

Simulation numérique d'un écoulement transitoire de convection naturelle dans une cavité allongée

Najma LAAROUSSI¹, Guy LAURIAT², Mohammed GAROUM¹

¹Ecole Supérieure de Technologie de Salé, Université Mohammed V-Agdal, Laboratoire d'Energétique, Matériaux et Environnement (LEME), Avenue Prince Héritier, BP :227 Salé Medina, Maroc.

²Université Paris-Est, Marne-la-Vallée, Laboratoire de Modélisation et Simulation Multi Echelle, MSME UMR 8208 CNRS, 77454 Marne-la-Vallée, France.

n.laaroussi@est.um5a.ac.ma

Résumé : Ce travail concerne la simulation numérique de la transition en double structure de la couche limite thermique dans une cavité différentiellement chauffée. La modélisation des transferts par convection naturelle dans la cavité rectangulaire est basée sur les hypothèses d'écoulements laminaires en régime transitoire. La formation et le développement de la couche limite thermique dans la cavité de rapport de forme ($A=0,24$), remplie d'eau ($Pr=6,64$) a été étudiée numériquement en tenant compte de paramètres spécifiques liés à l'expérience. La transition en double structure a été examinée en comparant des résultats numériques et expérimentaux [5].

Mots clés : Couche limite thermique, double structure, régime transitoire, convection naturelle.

1. Introduction

La transition en double structure de la couche limite thermique dans une cavité différentiellement chauffée a été étudiée numériquement et expérimentalement par Xu et al. [1] et [2]. Le mécanisme responsable de la formation et de l'évolution de cette double structure est le chauffage des parois qui fait surgir des petites perturbations se propageant au voisinage de la paroi. Dans un premier temps, la double couche limite a été décrite en se basant sur des résultats expérimentaux [1]. Xu et al. [2] ont mis l'accent sur l'interaction entre l'écoulement intérieur et la couche limite thermique dans le processus de transition en comparant les résultats numériques et expérimentaux. Le mécanisme responsable de la formation et de l'évolution de la double structure a été discuté en examinant les champs de températures et de vitesses. Les études précédentes ont démontré que, selon le chauffage des parois, des petites perturbations surgissent à proximité de la paroi verticale et se propagent en aval. Armfield et al. [3] suggèrent que cette perturbation est le mécanisme par lequel la couche limite développée subit une transition d'une structure transitoire à une dimension à une structure à deux dimensions. Ils ont montré que la vitesse de propagation de la perturbation peut être prédite à partir de la valeur maximale de la vitesse de propagation d'ondes dans la couche limite thermique. Cette proposition a été confirmée par les résultats expérimentaux de Patterson et al. [4]. Xu et al. [5] ont examiné aussi cette double structure en comparant les résultats expérimentaux et numériques. Ils ont conclu que le phénomène responsable de la formation de cette structure est la stratification du fluide au centre de la cavité.

Cette étude porte sur la formation et le développement de la couche limite thermique pour un écoulement de convection naturelle en régime transitoire dans une cavité allongée différentiellement chauffée remplie d'eau. Les résultats sont validés en se référant aux articles de Xu et al. [1] et [2].

2. Modélisation.

La modélisation des transferts par convection naturelle dans la cavité (Fig. 1) est basée sur les hypothèses d'écoulements instationnaires, bidimensionnels et laminaires. Les propriétés thermo-physiques du fluide sont supposées constantes, à l'exception de la masse volumique dans le terme de poussée (approximation de Boussinesq, $\rho = \rho_0 (1 - \beta(T - T_0))$). La formation et le développement de la couche limite thermique dans une cavité différentiellement chauffée de rapport de forme ($A=0,24$), remplie d'eau ($\rho_0 = 998 \text{ kg/m}^3$, $C_{p0} = 4325 \text{ J/kgK}$, $k_0 = 0,606 \text{ W/mK}$, $\beta = 2,27 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$, $Pr=6,64$ à $T_0= 295,5 \text{ K}$) a été étudiée en considérant les parois horizontales adiabatiques.



