

# Étude numérique de la condensation d'un mélange ternaire en film liquide à l'intérieur d'un tube vertical

Youness El Hammami, Aniss Azzabakh, Rachid Mir, Touria Mediouni  
Laboratoire de Mécanique, Procédés, de l'Energie et de l'Environnement (LMP2E)  
Ecole Nationale des Sciences Appliquées, B.P. 1136, Agadir-Maroc, Fax: 212(0)528 22 46 40  
[y.elhammami@uiz.ac.ma](mailto:y.elhammami@uiz.ac.ma), [azzabakhaniss@hotmail.com](mailto:azzabakhaniss@hotmail.com), [rachid\\_mir@ensa-agadir.ac.ma](mailto:rachid_mir@ensa-agadir.ac.ma) &  
[trmediouni@gmail.com](mailto:trmediouni@gmail.com)

**Résumé :** Dans ce travail, nous présentons une étude numérique des transferts thermique et massique lors de la condensation d'un mélange de vapeur d'eau et d'éthanol (et de méthanol) en présence de l'air. Il s'agit d'un film liquide laminaire s'écoulant à l'intérieur d'un tube vertical. Les équations du modèle mathématique qui décrit ces transferts dans le mélange de vapeur et dans le condensat sont discrétisées à l'aide d'une méthode aux différences finies implicite. Les systèmes d'équations obtenus sont résolus à l'aide de l'algorithme de Thomas. Les résultats numériques montrent que les transferts lors de la condensation du mélange des vapeurs d'éthanol et de méthanol sont plus influencés par le gaz non condensable par rapport à la vapeur d'eau.

**Mots clés :** condensation, film liquide, changement de phase, mélanges ternaires, tube

## 1. Introduction

La condensation d'un mélange de vapeur en film ruisselant le long d'un tube vertical avec transfert simultané de chaleur et de masse, présente un grand intérêt pratique dans de nombreux secteurs industriels. Les ruissellements, chauffage et/ou refroidissement, concentration des solutions diluées, le dessalement de l'eau de mer ainsi que dans la réfrigération. Le premier modèle théorique décrivant ce phénomène a été établi par Nusselt [1] dans le cas de la condensation en film laminaire d'une vapeur pure stagnante sur une plaque verticale. Un grand nombre de travaux sur la condensation dans différents systèmes ont été ensuite réalisés. Siow et al. [2] ont présenté une étude numérique biphasique qui traite la condensation d'un mélange air-vapeur en écoulement laminaire, dans un canal incliné. Leurs résultats ont montré que la diminution du nombre de Froude (augmentation de l'angle d'inclinaison) entraîne une épaisseur plus mince et un écoulement de film liquide plus rapide. Une étude a été développée par El Hammami et al. [3] en traitant l'évaporation en régime turbulent d'un film liquide dans un canal incliné à paroi poreuse, où ils ont constaté que le transfert de masse est plus efficace pour une faible humidité de l'air et un faible angle d'inclinaison. Chen et al. [4] ont étudié numériquement la condensation de la vapeur d'eau en film laminaire en présence du gaz non condensable le long d'une plaque verticale, suite à cette étude leurs résultats ont montré que le coefficient adimensionnel de transfert de chaleur n'a pas été constant le long du tube et sa valeur diminue en augmentant la valeur de la fraction du gaz non condensable. El Hammami et al. [5, 6] a conclu que la présence d'une petite quantité de gaz non condensable diminue fortement l'efficacité du transfert de chaleur et de masse. Il a montré également que le taux de la vapeur condensée lors de la condensation d'un mélange ternaire est plus important par rapport à la condensation d'un mélange binaire. Cependant, la condensation de la vapeur d'éthanol ou de méthanol est plus influencée par le gaz non condensable que par la vapeur d'eau.

Cet article est consacré à l'étude numérique de la condensation d'un mélange de vapeur d'éthanol (de méthanol) et d'eau en film liquide à l'intérieur d'un tube vertical à parois isothermes (figure 1). L'objectif de ce travail est de contribuer à l'amélioration de transfert lors de la condensation d'un mélange ternaire le long de la paroi interne d'un tube vertical.

