

## Simulation du couplage de la convection de double diffusion et le rayonnement des gaz réels dans une cavité rectangulaire remplie des mélanges Air-CO<sub>2</sub> et Air-H<sub>2</sub>O

Fayçal MOUFEKKIR<sup>1</sup>, Mohammed Amine MOUSSAOUI<sup>1</sup>, Ahmed MEZRHAB<sup>1,\*</sup>, Hassan NAJI<sup>2,3</sup> et M'hamed BOUZIDI<sup>4</sup>,

<sup>1</sup> Laboratoire de Mécanique & Energétique, Faculté des sciences, Département de Physique 60000 Oujda, Maroc.

<sup>2</sup> Laboratoire Génie Civil & géo-Environnement (LGCgE-EA 4515), UArtois/FSA Béthune, F-62400 Béthune, France.

<sup>3</sup> Université Lille Nord de France, F-59000 Lille, France.

<sup>4</sup> Université Blaise Pascal, Institut Pascal, UMR6602, IUT d'Allier, B.P. 2235, Avenue Aristide Briand, 03101, Montluçon cedex, France.

Email des auteurs : [faycalmoufekkir@gmail.com](mailto:faycalmoufekkir@gmail.com), [mouamine1@yahoo.fr](mailto:mouamine1@yahoo.fr), [amezrhah@yahoo.fr](mailto:amezrhah@yahoo.fr)\*, [hassane.naji@univ-artois.fr](mailto:hassane.naji@univ-artois.fr), [mhamed.bouzidi@moniut.univ-bpclermont.fr](mailto:mhamed.bouzidi@moniut.univ-bpclermont.fr),

**Résumé :** L'objectif de ce travail est la simulation numérique de la convection naturelle (simple ou double) couplée au rayonnement volumique dans une cavité carrée différentiellement chauffée contenant un gaz réel (Air-CO<sub>2</sub> ou Air-H<sub>2</sub>O). Le schéma numérique adopté utilise la méthode de Boltzmann sur réseau (LBM) pour calculer les vitesses en utilisant le modèle avec temps de relaxation multiple (MRT) et les températures par la méthode des différences finies (FDM). L'équation de transfert radiatif (ETR) est traitée par la méthode des ordonnées discrètes (MOD) pour évaluer le terme source de l'équation d'énergie. L'aspect spectral est modélisé en utilisant la somme pondérée des raies spectrales (SLW). Une évaluation paramétrique concernant les paramètres de contrôle du problème tels que les effets de l'émissivité ( $\epsilon$ ) des parois et le rapport de forme (A) a été menée. L'effet du rapport de forme de la cavité montre que l'augmentation de l'allongement horizontale de la cavité réduit les effets radiatifs et les effets conductifs deviennent de plus en plus dominants.

### Mots clés :

Modélisation numérique, transfert de chaleur, convection naturelle, double diffusion, rayonnement volumique, méthode de Boltzmann sur réseau, méthode des ordonnées discrètes, modèle radiatif SLW.

### Nomenclature

A rapport de forme géométrique

C concentration moléculaire,  $m^{-3}$

D coefficient de diffusion de l'espèce,  $m^2.s^{-1}$

I intensité du rayonnement,  $W.m^{-2}.sr^{-1}$

Le nombre de Lewis  $\alpha/D$

N rapport des forces thermique et massique

Pl nombre de Planck,  $(k/L)/(4\sigma T_0^4)$

Pr nombre de Prandtl,  $\nu/\alpha$

Ra nombre de Rayleigh thermique,  $g\beta(T_h - T_c)L^3/\nu\alpha$

T température, K

Symboles grecs

$\alpha$  diffusivité thermique du mélange,  $m^2.s^{-1}$

$\beta_{(T)}$  coefficient d'expansion thermique (massique),  $K^{-1}.m^3$

$\epsilon$  émissivité de la paroi

$\kappa$  coefficient d'absorption,  $m^{-1}$

$\mu, \xi$  cosinus directeurs de la direction

$\nu$  viscosité cinématique du mélange,  $m^2.s^{-1}$

$\rho$  masse volumique du mélange,  $kg.m^{-3}$

$\sigma$  constante de Stefan-Boltzmann,  $W.K^{-4}.m^{-2}$

## 1. Introduction

Dans ces dernières décennies, l'évaluation numérique de l'interaction de la convection naturelle et le rayonnement dans les milieux participant continue à attirer l'intérêt de la communauté scientifique et industrielle dans le domaine de la combustion, les générateurs de vapeur, les raffineries, les fours industriels, les chaudières, l'énergie solaire, l'aérospatial, l'énergie nucléaire, etc. Plusieurs modèles numériques ont été conçus pour la modélisation de la contribution des gaz réels dans le transfert de la chaleur et de l'écoulement du fluide. Le problème inhérent à ces modèles est la variation importante des caractéristiques du gaz réel en fonction de la température, de la longueur d'onde et de la fraction molaire dans le mélange gazeux. Ce problème a été contourné par la considération de valeurs spectrales moyennées en fonction de ces caractéristiques et des