Figure 1 : Cavité allongée différentiellement chauffée ($H = 24 \text{ cm}$, $L = 1 \text{ m}$, $T_c = 303,5 \text{ K}$, $T_f = 287,5 \text{ K}$)

Les conditions initiales sont : à l'instant $t=0$, $T=T_0$ et $u=v=0$. Compte tenu des dimensions de la cavité et de l'écart de température considéré, les mouvements de convection peuvent être supposés laminaires.

Les calculs ont été effectués en utilisant le code de calcul Ansys/Fluent V13 [6]. On a choisi un maillage de (563×199) avec une répartition de points non-uniforme dans les directions x et y (écarts entre deux mailles successives $l_{i+1}/l_i = 1,015$ suivant x et $1,04$ suivant y). Un schéma de discrétisation décentré du second ordre a été utilisé, en raison de ses meilleures propriétés de stabilité numérique, et l'algorithme PISO pour traiter le couplage pression-vitesse. Pour l'intégration temporelle, on a adopté un schéma implicite du second ordre non itératif (NITA). Une attention particulière a été portée à la précision du schéma d'intégration temporelle en comparant les nombres de Courant (CFL) obtenus pour plusieurs pas de temps afin de s'assurer que la cinématique des transferts était correctement simulée. Pour des pas de temps inférieurs aux périodes des oscillations, $\Delta t=0,1s$ et $\Delta t=0,05s$, aucune différence n'a été discernée en comparant les champs de vitesse et de température à différents instants.

2.1 Validation du modèle en régime transitoire : cavités remplies d'air.

La validation de la procédure numérique en régime transitoire a été menée en étudiant les profils de vitesse et de fonction de courant instationnaires en des points bien définis afin de déterminer la durée du régime stationnaire dans une cavité remplie d'air à la température moyenne $T_0 = 300K$ ($\rho_0 = 1.16 \text{ kg/m}^3$, $C_{p0} = 1007 \text{ J/kgK}$, $k_0 = 0,0263 \text{ W/mK}$, $\beta = 1/300 \text{ K}^{-1}$, $Pr=0,71$) et pour des nombres de Rayleigh variant de $Ra_H = 10^5$ à 10^7 et un rapport de forme $A=H/L$ variant de 1 à 8. Nos résultats ont été comparés avec ceux publiés dans les références [7], [8] et [9].

2.1.1 Cavité carrée.

Un maillage cartésien structuré avec raffinement au voisinage des parois a été utilisé. Il comporte 60 mailles pour $H=0,10m$ et 80 mailles pour $H=0,15m$ dans chacune des directions avec un rapport de longueur de deux mailles successives de 1,012. Pour des nombres de Rayleigh variant de 10^5 à 10^7 , une étude de pas de temps (Δt) a été menée en se basant sur des études antérieures [10], [11] et [12]. L'incidence de Δt sur l'évolution transitoire des solutions a été analysée et les valeurs de Δt reportées dans le tableau 1 sont considérées comme optimales.

Tableau 1 : Comparaison entre les période des oscillations calculées à partir de la relation de Patterson et al.[13] et celles calculées pour $Pr=0,71$ et $A=1$.

Ra_H	10^5	10^6	5.10^6	10^7
Δt (s)	8.10^{-2}	6.10^{-2}	4.10^{-2}	2.10^{-3}
H=0,10m				
τ (s)	14,67	4,66	2,09	1,55
$\tau^* = a\tau/H^2$ (Etude)	0,0330	0,0112	0,0051	0,0035
H=0,15m				
τ (s)	33,02	10,50	4,70	3,50
$\tau^* = a\tau/H^2$ (Etude)	0,0330	0,0112	0,00507	0,00354
$\tau^* = 2\pi(2/Pr Ra)^{1/2}$ [13]	0,0330	0,0105	0,0047	0,0035

En comparant les périodes des oscillations aux valeurs calculées par la relation donnée en [13], il s'avère que les résultats numériques et théoriques sont en bon accord (Tableau 1).

2.1.2 Cavités rectangulaires

Pour des cavités rectangulaires de rapport de forme $A=H/L$ variant de 4 à 8, on a utilisé des maillages non-uniformes suivant les deux directions.

