

Modélisation et simulation de l'état hydro-mécanique d'un produit déformable lors du séchage convectif

1. R.LAMLOUMI; 2.L.HASSINI; 3.A. EICAFSI

¹ *Laboratoire d'énergétique et des transferts thermique et massive. Faculté des sciences de Tunis, Université de Tunis El Manar, Campus Universitaire Manar II 2092, Tunis.*

1.rajalamloumi@yahoo.com

2.hassini_lamine@yahoo.fr

3.afifelcafsi@fst.rnu.tn

Résumé :

L'objectif de ce travail est de proposer un modèle mathématique 2D, décrivant l'évolution de l'état hydro-thermo-mécanique d'un produit déformable saturé d'eau soumis à un séchage convectif. Le modèle est basé sur les équations de transfert de chaleur et de masse et l'équation d'équilibre mécanique avec l'hypothèse des déformations planes, d'élasticité et de retrait hydrique isotrope. Ces équations ont été résolues simultanément sur un domaine géométrique variable, en utilisant le solveur commercial "Comsol Multiphysics". Un échantillon long d'argile de section carrée a fait l'objet d'une application du modèle. La comparaison entre l'expérience et la simulation a montré la capacité du modèle à décrire correctement l'évolution de la teneur en eau et de la température tout au long du séchage. Partant de cette validation, des simulations de la distribution spatio-temporelle de la contrainte mécanique, ont été réalisées et interprétées en termes d'endommagement potentiel du matériau.

Mots clés : séchage, contraintes et déformations mécaniques

1. Introduction

En parallèle avec les recherches sur la modélisation des phénomènes de transfert de chaleur et de masse, il est apparu une problématique spécifique aux milieux déformables : la prédiction de la déformation et des contraintes développées dans le produit au cours du séchage. Des matériaux tels que les gels, le bois, le béton, l'argile ou les produits alimentaires subissent une contraction volumique en cours de séchage. Cette contraction s'accompagne de contraintes qui peuvent, dans certaines conditions, soit déformer plastiquement le matériau, soit engendrer l'apparition de fissures. La prédiction des déformations et contraintes en cours du séchage est alors essentielle pour le contrôle de la qualité du produit séché (Ketelaars, 1992[5]; Perré et May, 2001[8]; Yang et al, 2001[12]). Des travaux de précurseurs de Biot (1941) [1] en passant par la thermo-plasticité (Sih et al., 1986[11]) puis la prise en compte d'un comportement viscoélastique (Haghighi, et Segelind, 1988[3]), de nombreux modèles ont été proposés pour prédire l'évolution des contraintes dans un milieu poreux soumis à des gradients de température et de teneur en eau. Récemment, les efforts se sont concentrés sur l'étude de la fissuration à partir de ces modèles. En effet, dans ces nombreux domaines (céramiques, bois, films à base de gels...), la maîtrise de la qualité mécanique des matériaux a été nécessaire. Notre objectif global dans ce travail est la modélisation et la simulation de l'état hydro-thermo-mécanique 2D d'un produit déformable saturé en eau. Les équations non linéaires et fortement couplées ont été développées, en se référant sur les travaux commentés dans les publications de Bird et al. (1960) [2], Jomaa (1991) [4] et Ketelaars (1992) [5]. Les propriétés de transfert et d'équilibre de produit application à cette étude ont été mesurées indépendamment des expériences de séchage. La modélisation est appliquée à des échantillons parallélépipédiques réalisés à partir d'argile.

2. Modélisation

2.1. Présentation du modèle

La partie hydro-thermique du modèle consiste en une équation de diffusion/convection de l'eau liquide et une équation de conduction/convection de chaleur, couplée par la vitesse de contraction de la phase solide, qui représente l'effet du retrait. La partie mécanique du modèle est basée sur la loi de Hooke en déformation plane avec un retrait hydrique isotrope. Des conditions aux limites de type convectif pour le modèle hydro-thermique et de contrainte extérieure nulle pour le modèle mécanique, sont imposées aux frontières mobiles du produit. Le modèle est alimenté par les propriétés thermo-physiques déterminées à partir d'expériences de caractérisation indépendante de l'opération de séchage et codé sur des échantillons parallélépipédiques de section carrée d'argile.