## 2. Modèle physique

Nous considérons un mélange gazeux s'écoulant à l'intérieur d'un tube vertical de rayon  $R$ . Le condensat d'épaisseur  $\delta_z$  (figure 1) est soumis à l'action des forces de pesanteur, de pression et de frottement à l'interface liquide-vapeur. La paroi du tube est supposée soumise à une température constante  $T_p$ . À l'entrée du tube, arrive

un écoulement de mélange gaz-vapeur chaud, à température  $T_0$ , vitesse  $u_0(Re_0)$ , pression  $P_0$  et fraction massique en vapeur  $W_0^k$  uniforme.

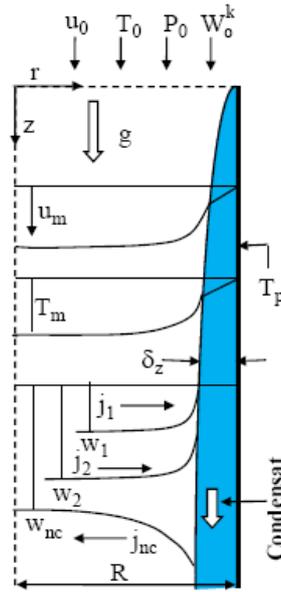


Figure 1 Model physique

Dans l'équation dynamique du film liquide, les termes d'inertie sont supposés négligeables par rapport au terme de diffusion. En effet, pour le film liquide mince, les transferts axiaux sont plus faibles que ceux dans la direction transversale [7]. Le gradient de pression est également négligé.

## 2.1 Équations

Les équations caractérisant les transferts de chaleur et de masse dans les deux phases liquide et gazeuse sont comme suit:

### 2.1.1 Phase Liquide

✓ Equation de quantité de mouvement : 
$$\left(\frac{1}{r}\right) \frac{\partial}{\partial r} \left[ (r\mu_L) \frac{\partial u_L}{\partial r} \right] + \rho_L g = 0 \quad (1)$$

✓ Equation de l'énergie: 
$$\frac{\partial}{\partial z} (\rho_L C_{PL} u_L T_L) = \left(\frac{1}{r}\right) \frac{\partial}{\partial r} \left[ r\lambda_L \frac{\partial T_L}{\partial r} \right] \quad (2)$$

### 2.1.2 Phase Gazeuse

✓ Equation de continuité : 
$$\frac{\partial}{\partial z} (r\rho_m u_m) + \frac{\partial}{\partial r} (r\rho_m v_m) = 0 \quad (3)$$

✓ Equation de quantité de mouvement:

$$\frac{\partial}{\partial z} (\rho_m u_m^2) + \left(\frac{1}{r}\right) \frac{\partial}{\partial r} (\rho_m r v_m u_m) = -\frac{dP_d}{dz} + \left(\frac{1}{r}\right) \frac{\partial}{\partial r} \left[ (r\mu_m) \frac{\partial u_m}{\partial r} \right] + (\rho_m - \rho_0)g \quad (4)$$

✓ Equation de l'énergie :

$$\frac{\partial}{\partial z} (\rho_m C_{Pm} u_m T_m) + \left(\frac{1}{r}\right) \frac{\partial}{\partial r} (\rho_m C_{Pm} r v_m T_m) = \left(\frac{1}{r}\right) \frac{\partial}{\partial r} \left[ (r\lambda_m) \frac{\partial T_m}{\partial r} \right] + \left[ \sum_{i=1}^2 \rho_m D_i^m (C_{P,vi} - C_{P,nc}) \frac{\partial T_m}{\partial r} \right] \frac{\partial W^k}{\partial r} \quad (5)$$

✓ Equation de diffusion :

$$\frac{\partial}{\partial z}(\rho_m u_m W^k) + \left(\frac{1}{r}\right) \frac{\partial}{\partial r}(\rho_m r v_m W^k) = \left(\frac{1}{r}\right) \frac{\partial}{\partial r} \left[ (r \rho_m D_K^m) \frac{\partial W^k}{\partial r} \right] \quad (6)$$