Tableau 2 : Paramètres de calcul $L=0,1m$ et $\Delta t=10^{-2}s$

A	H(m)	$\Delta T(K)$	Ra_H	Ra_L	Maillage(M_x, M_y)	β
4	0,4	17,10	10^8	$1,7.10^6$	(50,140)	1,04
6	0,6	6,55	$1,3.10^8$	6.10^5	(50,180)	1,05
8	0,8	3,49	$1,63.10^8$	$3,2.10^5$	(50,200)	1,06

Tableau 3 : Comparaison des résultats obtenus avec ceux de Le Quéré et Alziary de Roquefort [14] pour différents rapports de forme et nombres de Rayleigh ($\tau^* = a\tau/H^2$).

A	Ra_H	τ^*		Ecart %
		Etude	[14]	
4	$1,08 \cdot 10^8$	$3,75 \cdot 10^{-3}$	$3,80 \cdot 10^{-3}$	1,31
6	$1,30 \cdot 10^8$	$5,75 \cdot 10^{-3}$	$5,70 \cdot 10^{-3}$	0,87
8	$1,63 \cdot 10^8$	$7,50 \cdot 10^{-3}$	$7,15 \cdot 10^{-3}$	4,66

Pour $A=4$, le nombre d'oscillations est faible et le régime s'établit rapidement si $Ra_H=10^7$. En augmentant Ra_H , on constate que les oscillations se développent et s'amplifient dans le temps et que leurs amplitudes passent par des maxima puis s'atténuent lentement au cours du temps jusqu'au régime stationnaire. Afin de valider les résultats obtenus pour une cavité rectangulaire, les valeurs des périodes calculées et celles données par Le Quéré et Alziary de Roquefort [14] sont données dans le tableau 3 pour trois rapports de forme. La différence entre nos résultats et la référence n'excède pas 5%.

3. Résultats : Cavité remplie d'eau, allongée horizontalement ($A = 0,24$)

Le point P de coordonnées (0,498m ; 0,09m) situé à l'intérieur de la couche limite thermique se développant le long de la paroi chaude [1] et [2] a été retenu pour caractériser le régime transitoire. La figure 2 montre l'évolution du profil de température au cours du régime transitoire. On remarque la naissance d'une perturbation aux faibles instants. Elle résulte de l'instabilité de la couche limite thermique. Cette perturbation est ensuite convectée loin de la paroi. La couche limite thermique devient stationnaire jusqu'à l'arrivée d'un écoulement provenant de la paroi froide (intrusion). Quand l'intrusion froide atteint la paroi chaude, la couche limite thermique devient instable, ce qui se traduit par le deuxième groupe d'oscillations. L'instabilité de la couche limite thermique donne enfin naissance à un troisième groupe d'oscillations (figure 2). Pour $t > 1500s$ la couche limite thermique atteint un régime quasi-stationnaire avec une faible augmentation de température.

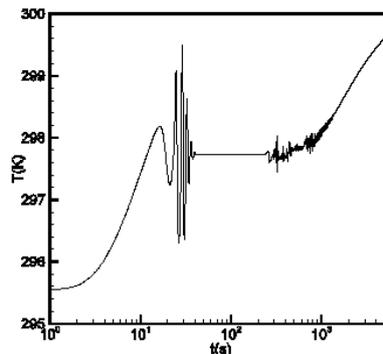


Figure 2: Evolution temporelle de la température au point P.