2.2. Principales hypothèses simplificatrices

Pour simplifier le problème, les hypothèses suivantes ont été retenues :

- Les transferts de chaleur et de matière (eau) au sein du produit sont bidimensionnels, dans le plan (x, y) ;
- Le retrait est idéal et isotrope;
- Le produit est bi-phasique eau-solide ;
- L'évaporation s'effectue à la surface ;
- La déformation est plane en (x,y) et libre dans la direction z;
- Le milieu est purement élastique;

2.3. Equations générales de transferts de chaleur et de matière dans un repère fixe

La partie hydro-thermique du modèle consiste en une équation de diffusion/convection de l'eau liquide et une équation de conduction/convection de chaleur, couplée par la vitesse de contraction de la phase solide, qui représente l'effet du retrait.

Liquide :

$$\frac{1}{1+\beta X} \frac{\partial X}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{1}{1+\beta X} \frac{\partial X}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{1}{1+\beta X} \frac{\partial X}{\partial y} \right) - \frac{1}{1+\beta X} u_s^x \frac{\partial X}{\partial x} - \frac{1}{1+\beta X} u_s^y \frac{\partial X}{\partial y} \quad (1)$$

Chaleur :

$$\frac{\rho_s}{1+\beta X} (C_{pl} X + C_{ps}) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) - \frac{\rho_s}{1+\beta X} (C_{pl} X + C_{ps}) u_s^x \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\rho_s}{1+\beta X} (C_{pl} X + C_{ps}) u_s^y \frac{\partial T}{\partial y} \quad (2)$$

2.4. Equation d'équilibre mécanique

L'équilibre mécanique d'un volume V, sur lequel aucun effort extérieur ne s'applique, est réalisé à chaque instant lorsque le tenseur des contraintes internes à ce volume vérifie la relation suivante:

$$\nabla(\sigma_{ij})=0 \quad (3)$$

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{(1+\theta)} \frac{\theta}{(1-2\theta)} \text{tr}(\epsilon_{ij}^{el}) + \frac{E}{(1+\theta)} (\epsilon_{ij}^{el}) \quad (4)$$

avec

$$\epsilon_{ij}^{tot} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad i, j=x, y \quad (5)$$

$$v_s^i = \frac{\partial u_i}{\partial t} \quad (6)$$

2.5. Conditions initiales et aux limites

- A l'état initial, la température et l'humidité sont uniformes et la contrainte figée dans l'échantillon est nulle.
- A la surface en contact avec l'air :
 - ❖ Les transferts de chaleur et de matière s'opèrent uniquement par convection ;
 - ❖ Aucun effort extérieur ne s'applique sur l'échantillon ;
- A la surface en contact avec la grille de séchage :
 - ❖ Les transferts de chaleur et de matière ainsi que le déplacement du solide sont nuls ;

2.6. Implémentation numérique

En raison de la symétrie du problème le modèle décrit ci-dessus a été résolu sur un domaine bidimensionnel représentant la moitié (5mmx10mm) d'une section représentative de l'échantillon. Les équations finales ainsi que, les conditions initiales et aux limites ont été implémentées numériquement avec le logiciel commercial « éléments finis » COMSOL Multiphysics (version 3.3a). Ce logiciel permet de simuler les contraintes et les déformations induites dans les produits solides par les procédés thermiques, en grande déformations et avec couplage hydromécanique à double sens. Le domaine de résolution a été maillé avec des éléments triangulaires relativement fins et très raffinés vers les frontières. Le solveur direct (UMEPACK) a été utilisé pour la résolution numérique des équations.

3. Résultats et discussion

3.1. Validation par rapport aux expériences de séchage

Le modèle physique décrit dans la partie précédente doit être alimenté par des expériences de caractérisation, indépendantes des expériences de séchage, du produit à sécher. La plupart des propriétés thermo-physiques de produit ont été mesurées expérimentalement et collectées dans le tableau 1. Ce modèle doit être ainsi validé expérimentalement, avant son utilisation comme outil d'optimisation. La validation a porté sur les courbes de cinétique de séchage en termes d'évolution temporelle de teneur en eau moyenne et de la température au centre d'un échantillon. Les expériences de séchage ont été conduites en maintenant constants les paramètres opératoires qui peuvent influencer la vitesse de séchage, à savoir la température, la vitesse et l'humidité relative de l'air. Pour augmenter sa teneur en eau initiale, le produit a été immergé dans l'eau et manipulé manuellement. Il a été ensuite façonné sous forme de parallélépipèdes de section carré (dimensions : 60x10x10.mm). L'unité de séchage utilisée est une boucle de séchage à grille horizontale, disponible dans le laboratoire LETTM. Elle permet de couvrir les gammes des températures, vitesse et humidité relative couramment employées dans les procédés de séchage convectifs et moyennes température.

