

Convection Forcée dans un Canal Poreux Soumis à un Chauffage Spatio-Périodique

Henda KAHALERRAS, Asmaa ARBIA et Bachira AZZOUZ
USTHB/Faculté de Génie Mécanique et Génie des Procédés (FGMGP)
Laboratoire de Transports Polyphasiques et Milieux Poreux (LTPMP)
BP 32 El Alia, 16111 Bab Ezzouar, Alger – Algérie
kahalerrashenda@yahoo.fr

Résumé : Le présent travail est une simulation numérique de la convection forcée dans un canal à plaques totalement poreux dont le flux de chauffage pariétal est à variation spatiale soit oscillatoire ou carré. Le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer est adopté pour décrire l'écoulement dans le milieu poreux, et les équations gouvernantes avec les conditions aux limites appropriées sont résolues par la méthode des volumes finis. Les effets de deux paramètres pertinents caractérisant le flux de chauffage, à savoir l'amplitude et le nombre de périodes, sont examinés. Le principal résultat qui ressort de cette étude est que pour des valeurs négatives de l'amplitude d'oscillation, il existe des valeurs optimales du nombre de périodes et de l'amplitude pour lesquelles le système à chauffage périodique est plus performant que le système à flux de chauffage constant.

Mots clés : Convection forcée ; Canal poreux ; Flux oscillatoire ; Flux carré

1. Introduction

Beaucoup d'efforts ont été déployés ces dernières années pour étudier les différents types de conditions aux limites qui peuvent être prescrites aux parois solides. La plupart des travaux se sont intéressés à l'étude des deux cas de température pariétale constante ou flux de chaleur à la paroi uniforme. Cependant, les problèmes de transfert de chaleur avec un chauffage non uniforme ont été aussi abordés par de nombreux chercheurs. Il s'agit particulièrement de chauffage asymétrique, chauffage périodique et chauffage circonferentiel. La condition de chauffage périodique se produit souvent dans les systèmes de préchauffage et les installations expérimentales avec l'utilisation de rubans chauffants régulièrement espacés. Le modèle le plus simple de chauffage périodique est la distribution sinusoïdale du flux de chaleur ou de la température à la paroi. L'attention portée à ce dernier type de chauffage est due à son application dans divers procédés technologiques comme la conception des tubes de refroidissement des réacteurs nucléaires, des échangeurs de chaleur des machines à cycle Stirling, ainsi que l'analyse du problème de la convection forcée dans les tubes munis d'ailettes internes. Parmi les travaux de recherche dans ce contexte on peut citer à titre d'exemple Patankar et al. [1] qui ont obtenu des solutions universelles, en régime thermique périodiquement établi, dans des tubes avec température ou flux de chaleur pariétaux variant sinusoïdalement suivant la direction longitudinale. Polidori et al. [2] ont étudié, en utilisant une méthode intégrale et en régime variable, l'évolution d'une couche limite thermique se développant le long d'une plaque plane soumise à une densité de flux de chaleur spatio-périodique. Ils ont montré que le comportement de la couche limite est beaucoup plus influencé par les phases locales de relaxation que par celles de réchauffement. Un travail similaire a été réalisé par de Lorenzo [3] dont le but principal est d'apporter des éléments de réponse aux problèmes étudiant les phénomènes de convection naturelle se développant le long de composants électroniques de façon à parvenir à un auto-refroidissement de ces derniers. L'étude numérique a permis de montrer que le transfert de chaleur est amélioré si la période de sur-chauffage est inférieure à celle de sous refroidissement et si l'écoulement a atteint son nouveau régime établi. Le problème de transfert de chaleur d'un écoulement laminaire MHD traversant un canal dont les parois sont soumises à un flux de chaleur oscillatoire de valeur moyenne évanescence ou pas a été traité analytiquement par Zniber et al. [4] en utilisant la technique des opérateurs linéaires. La convection forcée laminaire et stationnaire a été étudiée par Barletta et al. [5] dans un canal à plaques parallèles avec des conditions pariétales données par une distribution de température sinusoïdale suivant la direction longitudinale. Une comparaison entre les valeurs obtenues analytiquement et numériquement a indiqué un excellent accord entre les deux méthodes. Ho et al. [6] ont proposé une méthode analytique pour prévoir la distribution de température et le nombre de Nusselt local pour un écoulement laminaire dans un échangeur de chaleur à contre courant double passes dont la distribution de flux de chaleur pariétal est sinusoïdale suivant la direction longitudinale. A travers cette synthèse bibliographique, il apparaît que les nombreux travaux réalisés sur l'utilisation de conditions aux limites périodiques ont touché à divers aspects du

problème. Le présent travail s'inscrit dans ce contexte et constitue une contribution aux travaux précédents où il s'agit d'étudier numériquement le problème de la convection forcée dans un canal totalement poreux. Il s'agit d'analyser principalement les effets de l'amplitude et du nombre de périodes sur les caractéristiques du transfert de chaleur pour deux types de flux de chaleur : sinusoïdal et carré.

