

# Etude numérique de la convection naturelle dans un canal vertical rempli partiellement d'un milieu poreux : Effet de l'épaisseur des couches poreuses

N. DIHMANI, S. AMRAQUI\*, A. MEZRHAB

Faculté des Sciences, Département de Physique, Laboratoire de Mécanique & Energétique,

60000 Oujda, Maroc.

\*(Auteur correspondant :samir.nova@gmail.com)

**Résumé** - L'objectif de ce travail est d'étudier numériquement le transfert de chaleur et l'écoulement dans un canal vertical rempli partiellement d'une matière poreuse. Pour cela, un modèle numérique basé sur la méthode des volumes finis est utilisé. Le couplage pression-vitesse est assuré par l'algorithme SIMPLER. On s'intéresse dans cette étude à la structure de l'écoulement et au transfert de la chaleur pour  $Pr=0,71$  et pour différentes épaisseurs des couches poreuses. Les résultats sont présentés en termes de distributions des lignes de courant, des isothermes et du nombre de Nusselt moyen.

**Mots clés** : Canal vertical, milieu Poreux, Volumes finis

## 1. Introduction

L'étude du mode de convection naturelle en milieu fluide ou poreux s'est particulièrement développée ces dernières années vu son intérêt pour la résolution de certains problèmes technologiques importants tels que l'isolation thermique, le refroidissement des composants électroniques, les procédés de séchage, les écoulements géophysiques, la croissance cristalline [1-3].

Au cours des dernières années, un grand nombre de recherches expérimentales et numériques a été consacré à l'étude du transfert thermique dans les canaux verticaux entièrement ou partiellement poreux. Parmi ces travaux, on peut citer celui de Debbissi [4] qui a étudié l'évaporation de l'eau par convection naturelle entre deux plaques planes dont l'une est humide et soumise à un flux de chaleur uniforme et l'autre est supposée imperméable et maintenue isotherme ou chauffée à flux constant en prenant en considération le rayonnement des plaques. Yan et Lin [5] ont étudié les effets combinés des forces d'Archimède de diffusion thermique et massique dans un écoulement en convection naturelle laminaire à l'intérieur des conduites verticales. Ces auteurs se sont intéressés aux effets de la température des parois mouillées, de l'humidité de l'air à l'entrée et du facteur de forme sur l'écoulement et le transfert de chaleur et de masse. De leur côté, Orfi et al. [6] ont examiné l'évaporation d'un film liquide mince s'écoulant vers le bas sur la face interne d'une plaque d'un canal vertical. La plaque humide est soumise à un flux uniforme de la chaleur tandis que la deuxième plaque est prise isotherme et imperméable.

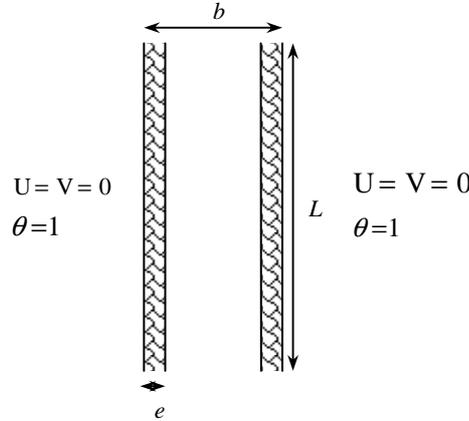
L'objectif du présent travail consiste à étudier numériquement la convection naturelle dans un canal vertical contenant deux couches poreuses disposées verticalement en examinant l'effet de l'épaisseur des couches poreuses sur la distribution de la température, la structure de l'écoulement et le nombre de Nusselt moyen au sein du canal.

