

## Simulation 3D lors de l'écoulement dans une conduite à section droite rectangulaire en mode de convection mixte.

Fetta Danane\* \*\*, Ahlem Boudiaf\*, Abdelkader Boutra\*, Youb Khaled Benkahla\*

*\*Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene  
Faculté de Génie Mécanique et de Génie des Procédés  
B.P. 32 El-Alia Bab Ezzouar 16111 – Alger – Algérie  
\*\*Centre de Développement des Energies Renouvelables  
CDER, Route de l'Observatoire B.P. 62 Bouzareah 16340 Alger  
Email dananefetta@hotmail.com*

**Résumé :** Nous proposons dans ce travail, de simuler l'écoulement tri-directionnel et tridimensionnel d'un fluide newtonien en régime laminaire par mode de convection mixte dans une conduite à section droite rectangulaire horizontale. Toutes les parois de la conduite sont maintenues à température constante et uniforme. La méthode numérique utilisée pour la résolution du système d'équations gouvernant cet écoulement est basée sur les volumes finis. L'effet de l'introduction du nombre de Grashof traduisant le transfert thermique dû au déplacement naturel du fluide, sur le développement des profils de température et de l'évolution longitudinale du nombre de Nusselt a été étudié.

**Mots clés :** Convection mixte, conduite à section droite rectangulaire, température pariétale uniforme.

### 1. introduction

L'étude du transfert thermique lors de l'écoulement des fluides au sein de différentes conduites a fait l'objet de nombreuses recherches, en raison de leurs utilisations fréquentes dans différentes applications industrielles. Citons à titre d'exemple : les boues de forage dans l'industrie pétrolière, les jus de fruits et les pâtes dans l'agroalimentaire, et les polymères dans la pétrochimie.

En effet, Plusieurs travaux ont traité l'écoulement des différents types de fluides, circulant dans différentes formes de conduites, à savoir, les géométries les plus répandues étant les conduites à section droite circulaire et rectangulaire. Plusieurs études concernant l'écoulement de fluides newtoniens et non newtoniens au sein de ces dernières ont été étudiées. Parmi ces travaux, évoquons les études menées par R.K. Shah et al [1] pour le fluide newtonien circulant dans une conduite cylindrique à section droite circulaire ainsi que le cas du fluide non newtonien abordé par T. Min et al [2]. D'autre part, le cas de la conduite à section droite rectangulaire a été mené par Wei-Mon Yan et al [3] concernant l'écoulement d'un fluide newtonien, en mode de convection mixte.

L'objectif du présent travail est d'analyser par le biais d'une méthode numérique basée sur les volumes finis, le développement des profils de températures et l'évolution longitudinale du nombre de Nusselt par mode de convection forcé et mixte en écoulement tri-directionnel et tridimensionnel d'un fluide newtonien incompressible dans une conduite à section droite carrée. Les parois de cette dernière sont maintenues à une température constante et uniforme. Enfin, les propriétés physiques du fluide sont supposées constantes.

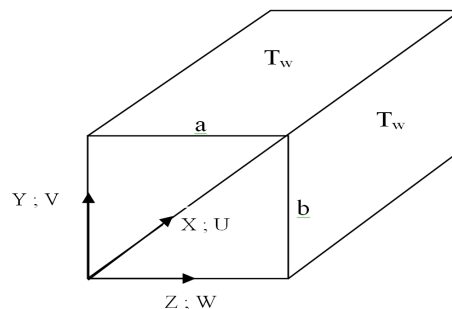


Figure 1 : Configuration géométrique du problème considéré

## 2. Mise en équations du problème physique

Considérons l'écoulement, laminaire et stationnaire d'un fluide newtonien incompressible, dans une conduite à section droite carrée, maintenue à température pariétale uniforme  $T_w$ . Ce fluide à une température  $T_0$  ( $T_0 \neq T_w$ ) est soumis à un transfert thermique par mode de convection mixte. Les équations générales adimensionnelles régissant l'écoulement sont les suivantes :

*Equation de continuité :*

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} + \frac{\partial W}{\partial Z} = 0 \quad (1)$$