Pour compléter la modélisation mathématique du problème, il est convenable d'ajouter l'équation de conservation de masse dans la phase gazeuse, aux équations de transfert.

$$\frac{\dot{m}_0}{2\pi} = \int_0^{R-\delta} r \rho_m u_m dr + \int_0^z \rho_m v_l dz \quad (7)$$

## 2.2 Conditions aux limites et à l'interface

Nous associons, aux équations 1-7, les conditions aux limites et à l'interface suivantes:

✓ Condition à l'entrée du tube ( $z = 0$ ):  $u_m = u_0, T_m = T_0, W^k = W_0^k, p = P_0$  (8)

✓ Condition à la paroi du tube ( $r = R$ ):  $u_L = v_L = 0, T_L = T_p$  (9)

✓ Condition à l'axe central du tube ( $r = 0$ ):  $\frac{\partial u_m}{\partial r} = 0, \frac{\partial T_m}{\partial r} = 0, \frac{\partial W^k}{\partial r} = 0, v_m = 0$  (10)

✓ Condition à l'interface liquide-vapeur ( $r = R-\delta$ )

➤ Continuité de la vitesse et de la température:

$$u_l(x) = u_{G,l} = u_{L,l}, T_l(x) = T_{G,l} = T_{L,l} \quad (11)$$

➤ Continuité de la contrainte de cisaillement et du flux de chaleur:

$$\tau_l = \left[ \mu \frac{\partial u}{\partial r} \right]_{L,l} = \left[ \mu \frac{\partial u}{\partial r} \right]_{m,l}, \quad \left[ \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right]_l = \left[ \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right]_m - \dot{m}_l \cdot h_{fg} \quad (12)$$

## 2.3 RESOLUTION NUMERIQUE

Les équations qui régissent le transfert dans le tube vertical, forment un système aux dérivées partielles et n'admettant pas une solution analytique. Elles sont résolues numériquement en utilisant une méthode aux différences finies implicite [8]. La méthode utilisée consiste à approcher les dérivées premières dans la direction axiale par une différence vers l'avant et par une différence centrée dans la direction transversale. A l'interface gaz liquide, les conditions aux limites liées à la continuité de la contrainte de cisaillement et du flux de chaleur sont approchées par une différence vers l'avant d'ordre deux pour les dérivées partielles de la vitesse et de la température et par une différence vers l'arrière à l'ordre deux dans le mélange. Les systèmes d'équations obtenus après discrétisation peuvent être écrits sous forme de matrices tri diagonales. La résolution est alors assurée par l'algorithme de Thomas pour l'inversion des matrices tri diagonales. Le gradient de pression et l'épaisseur du film sont calculés par la méthode de la sécante, respectivement en fonction des erreurs sur la conservation du débit massique et du bilan thermique. On utilise la méthode de Raithby et Schneider [9] appropriée aux écoulements incompressibles pour la correction de pression.

## 3 PRESENTATION DES RESULTATS

Nos calculs ont été effectués pour le cas du mélange ternaire éthanol/vapeur d'eau-air et méthanol /vapeur d'eau-air le long d'un tube vertical de 0.75m de longueur et 1,5cm de diamètre. La paroi du tube est maintenue à une température constante  $T_p$ . La vapeur chaude entre à une température  $T_0 = 323K$ , une pression  $P_0 = 1.0atm$ , une vitesse  $u_0(Re_0)$  et les fractions massique  $W_0^k$  ( $W_0^E = 0,25, W_0^{Et} = 0,25$  et  $W_0^{Mét} = 0,25$ ).