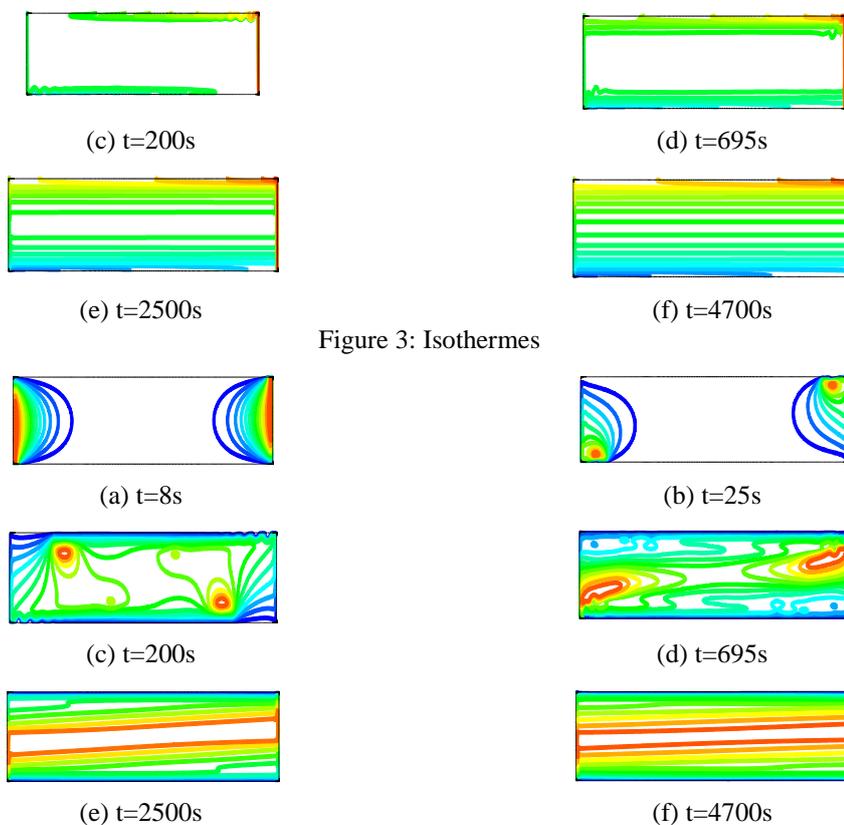


Figure 3: Isothermes

Figure 4 : Lignes de courant (a) $\psi_{\max}=2,94 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$, (b) $\psi_{\max}=1,30 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$, (c) $\psi_{\max}=2,18 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$, (d) $\psi_{\max}=7,80 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$, (e) $\psi_{\max}=3,40 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$, (f) $\psi_{\max}=7,80 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$, $\psi_{\max}=2,50 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$

Les isothermes reportées sur la figure 3 indiquent que la température de l'intrusion est supérieure à celle du fluide à l'intérieur de la cavité. Elles montrent aussi une stratification du fluide dans presque toute la cavité pour ($t > 695s$).

En examinant les lignes de courant et les isothermes aux voisinages des parois, on constate que le phénomène de séparation commence à $t=8s$. La figure 4a montre que le fluide circule dans le sens trigonométrique en dehors de la couche limite. Le fluide au voisinage de la couche limite thermique est entraîné vers l'extrémité inférieure. A $t=25s$ (Fig. 4b) les lignes de courant indiquent que le fluide est convecté loin de la couche limite, ce qui produit une inversion du sens de la circulation. Cette inversion de l'écoulement génère un fort gradient de pression (Fig. 5) au niveau du coin supérieur et un faible gradient de pression à l'intérieur de la cavité. La figure 6 montre clairement l'inversion du sens de l'écoulement en dehors de la couche limite.

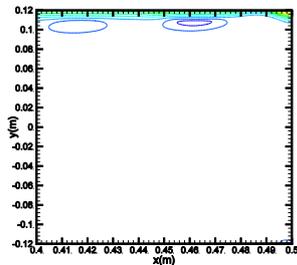


Figure 5 : Isobares entre 0 et 1Pa avec un intervalle de 0,1Pa à $t=150s$

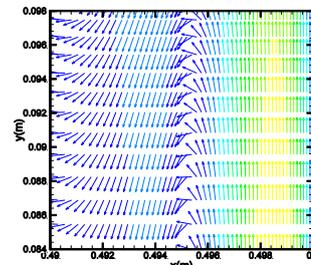


Figure 6: Vecteurs vitesse à $t=4700s$

La comparaison de nos résultats avec ceux de Xu et al. [1] et [2] concernant l'évolution temporelle de l'écoulement montre que les solutions numériques sont en parfait accord. Par contre, le développement de l'écoulement à l'intérieur de la cavité est en avance par rapport à l'expérience de Patterson et al. [4]. Au cours du temps, cette différence observée entre les résultats numériques et expérimentaux diminue et devient inexistante après le développement total de l'écoulement dans toute la cavité.

