intermédiaire entre les deux précédentes régions. Pour les jets forts déchargés dans un écoulement co-courant et dans la zone de similitude, le comportement moyen du jet devient auto-similaire, indépendant des conditions initiales et dépend seulement de la vitesse d'entraînement (u_{co}) et de l'excès de quantité de mouvement en sortie du jet ($M_e = (u_o - u_{co})u_o\pi d^2 / 4$). La transition entre les régions de jet fort et faible se produit lorsque la distance à la sortie du jet est de l'ordre d'une longueur caractéristique : $l_m = \frac{M_e}{u_{co}^2}$ [2, 6].

L'excès de la vitesse verticale au centre ($u_{cex} = u_c - u_{co}$) normalisée par la vitesse de l'écoulement co-courant u_{co} en fonction de x/l_m est présentée sur la Figure 2 pour différents rapports de vitesses R. Cette figure montre que le rapport de vitesses influe sur la longueur de noyau potentiel, au voisinage de la buse, et cette longueur est plus courte pour un jet évoluant dans un faible co-courant. Plus en aval de la sortie du jet, les profils de vitesse ($u_{cex} = u_c - u_{co}$) rejoignent une seule courbe pour différents rapports de vitesses. Néanmoins, pour de grands rapports de co-courant, la vitesse verticale au centre normalisée en excès coïncide avec les autres courbes pour des valeurs élevées de (x/l_m) .

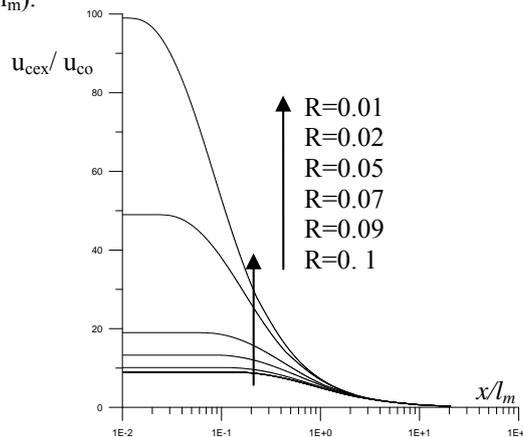


Figure 2 : Evolution axiale de la vitesse verticale au centre adimensionnée pour différents rapports de vitesses

La Figure 3 présente la répartition longitudinale de la demi-épaisseur dynamique du jet adimensionnée ($r_{0.5}/l_m$). Dans la zone proche de la sortie de la buse, la demi-épaisseur dynamique du jet adimensionnée reste constante et égale à sa valeur à la sortie du jet. Loin de la zone de noyau potentiel, les profils de ($r_{0.5}/l_m$) augmentent linéairement avec x et convergent vers la même courbe pour différents rapports de vitesses.

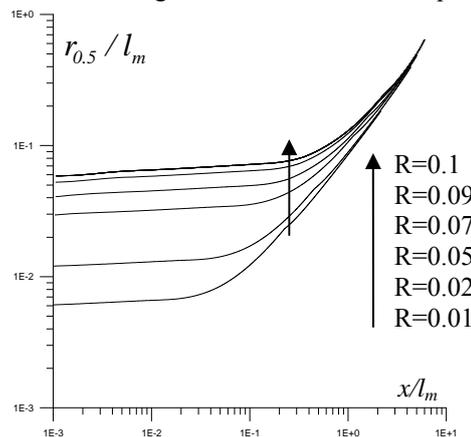


Figure 3 : Evolution axiale de la demi-épaisseur dynamique du jet adimensionnée pour différents rapports de vitesses

Un effet similaire du co-courant, est présenté dans la Figure 4, sur la répartition de la température du jet adimensionnée ($\frac{T_c - T_0}{T_0 - T_\infty} \frac{1 - u_{co}}{u_{co}}$) en fonction de (x/l_m). Comme pour les caractéristiques dynamiques, la longueur du noyau potentiel thermique augmente avec le rapport de vitesses. Les profils de température adimensionnée tendent vers une courbe unique pour différents rapports de vitesses en aval de la sortie du jet. Il est également noté que les profils de la température adimensionnée atteignent l'état asymptotique plus rapidement pour un co-courant plus petit.