*Equations de l'impulsion (suivant X, Y et Z respectivement) :*

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} + W \frac{\partial U}{\partial Z} = -\frac{\partial P^*}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial}{\partial X} \left( \mu \frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \mu \frac{\partial U}{\partial Y} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left( \mu \frac{\partial U}{\partial Z} \right) \right] + \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial}{\partial X} \left( \mu \frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \mu \frac{\partial V}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial X} \left( \mu \frac{\partial W}{\partial X} \right) \right] \quad (2)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} + W \frac{\partial V}{\partial Z} = -\frac{\partial P^*}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial}{\partial X} \left( \mu \frac{\partial V}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \mu \frac{\partial V}{\partial Y} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left( \mu \frac{\partial V}{\partial Z} \right) \right] + \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial}{\partial X} \left( \mu \frac{\partial U}{\partial Y} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \mu \frac{\partial V}{\partial Y} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left( \mu \frac{\partial W}{\partial Y} \right) \right] - \frac{Gr}{Re^2} \phi \quad (3)$$

$$U \frac{\partial W}{\partial X} + V \frac{\partial W}{\partial Y} + W \frac{\partial W}{\partial Z} = -\frac{\partial P^*}{\partial Z} + \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial}{\partial X} \left( \mu \frac{\partial W}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \mu \frac{\partial W}{\partial Y} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left( \mu \frac{\partial W}{\partial Z} \right) \right] + \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial}{\partial X} \left( \mu \frac{\partial U}{\partial Z} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \mu \frac{\partial V}{\partial Z} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left( \mu \frac{\partial W}{\partial Z} \right) \right] \quad (4)$$

*Equation de l'énergie :*

$$U \frac{\partial \phi}{\partial X} + V \frac{\partial \phi}{\partial Y} + W \frac{\partial \phi}{\partial Z} = \frac{1}{Re Pr} \left[ \frac{\partial^2 \phi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial Z^2} \right] \quad (5)$$

Les équations ci-dessus sont données sous une forme adimensionnelle, et ce, en introduisant les variables réduites suivantes :

$$X = \frac{x}{D_h}; \quad Y = \frac{y}{D_h}; \quad Z = \frac{z}{D_h}; \quad U = \frac{u}{U_0}; \quad V = \frac{v}{U_0}; \quad W = \frac{w}{U_0}; \quad P^* = \frac{P}{\rho U_0^2};$$

$$\phi = \frac{T - T_w}{T_0 - T_w}$$

*Conditions aux limites*

Pour la résolution de notre système d'équations (de 1 à 5), adjoignant les conditions aux limites suivantes. Supposons les profils de vitesse longitudinale et de température uniformes à l'entrée de la conduite ( $U = \phi = 1$  et  $V = W = 0$ ). Les conditions d'adhérence et de température uniforme sont appliquées aux parois ( $U = V = W = \phi = 0$ ). A la sortie de la conduite, le régime hydrodynamique et thermique sont établis.

Les équations de conservation sont discrétisées en utilisant un code numérique basé sur la méthode des volumes finis, proposée par Patankar [4].

Ces équations, mises sous la forme d'une équation algébrique, sont résolues par le biais de l'algorithme SIMPLER.

### 3. Résultats et interprétation

L'évolution longitudinale (suivant la direction  $Ox$ , à travers le nombre de Graetz) du nombre de Nusselt totale par mode de convection forcé ( $Gr = 0$ ) et mixte ( $Gr = 10^5$ ), calculées dans une conduite à section droite carrée ( $\gamma = 1$ ) maintenue à température pariétale constante, est comparé avec les résultats issues de l'étude de **Han-Chieh Chiu et al [5]**. Cette comparaison est illustrée à travers la figure ci-dessous. Il y apparaît un écart relatif ne dépassant pas 2%, ce qui permet de valider notre code de calcul.

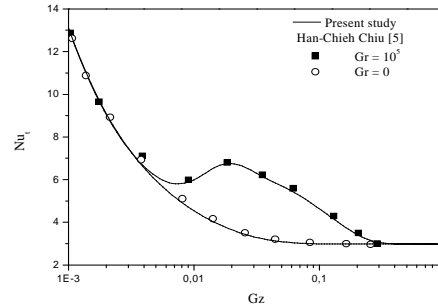


Figure 2 : Evolution longitudinale du nombre de Nusselt total

La Figure 3 illustre l'effet du nombre de Grashof sur les profils de température réduite, relevée sur le plan XOY correspondant à  $Z = 0.5$  aux positions longitudinales  $X = 1$  et  $X = 10$ , pour le cas de chauffage pariétal. A l'exception du cas  $Gr = 0$ , on note une dissymétrie des courbes, très prononcée pour les grandes valeurs du nombre de Grashof et en particulier, loin de l'entrée :  $X = 10$ .