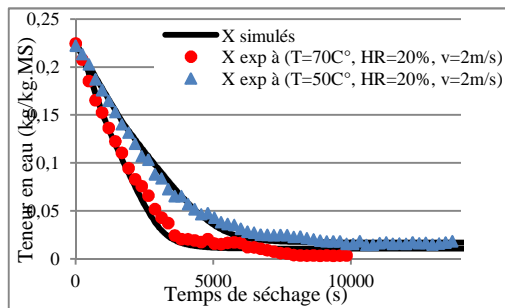


Figure 1 : Evolution temporelle de la teneur en eau

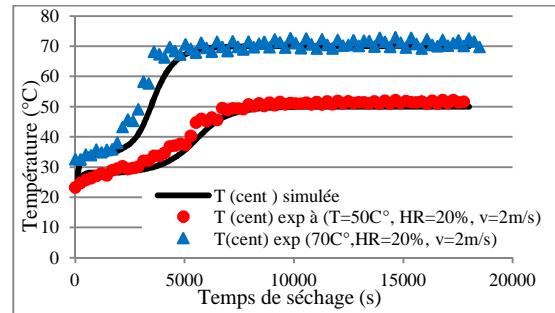


Figure 2 : Evolution temporelle de la température.

Tableau 1 : Collectes de propriétés hydro-thermiques d'argile

Isothermes de désorption		
$X_{\text{eq}} = \frac{X_m \cdot K \cdot C_s \cdot a_w}{(1 - K a_w)(1 - K a_w + K C_s a_w)}$		
T (°C)	50	60
K	0,86	0,88
C _s	5,17	4,69
X _m	0,035	0,026
		0,01565
Retrait volumique		
$\beta = \frac{(V - V_s)}{X V_s}$		
X < X _{cr}	β = 0	
X > X _{cr}	β = 1,435	
Retrait linéaire		
$\alpha_{\text{iso}} = \frac{1}{3} \left(\frac{V_s}{V_0} \beta \right)$		
Masse volumique		
$\rho_{\text{app}}(X) = 2258,372 \exp \left(- \frac{(X - 0,105643)^2}{2 \cdot (0,3026611)^2} \right)$		
Diffusivité massique		
T (°C)	D (10 ⁻⁸ .m ² .s ⁻¹)	
40	1,21	
50	1,62	
60	2,434	
70	3,245	
Capacité thermique massique		
$C_p = \frac{C_{ps} + X C_{pl}}{1 + X}$		
C _{ps} (argile) = 1962 J.Kg ⁻¹ .C ⁻¹		
C _{pl} (eau) = 1400 J.Kg ⁻¹ .C ⁻¹		

D'après les résultats présentés sur les figures 1 et 2, l'accord entre l'expérience et la simulation est acceptable. Les écarts constatés peuvent être attribués en partie au cumul des imperfections du banc d'essais. Les propriétés thermiques et mécaniques utilisées dans le modèle sont des données de la littérature. Les hypothèses

simplificatrices du modèle, notamment l'hypothèse du retrait isotrope et idéal ainsi que certaines approximations numériques peuvent également expliquer les divergences observées sur les courbes de validation.

3.2. Simulation de l'état hydro-thermique

Les distributions de la teneur en eau dans la moitié d'une section représentative d'un échantillon parallélépipédique d'argile à 0,5h et à 2h de séchage sont présentées sur la figure 3 (essai : $T=70^{\circ}\text{C}$, $HR=20\%$, $v=2\text{m/s}$). On remarque que durant le procédé, la diminution de la teneur en eau est plus accentuée à la surface supérieure qu'à l'intérieur de l'échantillon, à cause au fort gradient d'eau dans cette région. A la fin du séchage, la teneur en eau devient uniforme dans toute la section et elle est égale à sa valeur d'équilibre avec l'air ambiant. Les distributions de la température dans la moitié d'une section représentative d'un échantillon d'argile à 0,5h et à 2h de séchage, pour les mêmes conditions de séchage, sont présentées sur la figure 4. On remarque que la température dans l'échantillon est pratiquement uniforme, ce qui est légitime à cause de la petite la taille de l'échantillon. Ce résultat montre, la consistance de la simulation avec la réalité physique et il traduit le fait que le transfert interne de l'eau dans ce matériau est limitant.