paramètres géométriques de l'enceinte ; cette méthode a été appelée la méthode des gaz gris. Les spectres d'absorption de gaz ont une dynamique très forte, composée de dizaines de milliers de lignes, d'espacement et de variables d'intensité, avec de nombreuses régions presque transparentes les unes aux autres. Pour ces raisons, un gaz réel ne peut être parfaitement représenté par un modèle de gaz gris. Par conséquent, l'amélioration des méthodes numériques pour minimiser le temps de calcul demeure toujours un sujet d'actualité [1-8].

Le présent travail étudie l'influence du rayonnement due aux gaz réels sur la convection laminaire de double diffusion pour des mélanges binaires de gaz comme l'air-CO<sub>2</sub> ou l'air-H<sub>2</sub>O dans une cavité par la méthode MRT- LBM. Le terme source radiatif dans l'équation de l'énergie est évalué par la méthode des ordonnées discrètes et la participation spectrale radiative des espèces absorbantes en gaz réel (H<sub>2</sub>O ou CO<sub>2</sub>) est examinée par le modèle de gaz spectrale de Denison et Webb [5].

## 2. Formulation Mathématique et méthodes numériques

Le modèle étudié dans la figure 1 est une cavité carrée différentiellement chauffée remplie d'un gaz binaire considéré comme gris, newtonien, incompressible et participant à l'émission et l'absorption. Toutes les propriétés thermo-physiques du fluide sont supposées constantes à l'exception de la densité qui varie dans le cadre de l'approximation de Boussinesq. D'autres propriétés sont indiquées dans le tableau 1. La convection naturelle de double diffusion survient lorsque l'écoulement est généré par les forces de flottabilité dues aux gradients simultanés de température et de concentration. Ici, la densité du fluide est exprimée par:

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta_T(T - T_0) - \beta_S(C - C_0)] \quad (1)$$

où  $\beta_T$  et  $\beta_S$  sont les coefficients de dilatation thermique et massique défini par:

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho_0} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_C = \frac{1}{T_0} \quad \text{et} \quad \beta_S = -\frac{1}{\rho_0} \left( \frac{\partial \rho}{\partial C} \right)_T = \frac{M_{air} - M_{CO_2 \text{ or } H_2O}}{\rho}$$

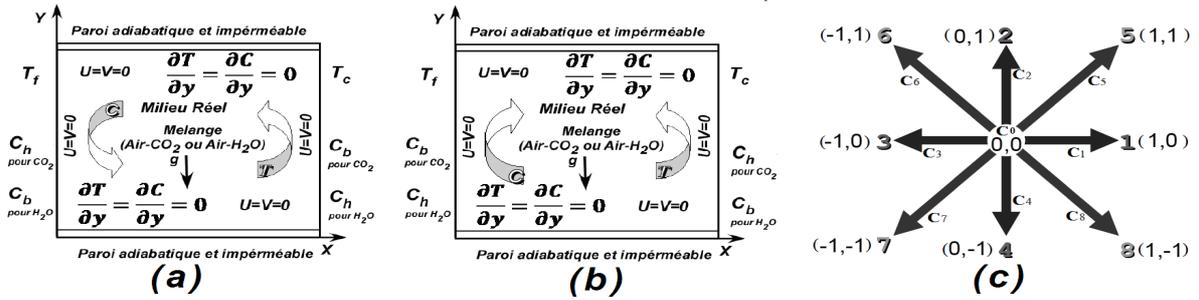


Figure 1. Géométrie du problème: (a) Écoulement aidants, (b) Écoulement opposant, (c) Réseau D2Q9.