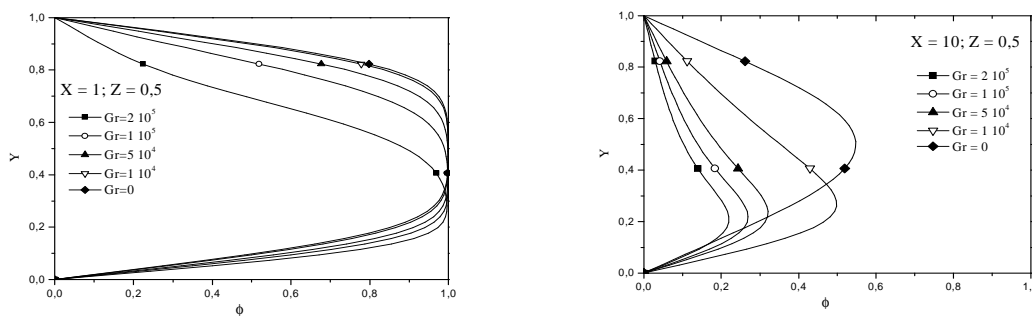


Figure 3 : Profils de température adimensionnelle en  $X = 1$  et  $X = 10$ .  
 $\gamma = 1$  ;  $Re = 100$  ;  $Pr = 1$  ;  $Z = 0,5$ .

En  $X = 1$ , le noyau central est encore à la température d'entrée et ne subit aucun transfert thermique. En outre, en augmentant les valeurs du nombre de Grashof, les courbes se déplacent vers le bas dans le cas d'un réchauffement pariétal.

En  $X = 10$ , les couches pariétales comme le noyau central ont subi un transfert thermique. En mode de chauffage, la température maximale a presque doublé (voire plus pour les cas  $Gr \neq 0$ ) pour les différents cas envisagés et tend vers celle de la paroi.

La ci-dessous (figure 4) présente l'effet du nombre de Grashof sur le nombre de Nusselt local, relevé au niveau des parois supérieure et inférieure de la conduite ainsi que sur les parois gauche et droite dans les cas de chauffage. Ces parois sont portées à une même température, supérieure à celle du fluide à l'entrée.

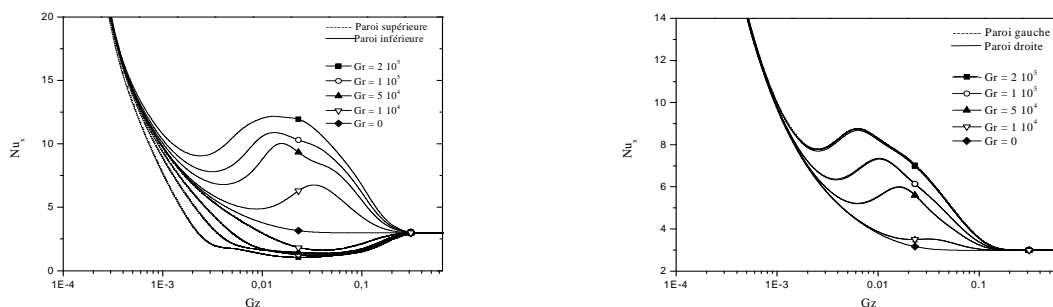


Figure 4 : Evolution longitudinale du nombre de Nusselt relevé sur les parois supérieure, inférieure, gauche et droite de la conduite,  $\gamma = 1$  ;  $Re = 100$  ;  $Pr = 1$ .

Nous remarquons que pour, les nombres de Nusselt sur la paroi inférieure sont plus importants que ceux de la paroi supérieure. En effet, lors d'un chauffage pariétal, du fluide de plus en plus chaud est apporté en haut de la conduite et du fluide de plus en plus froid en bas de la conduite, en mode de convection mixte. Il en résulte des gradients de température plus importants en bas de la conduite qu'en haut de celle-ci.

Par contre sur les parois gauche et droite, nous remarquons que les courbes de la paroi gauche se superposent avec celles de la paroi droite. De même, l'effet de nombre de Grashof se fait ressentir qu'au niveau de la région intermédiaire entre la zone d'entrée et celle de l'écoulement établi, où le transfert thermique est favorisé par l'augmentation du nombre de Grashof.