2. Domaine physique

Le domaine physique, représenté sur la Figure 1, consiste en un canal totalement poreux formé de deux plaques planes horizontales de longueur ℓ et séparées d'une distance $2H$. Le fluide pénètre dans le canal à une vitesse uniforme U_e et une température constante T_e . Les parois du canal sont soumises à une densité de flux de chaleur à variation spatio-périodique. Deux types de chauffage périodique, de valeur moyenne q_0 et d'amplitude A , sont considérés : chauffage à flux variant sinusoïdalement et chauffage à flux carré (Figure 2).

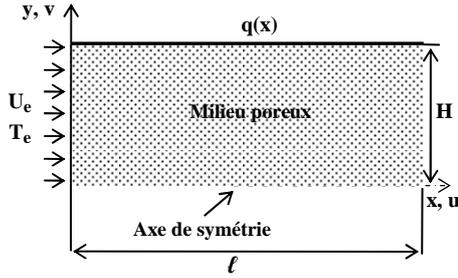


Figure 1 : Domaine physique.

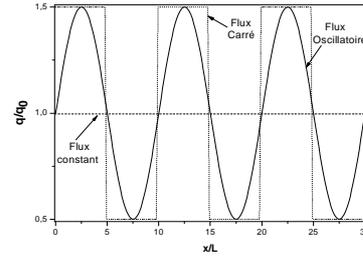


Figure 1 : Evolution spatiale du flux de chauffage.

3. Formulation mathématique

Pour la résolution des équations de conservation (continuité, mouvement et énergie) nous avons adopté certaines hypothèses simplificatrices : écoulement laminaire et bidimensionnel, fluide Newtonien et incompressible, milieu poreux isotrope, homogène et saturé par un seul fluide en équilibre thermique local avec la matrice solide. Propriétés thermo-physiques du fluide constantes et dissipation de chaleur par effet visqueux négligeable.

Les variables réduites suivantes sont utilisées pour adimensionner les équations gouvernantes :

$$X = \frac{x}{H} ; Y = \frac{y}{H} ; U = \frac{u}{U_e} ; V = \frac{v}{U_e} ; P = \frac{p}{\rho U_e^2} ; \theta = \frac{T - T_e}{q_0 H / k}$$

Le système d'équations adimensionnelles s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{1}{\varepsilon^2} \left(U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{R_\mu}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) - \frac{1}{\text{Re Da}} U - \frac{C}{\sqrt{\text{Da}}} |\vec{V}| U \quad (2)$$

$$\frac{1}{\varepsilon^2} \left(U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{R_\mu}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) - \frac{1}{\text{Re Da}} V - \frac{C}{\sqrt{\text{Da}}} |\vec{V}| V \quad (3)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{R_k}{\text{Re Pr}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (4)$$

Ici $|\vec{V}| = \sqrt{U^2 + V^2}$.

Les groupements apparaissant dans les équations (1) à (3) sont définis comme suit :

$$R_\mu = \frac{\mu_{eff}}{\mu} ; Re = \frac{U_e H}{\nu} ; Da = \frac{K}{H^2} ; R_k = \frac{k_{eff}}{k} ; Pr = \frac{\mu C_p}{k}$$

A ces équations sont associées les conditions aux limites suivantes :

Entrée : $U = 1 ; V = 0 ; \theta = 0$

Sortie : $\partial U / \partial X = 0 ; V = 0 ; \partial \theta / \partial X = 0$

Axe de symétrie : $\partial U / \partial Y = 0 ; V = 0 ; \partial \theta / \partial Y = 0$

Paroi supérieure : $U = 0 ; V = 0$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{R_k} \left(1 + A \sin 2\pi \frac{X}{\chi} \right) : \text{pour un flux sinusoïdal}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = \begin{cases} \frac{1}{R_k} (1+A) & (k-1)\chi \leq X \leq (k-0.5)\chi ; k = 1, 2, \dots, n \\ \frac{1}{R_k} (1-A) & \text{Ailleurs} \end{cases} : \text{pour un flux carré}$$

Le nombre de périodes n est lié à la longueur du canal L et à la période χ par la relation : $n = L/\chi$.