Dans cette section, pour les mélanges (Air-CO<sub>2</sub> et Air-H<sub>2</sub>O), deux types d'écoulement, opposant et aidant seront considérés pour la convection de double diffusion en présence du rayonnement des gaz réel, au régime permanent, en utilisant un maillage uniforme de 69 × 69. La méthode des ordonnées discrètes (quadrature S<sub>8</sub>) est utilisée pour résoudre l'équation de ETR en considérant onze (11) gaz de gris pour représenter le gaz réel du modèle spectral (SLW) dans les conditions de référence tels que:  $T_0 = (T_c + T_h) / 2$  et  $C_0 = (C_b + C_h) / 2$ .

Tableau 1. Les nombres adimensionnels relatifs aux écoulements aidant et opposant pour l'air-CO<sub>2</sub> et l'air-H<sub>2</sub>O.

Polluant	x (%)	N (aidant)	N (opposant)	Ra	Pr	Pl	Le
CO <sub>2</sub>	5	0.57	-0.57	8.85.10 <sup>6</sup>	0.72	3.58.10 <sup>-3</sup>	1.3
	10	1.10	-1.10	9.44.10 <sup>6</sup>	0.72	3.55.10 <sup>-3</sup>	1.26
	25	2.56	-2.56	1.14.10 <sup>7</sup>	0.72	3.48.10 <sup>-3</sup>	1.15
H <sub>2</sub> O	5	0.43	-0.43	8.37.10 <sup>6</sup>	0.73	3.59.10 <sup>-3</sup>	0.8
	10	0.87	-0.87	8.45.10 <sup>6</sup>	0.74	3.58.10 <sup>-3</sup>	0.79
	25	2.31	-2.31	8.69.10 <sup>6</sup>	0.78	3.55.10 <sup>-3</sup>	0.76

### 2.1. Méthode de Boltzmann sur réseau

La méthode de Boltzmann (LBE) est une méthode numérique découlant de la théorie cinétique des gaz pour simuler des systèmes hydrodynamiques où l'évolution du modèle de gaz sur réseau se réalise en deux étapes (la collision et la propagation) qui se produisent en chaque pas de temps. Il convient de considérer un vecteur de (b+1) de fonctions de distributions:  $F = \{f_0, f_1, \dots, f_b\}^T$ . Étant donné que nous nous intéressons ici à un problème bidimensionnel, on considère le modèle D2Q9 à 9 vitesses discrètes, comme illustré dans la figure (1-c). L'équation de Boltzmann sur réseau évolue sous la forme:

$$f_i(r+c_i, t+1) - f_i(r, t) = (\Omega F)_i \quad (2)$$

où  $\Omega$  est l'opérateur de collision. En chaque nœud de réseau, le vecteur  $F$  et le vecteur moment  $M$  sont liés par une transformation linéaire,

$$M = \{m_0, m_1, \dots, m_b\}^T = AF \quad (3)$$

où  $A$  est une matrice carrée. La densité et la vitesse sont données par:

$$\rho(x, t) = \sum_i f_i(x, t) \quad \text{et} \quad \vec{u}(x, t) = \sum_i f_i(x, t) e_i / \rho(x, t) \quad (4)$$

## 2.2. Equations d'énergie et de masse

La procédure numérique adoptée dans ici est basée sur la méthode des différences finies pour la résolution des équations de l'énergie et de masse [8] rappelées ci-dessous:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + S_R \quad \text{et} \quad \frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = D \left( \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) \quad (5)$$

$S_R$  représente le terme source volumique due à la présence de la composante radiative ( $\text{CO}_2$  ou  $\text{H}_2\text{O}$ ), donnée par:

$$S_R = -\nabla q_r = \int_0^\infty \kappa_\lambda \int_{4\pi} I_\lambda(x, y, \vec{\Omega}) d\Omega d\lambda - 4\pi \int_0^\infty \kappa_\lambda I_{0\lambda}(T) d\lambda \quad (6)$$

$I_\lambda$  étant l'intensité spectrale du rayonnement,  $I_{0\lambda}$  l'émission spectrale du corps noir à la température locale,  $\kappa_\lambda$  le coefficient spectral d'absorption locale des gaz à une longueur d'onde donnée. Le terme source radiatif  $S_R$ , dans l'équation de l'énergie est évaluée par la résolution de l'équation de transfert radiatif (ETR), qui est donnée par:

$$\mu \frac{\partial I_\lambda(x, y, \vec{\Omega})}{\partial x} + \eta \frac{\partial I_\lambda(x, y, \vec{\Omega})}{\partial y} + \kappa_\lambda(x, y) I_\lambda(x, y, \vec{\Omega}) = \kappa_\lambda(x, y) I_{0\lambda}(x, y) \quad (7)$$

où ( $\mu$ ,  $\eta$ ) sont les cosinus directeurs. L'intégration de l'équation de transfert radiatif sur toutes les directions est mise en œuvre à l'aide de la méthode des ordonnées discrètes (DOM). L'approche SLW consiste à remplacer le gaz réel par une somme pondérée de ( $N_g$ ) gaz gris, chacun étant caractérisé par un coefficient d'absorption  $\kappa$  local et un facteur de pondération ( $a_k$ ). Le coefficient d'absorption varie avec les propriétés locales du milieu, tel que.