Pour expliquer cette différence aux premiers instants, Patterson et Armfield.[11] ont émis l'hypothèse que le nombre de Rayleigh au début de l'expérience est inférieur au nombre de Rayleigh (fixe) utilisé dans la simulation numérique. Afin de s'approcher de la réalité physique de l'expérience, plusieurs calculs ont été menés pour comprendre l'impact de quelques paramètres qui n'ont pas été pris en considération dans les simulations numériques discutées ci-dessus.

• **Symétrie de l'écoulement**

Des calculs ont été effectués pour une cavité de même dimension avec les mêmes propriétés du fluide mais la température imposée sur la paroi refroidie a été maintenue égale à la température moyenne T_m et $T_c = T_m+8K$. On constate que les deux écoulements (Fig. 7) au voisinage de la paroi chaude sont similaires tant que le côté froid n'a pas d'influence notable sur le côté chaud (c-à-d lorsque $t < 65s$).

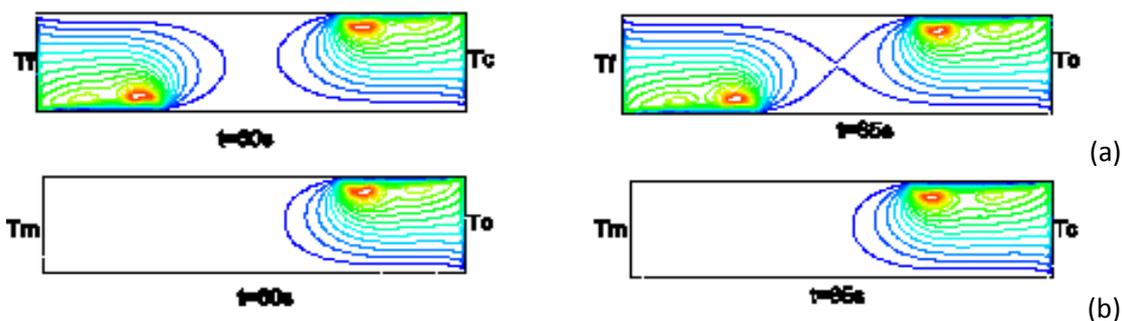


Figure 7 : Comparaison des lignes de courant: (a) $\Delta T=16K$ (b) $\Delta T=8K$.

• **Ajout de parois verticales et variations des propriétés physiques avec la température.**

La cavité représentée sur la figure 8 est complétée, côtés chaud et froid, par des parois très conductrices et de faible épaisseur afin de mieux simuler les conditions expérimentales. Les parois horizontales sont soit supposées adiabatiques, soit maintenues à la température moyenne, T_m . Les températures des surfaces extérieures des parois verticales sont uniformes à T_c et T_f . On a étudié les trois cas suivants:

- a) variation des propriétés physiques du fluide en fonction de la température (Fig. 8a),
- b) propriétés physiques du fluide variables et température T_m imposée sur les parois horizontales (Fig. 8b),
- c) prise en compte de parois en cuivre d'épaisseur $e=1,13 mm$ et de conductivité $k_s=400 W/mK$ (Fig. 8c).

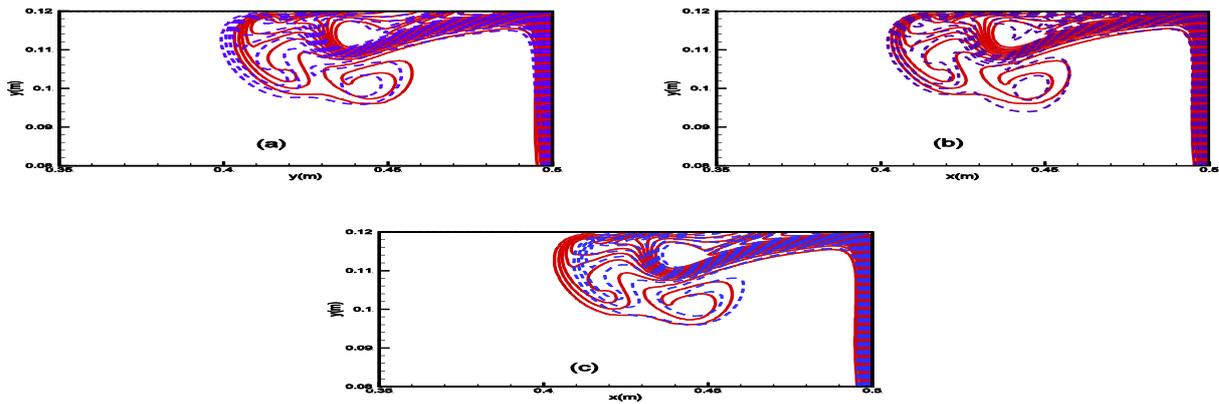


Figure 8 : Comparaisons des isothermes à l'instant $t=25s$ pour les cas a), b) et c) avec le cas de référence (—).