Les figures 2(a, b, c et d) présentent respectivement, l'évolution de l'épaisseur du film liquide  $\delta_z$ , l'évolution du nombre de Nusselt local, l'évolution du profil de la température de mélange  $T_b$  (bulk) et l'évolution de profil de la température à l'interface  $T_l$  le long du tube pour le cas des mélanges ternaire vapeur d'éthanol-eau et vapeur de méthanol-eau. La figure 2(a) présente l'évolution de l'épaisseur du film liquide  $\delta_z$ . On remarque que l'épaisseur du film liquide augmente au fur et à mesure que l'écoulement de mélange de vapeur progresse dans le tube. L'épaisseur du film liquide dans le cas du mélange ternaire vapeur d'eau méthanol est plus élevée que le cas du mélange ternaire vapeur d'eau éthanol et cette dernière devient importante pour des températures basses.

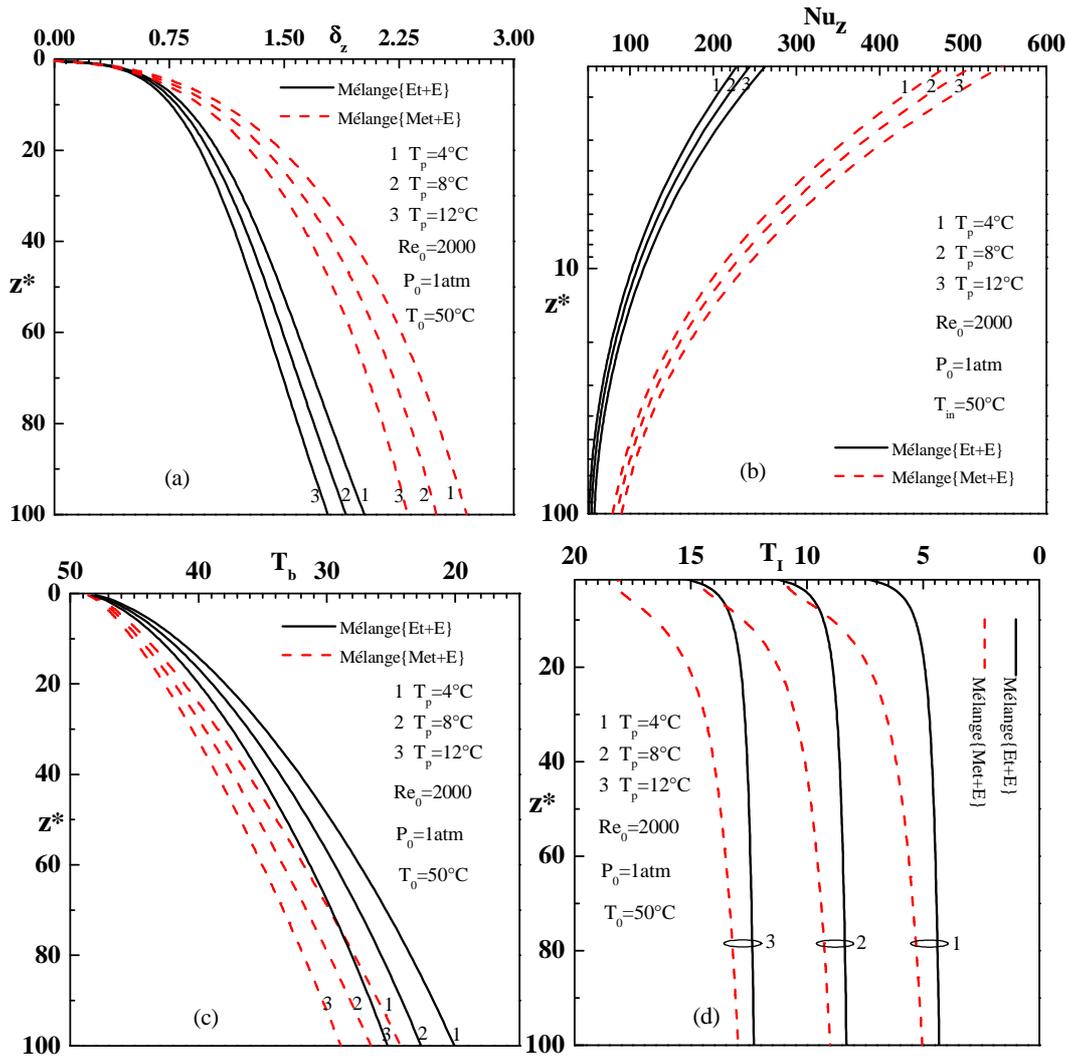


Figure 2 variation de l'épaisseur du film liquide (a), du nombre de Nusselt (b), du profil de la température de mélange (c) et du profil de la température de l'interface (d) le long du tube pour différent valeur de  $T_p$