$$\kappa_\lambda(x, y) = C_{abs_\lambda} \times C(x, y) \quad (8)$$

où  $C_{abs}$  est la section spectrale d'absorption efficace de l'élément rayonnant. L'utilisation des méthodes DOM et SLW pour le calcul du terme source radiatif, donne:

$$S_R(x, y) = -\nabla q_r(x, y) = \sum_{k=0}^{N_g} \kappa_k(x, y) \left( \sum_{m=1}^M w_m I_{k,m}(x, y) - 4a_k \sigma T^4(x, y) \right) \quad (9)$$

La condition usuelle « Bounce back » [9-10] est appliquée à toutes les parois de la cavité. Le transfert de chaleur et de masse à travers la cavité est caractérisé par les nombres de Nusselt et de Sherwood respectivement:

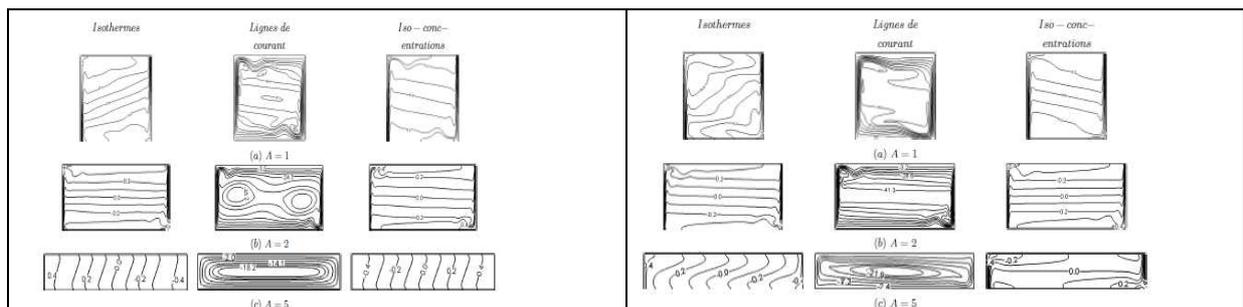
$$\overline{Nu}_T = \frac{1}{T_H - T_C} \int_0^L \left( \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0 \text{ or } L} + \frac{1}{k} \varepsilon_p (a_k(T_p) \sigma T_p^4 - q_k^{inc}(x_p)) \right)_{x=0 \text{ or } L} dy \quad \text{et} \quad \overline{Sh} = -\frac{1}{C_H - C_C} \int_0^L \left. \frac{\partial C}{\partial x} \right|_{x=0 \text{ or } L} dy \quad (10)$$

## 3. Résultats et discussion :

Pour mener l'étude d'influence du rapport de forme sur le champ dynamique et la distribution de température et de concentration ainsi que sur le transfert de chaleur et de masse, nous fixons les nombres adimensionnels aux valeurs données par le tableau 1 et nous considérons une cavité rectangulaire remplie d'un gaz non gris (l'air- $\text{CO}_2$  ou l'air- $\text{H}_2\text{O}$ ) de rapport de forme variant de 1 à 5 pour les deux cas aidant et opposant.

### 3.1 Effet du rapport de forme dans le cas aidant

#### 3.1.1 Mélange à 25% de $\text{CO}_2$



(a)	(b)
-----	-----

Figure 2 Iso-lignes pour 25% de polluant en cas opposant pour différents rapport de forme : (a) CO<sub>2</sub>, (b) H<sub>2</sub>O.

Pour le mélange à 25% de CO<sub>2</sub>, les forces massiques sont importantes et la prépondérance des forces solutales se traduit par l'inclinaison des iso-lignes pour des cavités avec des allongements horizontaux de l'ordre de A=5 (Figure 2-a). Cet allongement favorise la formation de la structure monocellulaire. L'effet de la concentration du polluant est pratiquement invisible sur les températures et les concentrations pour A = 2.