## 2. Formulation mathématique du problème

Le problème physique considéré dans cette étude est un canal vertical partiellement occupé par deux couches poreuses, constitué de deux parois parallèles supposées isothermes et maintenues à la température chaude  $T_c$  (figure 1). Le fluide est considéré incompressible, laminaire et de propriétés thermophysiques indépendantes de la température, à part sa densité, pour laquelle l'approximation de Boussinesq est supposée vérifiée. L'ensemble

des équations gouvernant la conservation de la masse, la quantité de mouvement, de l'énergie s'écrivent, en utilisant le modèle de Darcy-Brinkman, s'écrivent sous la forme adimensionnelle suivante :

$$U=0, \frac{\partial V}{\partial Y}=0, \frac{\partial \theta}{\partial Y}=0$$



$$U=0, \frac{\partial V}{\partial Y}=0, \theta=0$$

Figure 1 : Représentation schématique du modèle étudiée.

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) - \frac{Pr}{Da} \frac{U}{K_x} + RaPr\theta \sin \varphi + Bi_u (U - U_\infty) \quad (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Pr \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) - \frac{Pr}{Da} \frac{V}{K_y} + RaPr\theta \cos \varphi + Bi_v (V - V_\infty) \quad (3)$$

$$\sigma \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = R_k \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) + Bi_o (\theta - \theta_\infty) \quad (4)$$

Où  $\sigma$  et  $R_k$  sont égales à 1 dans la région fluide,  $\sigma = \frac{(\rho c)_p}{\varepsilon (\rho c)_f}$  et  $R_k = k_s/k_f$  dans le solide.

Dans cette étude, un maillage de 30×140 nœuds a été retenu en se basant sur l'étude de la sensibilité du code de calcul au maillage. Les équations de conservation sont discrétisées à l'aide de la méthode des volumes finis. Le couplage pression-vitesse est traité à l'aide de l'algorithme SIMPLER.

### 3. Résultats et discussion

Dans cette étude nous avons analysé l'effet de l'épaisseur des couches poreuses  $e_p^*$ , du nombre de Darcy  $Da$  et du nombre de Rayleigh  $Ra$  sur le transfert de chaleur. Le rapport de forme, le nombre de Prandtl et le rapport de conductivité thermique sont fixé respectivement à  $A=1$ ,  $Pr=0.71$  et  $R_k=1$ .

La figure (4.1) présente les isothermes et lignes de courant pour deux nombre de Darcy  $Da=1$  et  $Da=10^{-6}$ . On note que pour  $Da=1$  qui correspond à une couche poreuse perméable (figure 4.1.a), la variation de l'épaisseur n'a pas d'effet notable sur l'allure des lignes de courant. Cependant, pour  $Da=10^{-6}$  qui correspond à des couches poreuses de très faible perméabilité (figure 4.1.b), on remarque qu'il n'y a pas d'écoulement du

fluide dans le milieu poreux, ce dernier se comporte comme des parois solides. L'écoulement est confiné dans le milieu fluide et il est de plus en plus faible que l'épaisseur augmente. Les isothermes sont parallèles aux parois du canal et sont plus fines pour  $Da = 1$ .