Le nombre de Nusselt local pour un flux sinusoïdal est défini comme suit :

$$Nu = \frac{1 + A \sin 2\pi \frac{X}{\chi}}{\theta_p} \quad (5)$$

Pour un flux carré :

$$Nu = \begin{cases} \frac{1}{\theta_p} (1+A) & (k-1)\chi \leq X \leq (k-0.5)\chi ; k = 1, 2, \dots, n \\ \frac{1}{\theta_p} (1-A) & \text{Ailleurs} \end{cases} \quad (6)$$

Le nombre de Nusselt moyen le long du canal est calculé comme suit :

$$Nu_m = \frac{1}{L} \int_0^L Nu dX \quad (7)$$

4. Modélisation numérique

Les équations différentielles établies précédemment avec les conditions aux limites associées sont résolues par la méthode des volumes finis proposée par Patankar [7]. Un maillage décalé est utilisé pour assurer le couplage entre la pression et la vitesse. Un schéma en loi de puissance est adopté pour la discrétisation des termes convectifs et diffusifs. La méthode de résolution utilisée est la méthode ligne par ligne qui est une combinaison entre la méthode directe TDMA (Tridiagonal Matrix Algorithm) et la méthode itérative de Gauss-Seidel. Nous avons opté pour un maillage uniforme avec 200 nœuds suivant X et 40 nœuds suivant Y .

5. Résultats

En raison des nombreux paramètres de contrôle qui gouvernent le problème étudié, tous les calculs sont effectués en fixant la porosité ($\epsilon = 0.9$), le nombre de Prandtl ($Pr = 0.7$), le nombre de Reynolds ($Re = 300$), le coefficient inertiel ($C = 0.1$), le rapport des viscosités ($R_\mu = 1$), le rapport des conductivités thermiques ($R_k = 1$), et le nombre de Darcy ($Da = 10^{-3}$). D'autre part, nous avons fait varier l'amplitude ($-0.95 \leq A \leq +0.95$) et le nombre de périodes ($0 \leq n \leq 50$).

La Figure 3 représente l'évolution locale de la température de paroi pour différents nombres de périodes dans le cas d'un chauffage oscillatoire. Le cas $n = 0$ correspond à un chauffage à flux constant. L'aspect oscillatoire de la densité de flux pariétale est transmis intégralement à la température de la paroi. Durant la première demi-période (surchauffage, $q > q_0$), θ_p dépasse celle correspondant au cas à flux constant, et pendant la deuxième demi-période (sous chauffage, $q < q_0$), la paroi est à une température inférieure à celle du cas de référence ($q = q_0$). La comparaison par rapport au cas à chauffage constant, montre que plus on augmente le nombre de périodes, plus on s'approche du cas de référence. En effet, en augmentant le nombre de périodes, les zones de surchauffage et de sous-chauffage deviennent de plus en plus proches. Le plus grand écart est observé dans le cas particulier d'une période où, en moyenne la température de la paroi à flux oscillatoire est largement supérieure à celle à flux constant.

La variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de périodes du flux de chauffage présente une évolution non monotone comme l'illustre la figure 4. Pour les amplitudes positives ($A = 0.5$), Nu_m diminue avec n passe par une valeur minimale atteinte pour le cas d'une seule période ($n = 1$), pour ensuite augmenter avant de se stabiliser à une valeur constante à partir de $n \approx 50$. Toutefois, cette valeur asymptotique du nombre de Nusselt moyen reste inférieure à celle du cas de référence (flux constant). Un résultat intéressant ressort lorsqu'on considère des valeurs négatives de l'amplitude ($A = -0.5$) ; le transfert de chaleur augmente avec le nombre de périodes, passe par une valeur maximale atteinte pour le cas $n = 1$, pour ensuite diminuer avant de se stabiliser à une valeur constante à partir de $n \approx 50$. Il est à noter aussi que le cas à amplitudes négatives est meilleur puisque les valeurs des différents nombres de Nusselt moyens sont supérieures à celles obtenues avec $A > 0$. La comparaison entre les deux types de flux considérés, montre que les meilleures performances thermiques du système sont obtenues avec un flux oscillatoire pour les amplitudes positives et le flux carré devient le plus intéressant pour les $A < 0$.

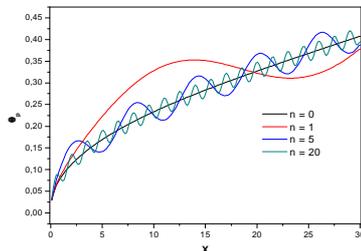


Figure 3 : Température de la paroi le long du canal pour différents nombres de périodes et $A = 0.5$.

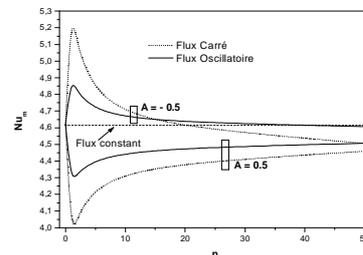


Figure 4 : Nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de périodes.

Pour un flux oscillatoire, l'augmentation de l'amplitude entraîne de grandes oscillations de la température de la paroi θ_p comme il apparaît sur la figure 4. Quant au nombre de Nusselt moyen, il présente une évolution non monotone avec A où un maximum de transfert de chaleur est obtenu pour une amplitude optimale autour de la valeur $A = -0.4$. La figure 6 montre aussi qu'un flux de chaleur à variation spatiale oscillatoire est plus intéressant pour des amplitudes positives.