3. Simulation de l'état mécanique

La distribution de la contrainte mécanique de cisaillement (σ_{xy}), et de la contrainte principale normale (σ_{xx}) dans l'échantillon d'argile à 0,5 h et à 2h de séchage sont représentés respectivement sur les figures 5 et 6 (essai : $T=70^{\circ}\text{C}$, $HR=20\%$, $v=2\text{m/s}$). Tout au long du procédé, la partie de l'échantillon en contact avec l'air est en traction et la partie intérieure de l'échantillon est en compression.

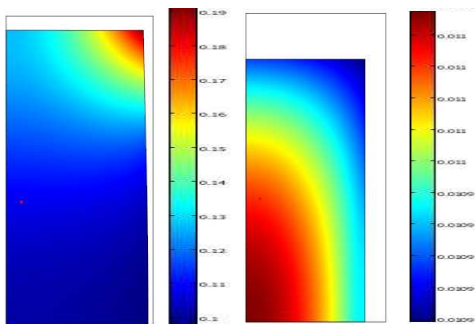


Figure 3: Distribution de la teneur en eau (kg/kg.MS)

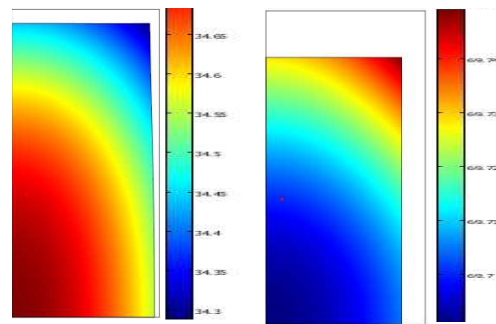


Figure 4 : Distribution de la température ($^{\circ}\text{C}$)

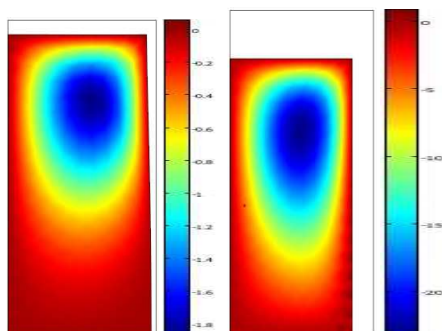


Figure 5 : Distribution de la contrainte de cisaillement σ_{xy} (MPa)

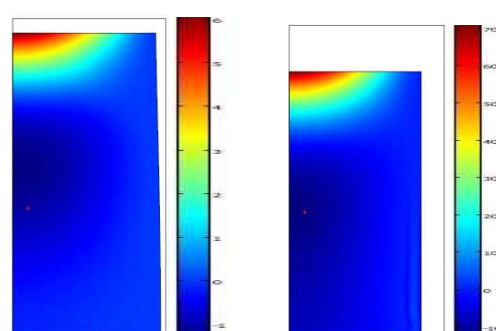


Figure 6: Distribution de la contrainte principale σ_{xx} (MPa)

Par ailleurs, le retrait de l'échantillon génère également une contrainte de cisaillement négative dans l'échantillon avec une valeur maximale aux coins, qui entraîne la dégradation de ses angles droits. En utilisant un modèle élastique appliqué à un échantillon de pomme de terre de forme parallélépipédique subissant un séchage convectif à sa surface supérieure, Hassini et al. (2009) [7] ont démontré que, tout au long du procédé la partie supérieure de l'échantillon en contact avec l'air est en traction et la partie inférieure en contact avec la grille de

séchage est en compression. Dans le cas d'un échantillon de pomme de terre supposé élastique et subissant un séchage dissymétrique, Chemkhi et al (2008) [10] ont trouvé que le matériau est sous compression durant tout le procédé. D'après nos simulations, on montre aussi que, le niveau de contrainte qui est initialement nul, augmente rapidement au début de séchage, passe par un maximum et diminue par la suite, quand le gradient de l'humidité s'estompe. Ce résultat est similaire à ceux trouvés par Rémond (2004) [9] et Kowalski et Rajewska (2002) [6] respectivement dans le cas de séchage convectif d'une planche de bois et d'un échantillon cylindrique de kaolin.