→ Les calculs ont montré qu'en faisant varier la viscosité, le fluide au voisinage de la paroi chaude se déplace un peu plus vite parce que sa viscosité diminue (Fig. 8a et 8b).

→ L'ajout des parois verticales en cuivre n'a pas d'influence sur le développement de la structure à cause de la faible résistance thermique des parois (Fig. 8c).

4. Conclusion

Dans une cavité allongée, différentiellement chauffée et remplie d'eau, la transition de la couche limite thermique vers une double structure a été modélisée numériquement et discutée en se référant à des études expérimentales et numériques. Les résultats ont montré que nos simulations numériques sont globalement en accord avec l'observation expérimentale. On montre, en particulier, que le mécanisme responsable de la formation de cette double structure est lié à la stratification du fluide au centre de la cavité. Cependant, les raisons pour lesquelles le développement de cette double structure est numériquement prédit à un instant inférieur aux observations expérimentales restent un problème ouvert, en dépit des simulations de trois causes possibles pouvant expliquer cette divergence.

Références

- [1] F.Xu, J.C. Patterson, Ch. Lei, Shadowgraph observations of transition of the thermal boundary layer in side-heated cavity, *Exp. Fluids*, Volume 38, Pages 770-779, 2005.
- [2] F.Xu, J.C. Patterson, Ch. Lei, Transient of thermal boundary layer in a differentially heated cavity to a double-layer structure, *James Cook University*, Australia, 2005.
- [3] S.W. Armfield, J.C. Patterson, Wave properties of natural convection boundary layers, *J. Fluid. Mech*, Volume 239, Pages 195-212, 1992.
- [4] J.C. Patterson, T. Graham, W.Schöpf, S.W. Armfield, Boundary layer development on a semi-infinite suddenly heated vertical plate, *J. Fluid. Mech*, Volume 453, Pages 39-55, 2002.
- [5] F. Xu, J. C. Patterson, Ch. Lei, On the double-layer structure of the boundary layer adjacent to a sidewall of a differentially heated cavity, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 51, Pages 3803-3815, 2008.
- [6] Ansys Fluent 13 Users Guide (n.d), www.fluentusers.com.
- [7] S.W. Armfield, J.C. Patterson, Wave properties of natural convection boundary layers, *J. Fluid. Mech*, Volume 239, Pages 195-212, 1992.
- [8] J.M.Hyun, J.W.Lee, Numerical solutions for transient natural convection in a square cavity with different sidewall temperatures, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Volume 10, N°2, Pages 146-151, 1989.
- [9] G. Lauriat, I. Altimir, A new formulation of the method for the prediction of natural convection flows in cavities, *Computers and Fluids*, Volume 13, N°2, Pages 141-155, 1985
- [10] S.W. Armfield, J.C. Paterson, Direct simulation of wave interactions in unsteady natural convection in a cavity, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Volume 34, No.45, Pages 929-940, 1991
- [11] J.C. Patterson, S.W. Armfield, Transient features of natural convection in a cavity, *J. Fluid. Mech*, Volume 219, Pages 469-497, 1990.
- [12] G. Lauriat, I. Altimir, A new formulation of the SADI method for the prediction of natural convection flows in cavities, *Computers and Fluids*, Volume 13 (12), Pages 141-155, 1985.
- [13] J.C. Patterson, J. Imberger, Unsteady convection in a rectangular Cavity, *J. Fluid Mech*, Volume 100, part.1, Pages 65-86, 1980.
- [14] P. Le Quééré, T. Alziary de Roquefort, Transition to unsteady natural convection of air in differentially heated cavities, *ASME Heat Transfer Division*, Volume 60, Pages 29-36, 1986.