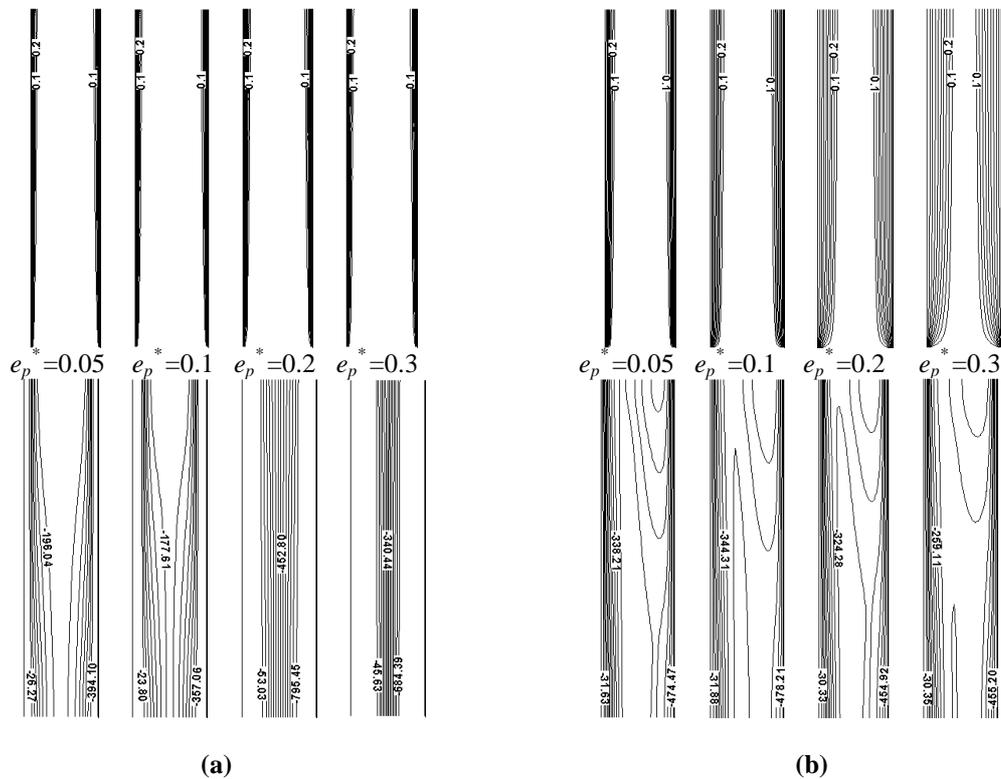
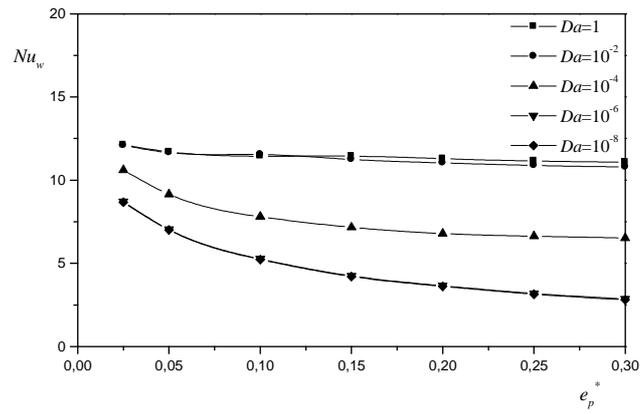


Figure 4.1 : Isothermes et lignes de courant en fonction de  $e_p^*$ , pour  $Ra = 10^7$  : (a)  $Da = 1$ , (b) :  $Da = 10^{-6}$ .

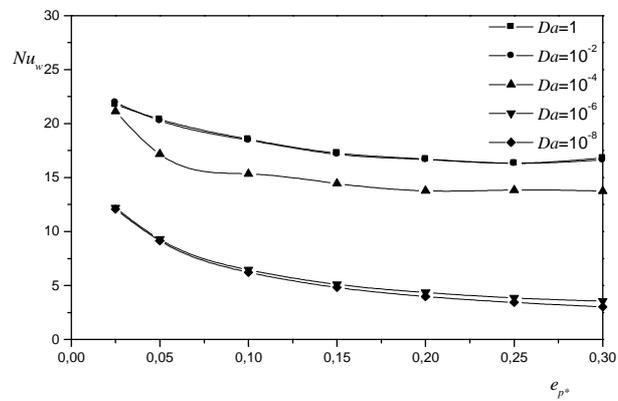
Sur la figure (4.2), on illustre l'évolution du nombre de Nusselt moyen  $Nu_w$  en fonction de  $e_p^*$  pour différentes valeurs du nombre de Darcy et respectivement pour  $Ra = 10^6$  et  $Ra = 10^7$ . On remarque que les différentes courbes sont situées entre deux courbes limites correspondant au comportement extrêmes fluide et solide du matériau poreux.