Le transfert de chaleur et de masse pour l'air-CO<sub>2</sub> en écoulement aidant, diminue en fonction de l'augmentation du rapport de forme. Le transfert de chaleur et de masse augmente lorsque la concentration du polluant augmente, sauf dans le cas de A = 5 où il diminue en fonction de la concentration (Tableau 2).

### 3.1.2 Mélange à 25% de H<sub>2</sub>O

Les iso-lignes changent légèrement avec l'augmentation de la concentration en polluant (Figure 2-b). La comparaison avec le cas d'air-CO<sub>2</sub>, la structure d'écoulement est monocellulaire au centre de la cavité. On note également pour que A = 5, les effets diffusifs sont moins présents en comparaison avec le cas du CO<sub>2</sub> et l'écoulement est accéléré, ce qui explique que les effets radiatifs sont plus accentués en présence d'H<sub>2</sub>O qu'en présence du CO<sub>2</sub>.

Tableau 2 Nombres adimensionnels en fonction du rapport de forme en écoulement aidant.

		Air-CO <sub>2</sub>			Air-H <sub>2</sub> O		
x	A	1	2	5	1	2	5
5%	Nu	198.5	169.567	95.997	196.894	175.520	91.162
	Sh	19.406	19.024	5.128	15.568	14.887	3.691
10%	Nu	199.01	170.970	88.424	194.368	192.017	85.849
	Sh	20.877	20.446	0.258	16.736	16.052	3.937
25%	Nu	202.054	177.375	87.519	189.231	233.143	76.108
	Sh	24.105	23.171	0.220	19.446	18.681	4.237

Le transfert de chaleur et de masse diminue avec l'augmentation du rapport de forme de la cavité. On enregistre un maximum de transfert de chaleur et de masse dans le cas A = 2, cela est dû à la distribution du polluant et de température résultants du rapport de flottabilité et des dimensions de la cavité (Tableau 2).

## 3.2 Effet du rapport de forme dans le cas opposant

### 3.2.1 Mélange à 25% de CO<sub>2</sub>

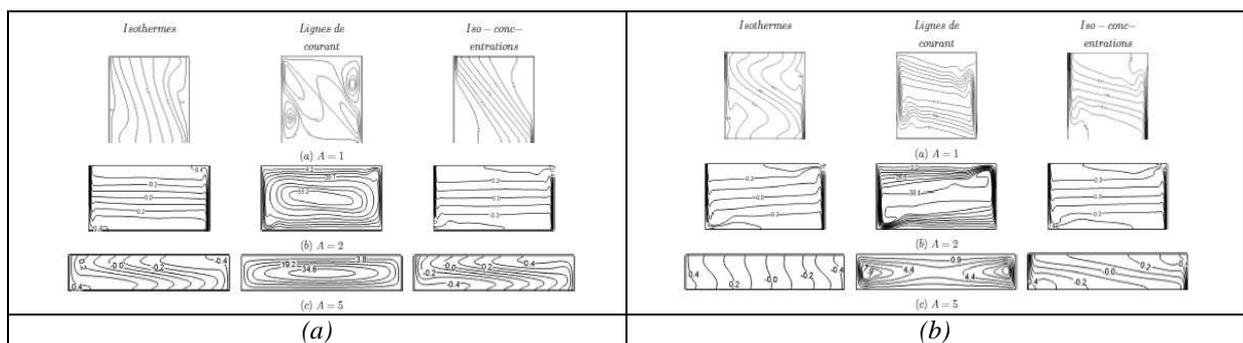


Figure 4 Iso-lignes pour 25% de polluant en cas opposant pour différents rapport de forme (a) CO<sub>2</sub>, (b) H<sub>2</sub>O.

L'augmentation du rapport de forme donne lieu à l'inclinaison et la densification des iso-lignes (régime de transition) et ralentit l'écoulement. Cette situation s'explique par la diminution des effets radiatifs, vu que le rayonnement est atténué par l'augmentation du rapport de forme (Figure 4-a).

Le maximum du nombre de Nusselt et de Sherwood est obtenu pour un rapport de forme A = 2 et un mélange plus chargé de CO<sub>2</sub> en écoulement opposant (Tableau 3).