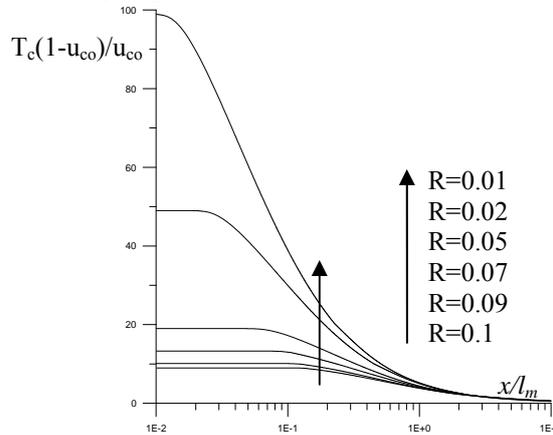


Figure 4 : Evolution axiale de la température du jet adimensionnée pour différents rapports de vitesses

De nombreuses études antérieures ont montré, pour un jet fort dans la région de similitude, que la vitesse verticale au centre et la demi-épaisseur dynamique du jet sont données par les relations suivantes:

$$\frac{u_0}{u_c} = k_u \left(\frac{x}{d} + x_u \right) ; \frac{r_{0.5}}{d} = k_r \left(\frac{x}{d} + x_r \right) \quad (7)$$

Où : k_u et k_r sont les constantes du taux de décroissance de la vitesse et du taux d'expansion de la demi-épaisseur dynamique du jet ; x_u et x_r sont les origines fictives.

Les constantes k_u et k_r sont tracées dans Figure 5 (a et b) pour différents rapports de vitesses. Les résultats prouvent que le taux de décroissance de la vitesse diminue lorsque le rapport de vitesses augmente c'est-à-dire pour un co-courant plus grand. Par contre la constante k_r a tendance à augmenter lorsque le rapport de vitesses augmente.

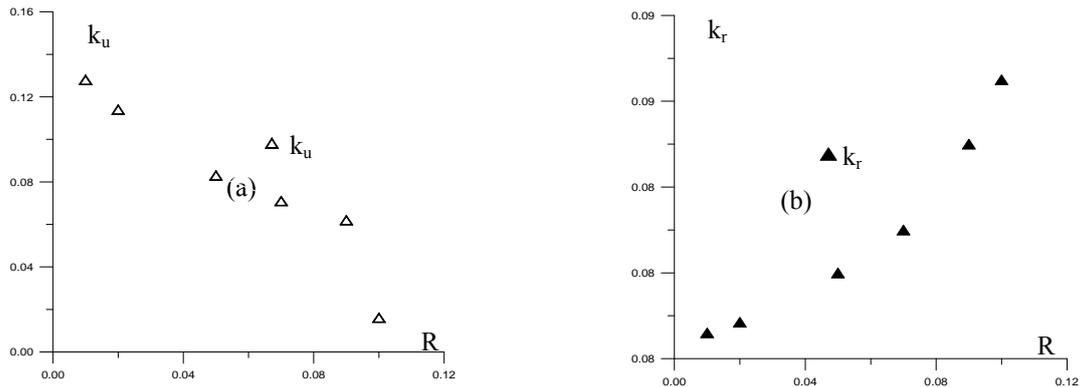


Figure 5 : Effect du rapport de vitesses sur les constantes k_u et k_r

L'effet du rapport de vitesses sur l'énergie cinétique turbulente normalisée par la vitesse du co-courant en fonction de (x/l_m) est présenté sur la Figure 6. Au voisinage de la sortie du jet, pour un rapport de vitesses élevé, la longueur de cette zone est plus longue comme c'est montré précédemment. Par la suite, le profil de l'énergie cinétique turbulente présente un pic correspondant à un fort gradient de la vitesse axiale, c'est-à-dire, à la fin du noyau potentiel. D'autre part, l'augmentation du rapport de vitesses conduit à la réduction du pic de l'énergie cinétique turbulente. Loin de la source, où toutes les courbes se rejoignent, le taux de décroissance de l'énergie cinétique turbulente sur l'axe est plus rapide pour les grandes vitesses du co-courant.