Quand la différence de température ( $T_0 - T_p$ ) augmente le transfert de chaleur augmente, par conséquent la densité du flux condensé augmente. L'influence de la température de la paroi  $T_p$  sur le nombre Nusselt locale  $Nu_z$  le long du tube pour les deux mélanges ternaire est illustrée sur la figure 2(b). Le nombre de Nusselt traduit globalement l'évolution du rapport du flux convectif et conductif le long du tube. Les transferts convectifs sont donc plus intenses à l'entrée du tube pour les deux mélanges favorisant ainsi le transfert thermique et massique dans cette zone. Cette évolution résulte de la définition du nombre de Nusselt local. En effet, à l'entrée du tube, la différence de température entre celle de la vapeur et celle du condensât est très grande ; il en résulte un nombre de Nusselt élevé. Celui-ci diminue au fur et à mesure que l'écoulement progresse dans le tube parce que la condensation s'accompagne d'une diminution de la température de la phase vapeur et du flux de chaleur transféré par mode latent lors de la condensation au film de condensât. Ceci favorise un meilleur transfert massique ce qui est expliqué dans la figure 2(a). On remarque aussi que le nombre de Nusselt dans le cas de mélange méthanol-eau est plus important par rapport au mélange ternaire vapeur d'éthanol-eau.

La figure 2(c) montre l'effet de la température de la paroi  $T_p$  sur la chute de la température de mélange  $T_b$  le long du tube pour les deux mélanges ternaires. On constate que la température de mélange diminue au fur et à mesure que l'écoulement progresse dans le tube de 45°C jusqu'à une valeur minimum 20°C. Cet effet devient plus élevé pour le cas de mélange ternaire éthanol-eau ceci est dû par la valeur importante de la chaleur latente d'éthanol.....

La figure 2(d) présente la variation de la température de l'interface  $T_i$  pour différentes valeurs de  $T_p$  le long du tube pour les deux mélanges ternaires. Pour le mélange ternaire méthanol-eau on constate que la température d'interface le long de la paroi diminue le long du tube jusqu'à une valeur  $z^* = 30$  dans laquelle elle devient presque stable pour  $z^* > 30$ , on constate aussi que la température de l'interface  $T_i$  du mélange ternaire éthanol-eau est moins élevée que celle du mélange ternaire méthanol-eau, cela est dû à la différence de la chaleur latente des

deux mélanges ternaires. Ce résultat est bien prévisible car, plus la densité de flux de chaleur latent est grande plus il y a condensation importante figures 2(a et b).

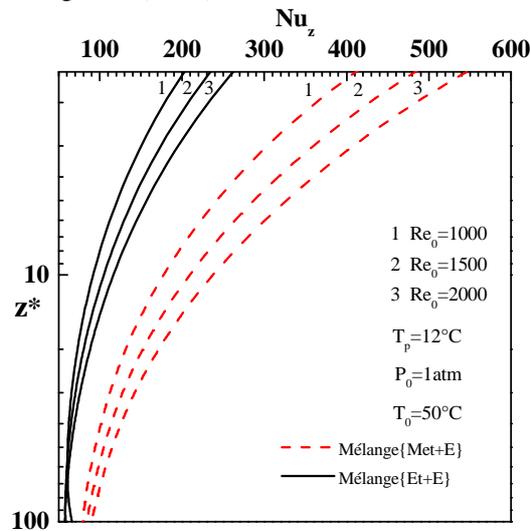


Figure 3 variation du nombre de Nusselt pour différent valeur du nombre de Reynolds ( $Re_0$ )