On observe que le transfert de chaleur décroît avec l'augmentation de l'épaisseur des couches poreuses et que cette décroissance est d'autant plus importante que le nombre de Darcy diminue. En effet, on note que pour des valeurs assez élevées de la perméabilité ( $Da=1$  et  $Da=10^2$ ), la variation de l'épaisseur des couches poreuses n'a pratiquement pas d'effet sur le transfert de chaleur et le nombre de Nusselt moyen demeure presque constant. Toutefois, pour des valeurs suffisamment faibles de la perméabilité, le nombre de Nusselt  $Nu_w$  diminue lorsque  $e_p^*$  augmente. Il est à noter qu'il est suffisant d'introduire des couches poreuses d'épaisseur inférieure à 0,1 pour réduire de façon significative le transfert de chaleur

Nous donnons enfin, sur la figure (4.3) l'évolution des profils de la température adimensionnelle  $\theta$  sur le plan médian horizontal du canal pour différentes valeurs de l'épaisseur des couches poreuses pour  $Ra=10^7$  et pour deux valeurs de Darcy  $Da=1$  et  $Da=10^{-6}$ . On note que pour de fortes perméabilités (figure 4.3.a), l'introduction des couches poreuses a un effet négligeable sur la température adimensionnelle quelque soit leurs épaisseurs. Cependant pour  $Da=10^{-6}$  (figure 4.3.b), on remarque que la pente des courbes décroît considérablement pour les grandes valeurs de l'épaisseur ainsi  $\theta$  est d'autant plus faible que l'épaisseur  $e_p^*$  est faible.

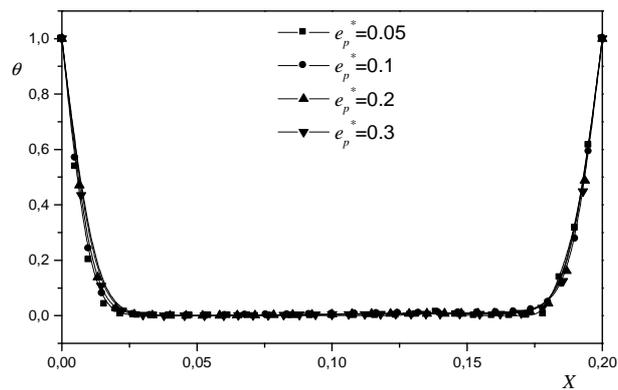


(a)

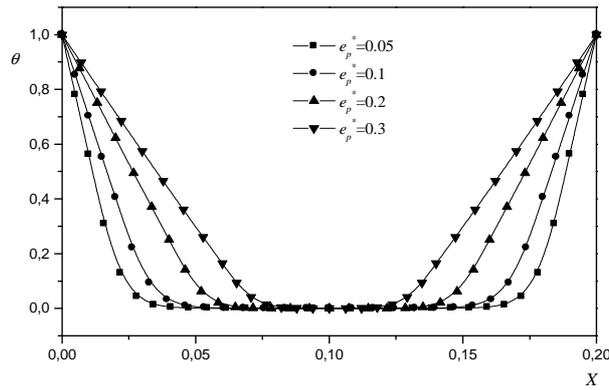


(b)

Figure 4.2 : Evolution du nombre de Nusselt moyen  $Nu_w$  en fonction de  $e_p^*$  pour différentes valeurs du nombre de Darcy (a) :  $Ra=10^6$  et (b) :  $Ra=10^7$ .



(a)



(b)

Figure 4.3 : Evolution de la température adimensionnelle en fonction de  $X$  pour différentes  $e_p^*$  pour  $Ra=10^7$ , (a) :  $Da=1$  et (b) :  $Da=10^{-6}$ .