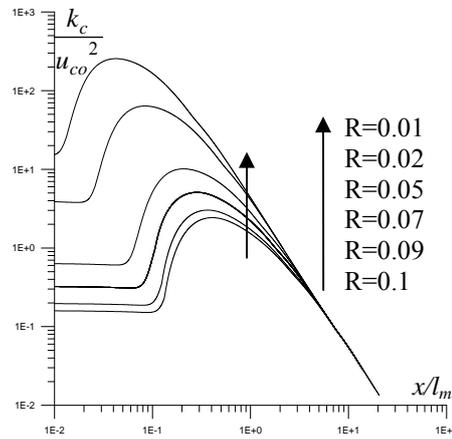


Figure 6 : Evolution axiale de l'énergie cinétique turbulente adimensionnée pour différents rapports de vitesses

Conclusion

Ce travail concerne l'étude numérique de l'écoulement d'un jet axisymétrique turbulent évoluant dans un écoulement co-courant. L'objectif de ce travail consiste à discuter de l'effet du rapport de vitesses de l'écoulement extérieur par rapport à celui du jet sur le comportement des caractéristiques dynamique, turbulente et thermique de l'écoulement. Les résultats numériques montrent qu'au voisinage de la sortie du jet, la longueur de noyau potentiel augmente avec le rapport de vitesses. Les résultats ont aussi révélé que si la vitesse du co-courant augmente le taux de décroissance de la vitesse diminue. Alors que le taux d'expansion de la demi-épaisseur dynamique du jet augmente lorsque le rapport de vitesses augmente. Les résultats obtenus montrent aussi que quelle que soit la vitesse de l'écoulement secondaire, dans la région du régime établi, les distributions longitudinales sous formes adimensionnelles de la vitesse axiale en excès, la demi-épaisseur dynamique et la température adimensionnée et l'énergie cinétique turbulente sur l'axe rejoignent une courbe identique en fonction de la distance axiale normalisée par une échelle caractéristique dépendant de la quantité de mouvement initiale en excès du jet à la sortie.

Nomenclature

Symboles

d : diamètre de la buse, m
 k : énergie cinétique de turbulence, $m^2.s^{-2}$
 T : température moyenne, K
 u, v : composantes moyenne de la vitesse selon les directions longitudinale x et radiale r , m/s
 x, r : coordonnées longitudinale et radiale, m
 $r_{0.5}$: demi-épaisseur dynamique du jet, valeur de la coordonnée radiale pour laquelle la vitesse moyenne longitudinale est égale la moitié de la valeur centrale, m
 R : rapport de vitesses (u_{co}/u_0)
 $u_{ex} = u - u_{co}$, m/s

Symboles grecs

ε : taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente, $m^2.s^{-3}$
 ν_t : viscosité turbulente, $m^2.s^{-1}$
 $\sigma_k, \sigma_\varepsilon, \sigma_T$: nombres de Prandtl turbulent
 Exposant, Indices
 c : sur l'axe du jet
 ∞ milieu ambiant
 co : écoulement co-courant
 0 : à la sortie de la buse
 ex : en excès
 $\bar{\quad}$: moyenne
 \prime : fluctuation

Références

- [1] S. Gaskin, I. R. Wood, *The axisymmetric and the plane jet in a coflow*, *J. Hydraulic Research*, Volume 39 (4), Pages 451-458, 2001.
- [2] M.J. Davidson, H.J. Wang, *Strongly Advected Jet in a Coflow*, *J. Hydraulic Engineering*, Volume 128 (8), Pages 742-752, 2002.
- [3] T.B. Nickels, A.E. Perry, *The turbulent coflowing jet*, *J. Fluid Mechanics*, Volume 309, Pages 157-182, 1996.
- [4] R. A. Antonia RA, R.W. Bilger, *An experimental investigation of an axisymmetric jet in a coflowing air stream*, *J. Fluid Mechanics*, Volume 61, Pages 805-822, 1973.
- [5] D.J. Smith, T. Hughes, *Some measurements in a turbulent circular jet in the presence of a coflowing free stream*, *Aeronautical Quarterly*, Volume 28, Pages 185-196, 1977.
- [6] L.P. Xia, K.M. Lam, *Velocity and concentration measurements in initial region of submerged round jets in stagnant environment and in coflow*, *J. Hydro-environment Research*, Volume 3, Pages 21-34, 2009.
- [7] C.M. Or, K.M. Lam, P. Liu, *Potential core lengths of round jets in stagnant and moving environments*, *Journal of Hydro-environment Research*, Volume 5, Pages 81-91, 2011.
- [8] S. Habli, N. Mahjoub Said, H. Mahmoud, H. Mhiri, G. Le Palec, Ph. Bournot, *Influence of a Coflowing ambient Stream on a Turbulent axisymmetric buoyant Jet*, *J. Heat Transfer*, Volume 130, Pages 022201-1, 2008.