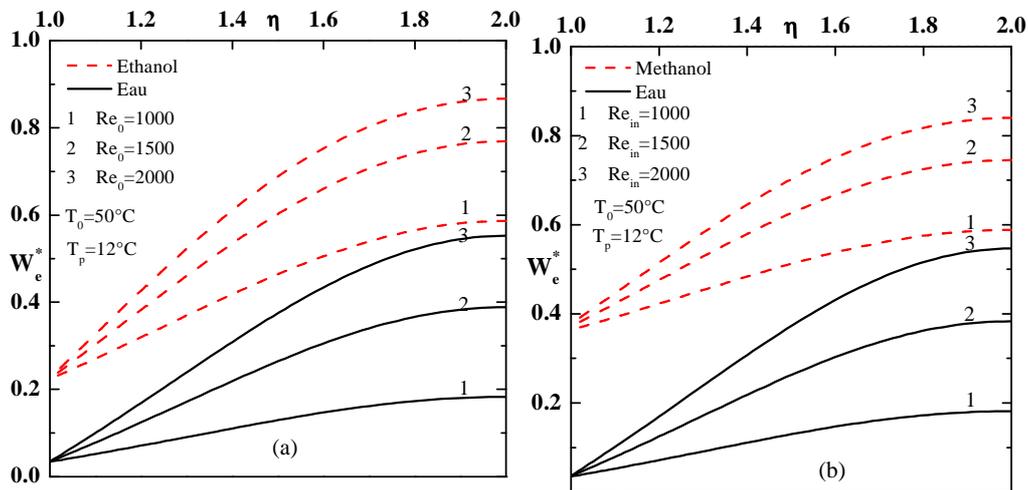


Figure 4 variation de la concentration adimensionnelle pour différent valeur du nombre de Reynolds ( $Re_0$ )

Nous présentons sur la figure 3, la variation du nombre de Nusselt local le long du tube à différente Reynolds d'entrée ( $Re_0 = 1000, 1500$  et  $2000$ ) dans les deux mélanges ternaires. On remarque que le nombre de Nusselt est plus important pour le cas du mélange ternaire méthanol-eau, cette constatation est déjà observée sur la figure 2(b). À l'entrée du tube, la différence de température entre celle de la vapeur et celle du condensât est très grande ; il en résulte un nombre de Nusselt élevé. Celui ci diminue au fur et à mesure que l'écoulement progresse dans le tube parce que la condensation s'accompagne d'une diminution de la température de la phase vapeur et du flux de chaleur transféré par mode latent lors de la condensation au film de condensât. On constate aussi que le nombre de Nusselt local augmente avec l'augmentation du nombre de Reynolds. L'augmentation du nombre de Reynolds, influe sur le débit massique condensé, ce qui est expliqué par l'augmentation de la chaleur échangée lors de la condensation.

La figure 4 représente la variation de la fraction massique à la sortie du tube pour la vapeur d'eau, d'éthanol, et de méthanol. La fraction massique diminue du centre de tube vers l'interface liquide vapeur par l'effet de la condensation de vapeur. Quand le nombre de Reynolds augmente la fraction de vapeur à la sortie du tube augmente également, ceci est dû à l'effet d'accroissement du gaz non condensable à l'interface gaz-liquide.

On constate aussi que la fraction massique à la sortie du tube est moins importante pour le cas de la condensation de vapeur d'eau par apport aux vapeurs d'éthanol et de méthanol. Ce résultat est bien prévisible car, plus la densité de flux de chaleur latent est grande plus il y a condensation importante et donc faible fraction massique à la sortie du tube. En outre, l'effet de la diffusion de vapeur d'eau dans le gaz non condensable est plus grand que celle de la vapeur d'éthanol et de méthanol (les figures 4a et b).

## Conclusion

Nous avons étudié numériquement les transferts de chaleur et de masse lors de la condensation d'un mélange de vapeur (éthanol-eau/méthanol-eau) en présence d'air, en film ruisselant à l'intérieur d'un tube vertical. Les équations régissant le transfert thermique et massique sont discrétisées et résolues par une méthode aux différences finies implicites en utilisant l'algorithme de Thomas.