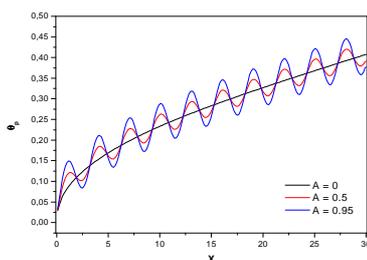


Figure 5 : Température de la paroi le long du canal pour différentes amplitudes et $n = 10$.

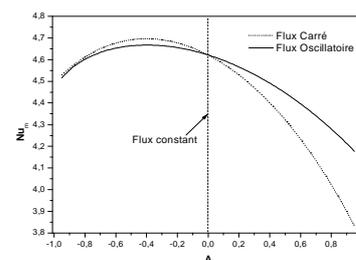


Figure 6 : Nombre de Nusselt moyen en fonction de l'amplitude pour $n = 10$.

Conclusion

Le présent travail traite numériquement du problème de la convection forcée dans un canal totalement poreux dont les parois sont soumises à un flux de chaleur à variation spatio-périodique de type oscillatoire ou carré. L'évolution du nombre de Nusselt moyen avec le nombre de périodes montre un aspect non monotone avec l'existence d'une part, d'un nombre de périodes critique où Nu_m est minimal pour les amplitudes positives et d'autre part, d'une période optimale où le transfert de chaleur est maximal pour les amplitudes négatives et dépasse le cas à flux de chauffage constant. Pour des valeurs positives de A , le taux de transfert de chaleur diminue avec l'accroissement de l'amplitude alors que pour des A négatives, il existe une amplitude optimale menant à un maximum de transfert de chaleur ; dans ce cas un flux de chauffage carré est plus intéressant qu'un flux oscillatoire. Pour conclure, nous pouvons dire qu'un chauffage pariétal spatio-périodique ayant une amplitude et un nombre de périodes spécifiques (amplitude négative et nombre de périodes réduit), peut constituer un système thermique plus performant que celui dans lequel les parois sont maintenues à flux constant.

Nomenclature

A	amplitude du flux de chauffage	p	pression, Pa
C	coefficient inertiel	Pr	nombre de Prandtl
C_p	capacité calorifique, $J.kg^{-1}.K^{-1}$	q	densité de flux de chaleur, $W.m^{-2}$
Da	nombre de Darcy	q_0	valeur moyenne du flux, $W.m^{-2}$
H	hauteur du canal, m	Re	nombre de Reynolds
k	conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$	u	vitesse axiale, $m.s^{-1}$
K	perméabilité, m^2	v	vitesse transversale, $m.s^{-1}$
ℓ	longueur du canal, m	x	coordonnée axiale, m
n	nombre de périodes	y	coordonnées transversale, m
Nu	nombre de Nusselt		
Symboles grecs		Exposants, Indices	
ε	porosité	e	entrée
χ	période adimensionnelle du flux	eff	effectif
θ	température adimensionnelle	m	moyen
μ	viscosité dynamique, $kg.m^{-1}.s^{-1}$	p	paroi

Références

- [1] S.V. Patankar, C.H. Liu and E.M. Sparrow, The periodic thermally developed regime in ducts with streamwise periodic wall temperature or heat flux, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 21, pages 557-566, 1978.
- [2] G. Polidori, M. Lachi et J. Padet, Comportement d'une couche limite thermique en écoulement cisaillé avec chauffage spatio-périodique à la paroi, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series IIB*, Volume 326, pages 429-432, 1998.
- [3] T. de Lorenzo, Convection naturelle transitoire le long d'une surface verticale soumise à une densité de flux périodique, *Comptes Rendus Mécanique*, Volume 330, pages 181-184, 2002.
- [4] K. Zniber, A. Oubarra and J. Lahjomri, Analytical solution to the problem of heat transfer in an MHD flow inside a channel with prescribed sinusoidal wall heat flux, *Energy Conversion and Management*, Volume 46, pages 1147-1163, 2005.
- [5] A. Barletta, E. R. di Schio, G. Comini and P. D'Agaro, Wall coupling effect in channel forced convection with streamwise periodic boundary heat flux variation, *International Journal of Thermal Sciences*, Volume 48, pages 699-707, 2009.
- [6] C. D. Ho, T. L. Hsien, H. Chang, Jr-W. Tu and C. M. Yang, The influences of recycle on a double-pass laminar counterflow concentric-tube heat exchangers with sinusoidal wall fluxes, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Volume 36, pages 579-584, 2009.
- [7] S. V. Patankar, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Mc Graw Hill, New York 1980.