### 3.2.2 Mélange à 25% de H<sub>2</sub>O

La dominance des effets conductifs et diffusifs a légèrement diminué et l'écoulement est bicellulaire (Figure 4-b). Cette situation reflète la légère augmentation des effets radiatifs caractérisés par l'inclinaison des iso-lignes au milieu en raison de la dominance des forces massiques dans le mélange. Pour ( $A = 5$ ), l'écoulement monoculaire et les effets conductifs et diffusifs sont défavorisés par le passage du cas aidant à l'opposant.

Tableau 3 Nombres adimensionnels en fonction du rapport de forme en écoulement opposant.

x	A	Air-CO <sub>2</sub>			Air-H <sub>2</sub> O		
		1	2	5	1	2	5
5%	Nu	195.139	175.540	92.317	193.823	174.767	88.356
	Sh	14.432	14.082	1.596	11.767	10.855	1.545
10%	Nu	188.668	294.412	88.894	186.082	177.081	79.988
	Sh	8.912	4.398	0.393	7.596	3.937	0.424
25%	Nu	181.938	306.205	90.134	178.534	143.694	72.360
	Sh	3.165	18.328	1.249	13.977	15.343	2.487

Les nombres de Nusselt et de Sherwood diminuent en fonction de l'augmentation du rapport de forme. Le transfert de chaleur et de masse diminue avec l'augmentation de la concentration dans le cas opposant (Tableau 3).

#### 4. Conclusion

Les résultats de l'analyse de l'effet du rapport de forme montrent que l'influence du rayonnement est plus importante sur le champ thermique et nettement plus faible sur les champs dynamique et de concentration. Le même comportement est observé avec le mélange air-H<sub>2</sub>O, mais plus prononcé. Généralement, l'écoulement aidant offre un noyau stable et des gradients des vitesses aux parois plus importantes en comparaison avec le cas opposant pour les deux mélanges en régime massique. Les structures multicellulaires apparaissent dans la cavité lorsque les forces thermiques et massiques s'équilibrent dans un écoulement opposant. L'augmentation du rapport de forme de la cavité défavorise les effets radiatifs et les effets diffusifs deviennent de plus en plus dominants, vu que les extrémités actives n'influent pas l'écoulement au cœur de la cavité. En général, le transfert de chaleur et de masse diminue avec l'augmentation de la concentration du polluant et du rapport de forme, sauf dans le cas d'une cavité de rapport de forme  $A=2$  ou pour un fluide à concentration moyenne, où l'on a un maximum.

#### Références

- [1] J.C. Bratis and J.L. Novotny, Radiation-Convection interaction in the boundary layer regime of an enclosure, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Volume 17, pages 23-36, 1974.
- [2] T. Fusegi and B. Farouk, Laminar and turbulent natural convection-radiation interaction in a square enclosure filled with a nongray gas, *Numerical Heat Transfer*, Volume 15, pages 303-322, 1989.
- [3] H.C. Hottel and A.F. Sarofim, Radiative Transfer, *McGraw-Hill*, 1967.
- [4] M.F. Modest, The Weighted-Sum-of-Gray-Gases Model for Arbitrary Solution Methods in Radiative Transfer, *J. Heat Transfer*, Volume 113, pages 650-656, 1993.
- [5] M.K. Denison and B.W. Webb, A Spectral Line-Based Weighted-Sum-of-Grey-Gases Model for Arbitrary RTE Solvers, *ASME J. Heat Transfer*, Volume 115, pages 1004-1012, 1993.
- [6] G. Colomer, R. Consul, A. Oliva, Coupled radiation and natural convection: Different approaches of the SLW model for a non-gray gas mixture, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, Volume 107, pages 30-46, 2007.
- [7] V.P. Solovjov, and B.W. Webb, An Efficient Method for Modeling Radiative Transfer in Multi-component Gas Mixtures with Soot, ASME, *J. Heat Transfer*, Volume 123, pages 450-457, 2001.
- [8] S. Meftah, A. Ibrahim, D. Lemonnier, A. Benbrik, Coupled radiation and double diffusive convection in non-gray air-CO<sub>2</sub> and air-H<sub>2</sub>O mixtures in cooperating situations, *Numerical Heat Transfer*, Volume 56, pages 1-19, 2009.
- [9] A. Mezrhab, M. Moussaoui, H. Naji, Lattice Boltzmann simulation of surface radiation and natural convection in a square cavity with an inner cylinder, *Journal of Physics*, Volume 41, pages 502-517, 2008.
- [10] P. Lallemand, L.S. Luo, Lattice Boltzmann method for moving boundaries, *J. Comput. Phys*, Volume 184, pages 406-421, 2003.