## Conclusion

L'écoulement laminaire, tridimensionnel et tri-directionnel d'un fluide newtonien, en mode de convection mixte a été entrepris dans la présente étude. Cet écoulement a lieu dans une conduite à section droite carrée horizontale maintenue à température pariétales uniforme.

L'effet de l'introduction du nombre de Grashof traduisant le transfert thermique dû au déplacement naturel du fluide, sur le développement des profils de température et de l'évolution longitudinale du nombre de Nusselt a été entrepris.

Il a été noté que la variation du nombre de Grashof ne révèle aucune influence sur l'évolution axiale du nombre de Nusselt, à l'entrée de la conduite et dans la région correspondant à l'écoulement établi. En revanche, une modification significative des courbes est observée dans la zone intermédiaire. En effet, l'accroissement des valeurs du nombre de Grashof engendre, dans cette zone, une diminution du nombre de Nusselt évalués à la paroi supérieure. Le phénomène inverse se produit au niveau de la paroi inférieure. Il a été noté, en outre, qu'au niveau des deux parois latérales de la conduite, l'augmentation du nombre de Grashof augmente, d'une manière similaire.

## Nomenclature

a	largeur de la conduite, $m$	W	vitesse transversale réduite, $= w/U_0$
b	épaisseur de la conduite, $m$	x	coordonnée longitudinale, $m$
$C_p$	chaleur spécifique du fluide, $J kg^{-1} K^{-1}$	X	coordonnée longitudinale réduite, $= x/D_h$
$D_h$	diamètre hydraulique, $= 2ab/(a+b)$ , $m$	y	coordonnée transversale, $m$
Gz	nombre de Graetz, $= X/P_r R_e D_h$	Y	coordonnée transversale réduite, $y/D_h$
$h_t$	coefficient du transfert thermique sur toute la surface de la conduite, $W m^{-2} K^{-1}$	z	coordonnée transversale, $m$
k	conductivité thermique, $W m^{-1} K^{-1}$	Z	coordonnée transversale réduite, $z/D_h$
L	longueur de la conduite, $m$	Symboles grecs	
Nu	nombre de Nusselt, $= h_t D_h/k$	$\alpha$	diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$
Nu <sub>xt</sub>	nombre de Nusselt total	$\beta$	coefficient de dilatation thermique, $K^{-1}$
p	pression statique du fluide, $Pa$	$\gamma$	rapport de forme, $= b/a$
P	pression adimensionnelle	$\eta$	viscosité dynamique du fluide, $kg m^{-1} s^{-1}$
$P_r$	nombre de Prandtl	$\rho_0$	masse volumique du fluide, $kg m^{-3}$
Re	nombre de Reynolds	$\phi$	température réduite, $= (T - T_w)/(T_0 - T_w)$
T	température, $K$	$\phi_m$	température moyenne réduite, $= (T_m - T_w)/(T_0 - T_w)$
u	vitesse longitudinale, $m s^{-1}$	Exposant, Indices	
U	vitesse longitudinale réduite, $= u/U_0$	0	entrée
$U_0$	vitesse moyenne du fluide, $m s^{-1}$	w	paroi
v	vitesse transversale, $m s^{-1}$		
V	vitesse transversale réduite, $= v/U_0$		
w	vitesse transversale, $m s^{-1}$		

## Références

- [1] R.K. Shah and A.L. London, *Laminar flow forced convection in ducts*, Academic Press, New York. (1978)
- [2] T. Min, H.G. Choi, J.Y. Yoo and H. Choi, *Laminar convective heat transfer of a Bingham plastic in a circular pipe II. Numerical approach hydrodynamically developing flow and simultaneously developing flow*. Int. J. Heat and Mass Transfer, 40 (15), pp. 3689-3701, 1997).
- [3] Wei-Mon Yan, *Combined buoyancy effects of thermal and mass diffusion on laminar forced convection in horizontal rectangular ducts*, Int J. Heat Mass Transfer. Vol. 39, No. 7 pp. 1479-1488, 1996).
- [4] S.V. Patankar, 'Numerical heat transfer and fluid flow', Chem, McGraw, New York, 1980
- [5] Han-Chieh Chiu, Jer-Huan Jang, Wei-Mon Yan, *Mixed convection heat transfer in horizontal rectangular ducts with radiation effects*, International Journal of Heat and Mass Transfer, 50 2874-2882, 2007.