En considérant les conditions imposées à l'entrée et la paroi du tube, les conclusions principales suivantes peuvent être établies: L'épaisseur du film liquide condensé lors de la condensation du mélange ternaire est plus importante pour les faibles températures de la paroi. L'air est entraîné vers l'interface par le mouvement de la vapeur, offrant ainsi un obstacle au transfert de la vapeur sur le film du condensat. La condensation des vapeurs d'éthanol et de méthanol est plus influencée par le gaz non condensable par rapport à la vapeur d'eau.

## Nomenclature

k	conductivité thermique,		
T	température, K		
$C_p$	capacité thermique massique à pression constante, J/kg K		
$D_k^m$	coefficient de diffusion, $m^2/s$		
$h_{fg}$	chaleur latente d'évaporation, J/kg		
$\dot{m}_1$	densité de flux de vapeur, $kg/m^2s$		
$\dot{m}_0$	débit massique du gaz, $kg/m.s$		
$Nu_z$	nombre de Nusselt local $Nu_z = h_1 d / \lambda_L$		
$Q_l$	flux de chaleur latent $W/m^2$		
$W^*$	fraction massique adimensionnelle du gaz ( $W_k / W_0^k$ )		
$W_k$	fraction massique de l'espèce k		
$z^*$	abscisse adimensionnel dans le sens de l'écoulement, $z/d$		
r	coordonnée radiale, m		
		Symboles grecs	
		$\alpha$	diffusivité thermique, $m^2/s$
		$\delta$	épaisseur du condensat, m
		$\lambda$	conductivité thermique $W/m.K$
		$\mu$	viscosité dynamique, $kg/s m$
		$\rho$	masse volumique, $kg/m^3$
		$\eta$	Coordonnée radiale adimensionnelle dans la phase vapeur $\eta = (z - \delta) / (d - \delta)$
		Exposant, Indices	
		I	conditions à interface gaz-liquide
		0	condition à l'entrée
		L	film liquide
		m	mélange
		nc	gaz non condensable

## Références :

- [1] W. Nusselt. Die oberflächenkondensation des wasserdampfes. *Zeitschr Ver Deutsch*, 60 541–546, 1916.
- [2] Siow E C, Ormiston S J, Soliman H M Two-phase modelling of laminar film condensation from vapour-gas mixtures in declining parallel-plate channels *Int J of Thermal Sciences* 46:458-466, 2007
- [3] Y. El Hammami M. Feddaoui S. Senhaji T. Mediouni A. Mir. Turbulent mixed convection heat and mass transfer of liquide film evaporation by a porous layer along an inclined channel. *Revue Internationale d'Héliotechnique*, , 39 2009.
- [4] Cha'o-Kuang Chen, Yan-Ting Lin Laminar film condensation from a downward-flowing steamair mixture onto a horizontal circular tube. *Applied Mathematical Modelling* 33, 1944-1956, 2009.
- [5] Y. El Hammami, M. Feddaoui, T. Mediouni, & A Mir "Numerical study of condensing a small concentration of vapour inside a vertical tube" *Heat and Mass Transfer* 48: 1675-1685, 2012
- [6] Y.El Hammami, M. Feddaoui, T, Mediouni. L, Khalal, & R, Mir, Étude numérique de la condensation d'un mélange en film liquide à l'intérieur d'un tube vertical. *Congrès Français de Thermique, énergie solaire et thermique* Perpignan, 2011
- [7] T.R. Shembharkar, B.R. Pai, Prediction of film cooling with a liquid coolant, *Int. J. Heat Mass Transfer* 29 899–908, 1986
- [8] M.N. Ozisik, "Finite difference methods in heat transfer", *Hemisphere/Mc Graw-Hill*, New York, 1984.
- [9] Raithby, G. D.; Schneider, G. E. Numerical solutions of problems in incompressible fluid flow: treatment of the velocity-pressure coupling. *Numer. Heat Tran.*, Vol. 2, 417-440, 1979