## Conclusion

Dans cette communication, nous avons étudié numériquement l'influence de la variation de l'épaisseur des couches poreuses sur le transfert de chaleur et l'écoulement. Les principales conclusions tirées de cette étude sont :

- Pour un  $Ra$  donné et pour de fortes valeurs de  $Da$ , le nombre de Nusselt  $Nu_w$  est presque constant et l'écoulement devient similaire à celui observé dans un canal fluide. alors que pour de faibles valeurs de  $Da$  le nombre de Nusselt moyen diminue jusqu'à atteindre son minimum pour  $Da = 10^{-6}$  où il n'y a pas d'échange convectif dans les couches poreuses.
- La variation de l'épaisseur des couches poreuses montre que le transfert de chaleur diminue considérablement pour des épaisseurs  $e_p^* \leq 0,1$ . Cette décroissance est d'autant plus faible que la perméabilité est grande. Les isothermes et les lignes de courants sont peu sensibles à l'épaisseur des couches poreuses pour des perméabilités assez élevées ( $Da=1$ ).

## Nomenclature

$A$	rapport de forme, $A=L/b$	$R_k$	rapport des conductivités thermiques, $k_s/k_f$
$B$	largeur du canal, $m$	$T$	température, $K$
Bio	nombre de Biot utilisé dans les conditions aux limites sur la température	$T_o$	température moyenne, $(T_h + T_a)/2$ , $K$
Biu	nombre de Biot relatif aux conditions aux limites pour la vitesse horizontale $U$	$u, v$	vitesses selon $x, y$ , $m.s^{-1}$
Biv	nombre de Biot relatif aux conditions aux limites pour la vitesse verticale $V$	$U, V$	vitesses adimensionnelles selon $x$ et $y$ , $U=ub/\alpha$ , $V=vb/\alpha$
$Da$	nombre de Darcy, $Da=K/b^2$	$x, y$	coordonnées cartésiennes, $m$
$e_p$	épaisseur des couches poreuse, $m$	$X, Y$	coordonnées cartésiennes adimensionnelles, $X=x/b$ , $Y=y/b$
$e_p^*$	épaisseur adimensionnelle des couches poreuse, $e_p^*=e_p/b$	$\alpha$	diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$
$K$	conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$	$\beta$	coefficient d'expansion volumique, $K^{-1}$
$K$	Perméabilité	$\Delta T$	différence de température chaude et froide, $\Delta T=(T_C-T_F)$ , $K$
$L$	longueur du canal, $m$	$\sigma$	rapport des capacités calorifiques solide-fluide
$Nu_w$	nombre de Nusselt moyen	$\theta$	température adimensionnelle, $\theta=(T-T_o)/(T_C-T_F)$
$P$	pression, $Pa$	$\Theta$	température adimensionnelle, $\Theta = T/T_C$
$P$	pression adimensionnelle, $P=(p+\rho_o g y)b^2/\rho_o \alpha^2$	$\mu$	viscosité dynamique
$Pr$	nombre de Prandtl, $\nu/\alpha$		
$Ra$	nombre de Rayleigh, $Ra= g\beta(T_h - T_a)b^3/\nu\alpha$		

## Références

- [1] Chu, R. C. et Hwang, U. P., Dielectric fluidized cooling système, IBM Thechnical Disclosure Bulletin, 20, No. 2, 678-679 (1977)
- [2] Nield D. A and Bejan A., Convection in Porous Media, Springer, New York (1992).
- [3] Mezrhab, A. thèse Contribution à l'étude des transferts thermiques par convection naturelle et par rayonnement dans des systèmes complexes, 1997
- [4] Debbissi C. (2000) Transfert couplés de chaleur et de masse accompagnant l'évaporation par convection naturelle d'un film liquide dans un canal vertical. Thèse de doctorat en sciences physiques, Faculté des Sciences, des techniques et de médecines de Tunis, Tunisie.
- [5] Yan W. M. et Lin D, 2001, Natural convection heat and mass transfer in vertical annuli with film evaporation and condensation. Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 44, p. 1143-1151.
- [6] J. Orfi, C. Debbissi, A. Belhaj Mohamed, S.B. Nasrallah, Air humidification by free convection in a vertical channel, Desalination 168 (2004) 161–168.