4. Conclusion

Une modélisation de l'état hydro-thermo-mécanique d'un produit fortement déformable en cours de séchage convectif a été présentée. Le comportement rhéologique du produit a été approximé par un modèle élastique linéaire à travers la loi de Hooke. La validation du modèle a été établie sur la base de l'évolution temporelle de la teneur en eau et de la température de l'échantillon au cours du procédé. La teneur en eau, la température, la contrainte mécanique dans l'échantillon ainsi que la taille et la forme géométrique de l'échantillon au début du séchage ont été simulées. Les contraintes mécaniques ont été ensuite interprétées en termes d'endommagement mécanique du produit séché. Ce travail peut être continué en implémentant un modèle rhéologique plus complexe tel que le modèle viscoélastique pour prendre en compte les phénomènes de relaxation et surtout pour prévoir correctement la forme géométrique de l'échantillon à la fin du séchage.

Nomenclature

C_{pl} Capacité thermique massique du liquide [J.kg ⁻¹ .K ⁻¹]	ρ Masse volumique [kg. m ⁻³]
C_{ps} Capacité thermique massique du solide sec [J.kg ⁻¹ .K ⁻¹]	β Coefficient de retrait volumique
C_g Constante de Guggenheim	α Coefficient de retrait linéaire
D Coefficient de diffusion hydrique [m ⁻² .s ⁻¹]	λ Conductivité thermique [W. m ⁻¹ .K ⁻¹]
E Module de Young [Pa]	λ, μ Coefficient de Lamé
k Coefficient de transfert de matière [kg. m ⁻² .s ⁻¹]	i Coefficient de poisson
K Paramètre spécifique du modèle GAB	η Viscosité cinématique [m ² . s ⁻¹]
t Temps [s]	ϵ_{ij} Tenseur de contrainte
T Température [°C, K]	σ_{ij} Tenseur de déformation
v Vitesse [m. s ⁻¹]	<u>Abréviation</u>
V Volume [m ³]	cent centre
X Teneur en eau base sèche [kg/kg]	exp expérimental

Références

- [1] Biot, M.A. (1941). General theory of three dimensional consolidation .J. of App. Physics 12,155-164 (cite par Coussy, 1991).
- [2] Bird, R.B., Steward, W.E. et Lightfoot, E.N. (1960). Transport phenomena. John Wiley and Sons. New York.
- [3] Haghghi, K. et Segerlind, L.J. (1988). Failure of biomaterials subjected to temperature and moisture gradients using the finite element method: Thermo-hydro viscoelasticity. Trans. of the ASAE 31(3), 938-946.
- [4] Jomaa W. (1991). Séchage de matériaux fortement déformables prise en compte de la vitesse de retrait. Thèse. Université de Bordeaux I.
- [5] Ketelaars, A. A. J. (1992). Drying Deformable Media Kinetics Shrinkage and Stresses. Ph. D. Technische. University Endhoven.
- [6] Kowalski, S., et Rajewska, K. (2002). Drying-induced stresses in elastic and viscoelastic saturated materials. Chemical Engineering Science 57, 3883-3892.
- [7] L. Hassini, S. Azzouz, R. Peczalski, A. Belghith (2009). Hydro-thermo-mechanical model, for highly deformable product during convective drying. Journal of Chemical product and process.
- [8] Perré, P. and J. Passard (2004), A physical and mathematical model able to predict the stress field in wood over a wide range of drying conditions, Drying Technology, Vol. 22, no.1&2, pp. 27-2004.
- [9] Romain Rémond. (2004). Approche déterministe du séchage des avivés de résineux de fortes épaisseurs pour proposer des conduites industrielles adaptées. Thèse présentée pour l'obtention du grade de docteur de l'ENGREF.
- [10] Saber Chemkhi, (2008). Séchage d'un milieu déformable non saturé : modélisation du couplage hygromécanique .Thèse en cotutelle entre l'université Bordeaux 1 : école doctorale des sciences physiques et de l'ingénieur et l'école nationale d'ingénieurs de Monastir.
- [11] Sih, G. C., Michopoulos, J.G. et Chou, S.C. (1986). Hygrothermoelasticity. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- [12] Yang, H., Sakai, N., Watanabe, (2001). Drying Model with non-isotropic shrinkage deformation undergoing simultaneous heat and mass transfer. Drying Technology 19 (7), 1441-1460.