

Comportement multi-fractal des feux de forêt

Y.Baara¹, K.Khelloufi¹, N.Zekri¹, L.Zekri¹, J.P.Clerc², A. Kaiss², S.Garivait³ et B.Porterie²

¹Université des Sciences et de la Technologie d'Oran Mohamed Boudiaf, LEPM, BP 1505 El Mnaouer 31000, Oran, Algérie

²Université d'Aix Marseille, IUSTI UMR 6595, 5, Rue Enrico Fermi 13453 Marseille cedex 13

³JGSEE, King Mongkut's University of Technology Thonburi, 126 Pracha-uthit Road, Bangkok, Thaïlande

Email : [nzeكري@yahoo.com](mailto:nzekri@yahoo.com).

Résumé :

Le comportement fractal et multi-fractal des feux de forêt est examiné en utilisant une version étendue du modèle de réseau de *petit monde*. Ce problème a un aspect opérationnel bien connu, puisque les propriétés fractales du feu peuvent aider au dimensionnement des moyens de lutte. Le modèle inclut les interactions à longue distance dues au rayonnement de la flamme, définissant un domaine d'interaction elliptique. Il inclut aussi une pondération dynamique des cellules végétales liée au temps de résidence de la flamme et à leur énergie d'inflammation. On montre qu'au voisinage du seuil de percolation, le périmètre et l'aire de la surface brûlée ont un comportement auto-similaire pour des échelles d'observation supérieures à la taille du domaine d'interaction. La relation de Mandelbrot Surface/Périmètre est alors vérifiée. Cette invariance d'échelle est due à la répartition uniforme de végétation. Elle est brisée pour des échelles d'observation inférieures à la taille du domaine d'interaction ou si l'on considère la zone en feu. Ce comportement multi-fractal dépend de l'anisotropie due au vent et/ou la pente.

Mots clés : Feux de forêt, fractal, multi-fractal, modèle de réseau, petit monde.

1. Introduction

Chaque année, des millions d'hectares de forêts brûlent à travers le monde. L'Organisation des Nations Unies pour l'Alimentation et l'Agriculture (FAO) s'est récemment alarmée de l'impact environnemental et sociétal des incendies de forêts [1]. Elle a lancé en 2010, un système de gestion de l'information basé sur le traitement d'images satellitaires des zones incendiées. Or ces images révèlent généralement la présence de lacunarités (*i.e.* zones intactes à l'intérieur du périmètre de feu, d'amas brûlés et de structures digitées, caractéristique d'un comportement fractal. Les dimensions fractales du périmètre et de l'aire de la surface brûlée permettent de mesurer la fractalité de ces zones touchées par le feu [2].

La propagation d'un feu est conditionnée par les hétérogénéités locales qu'il rencontre, qu'elles soient liées à la topographie du terrain, aux conditions météorologiques ou à la végétation. Le périmètre et l'aire de la surface brûlée sont alors utiles pour dimensionner les moyens de lutte [3] et évaluer les émissions de particules et de gaz dans l'atmosphère. Ils peuvent dépendre fortement de la résolution de la mesure si les images ne sont pas auto-similaires [2]. Caldarelli et *al.* [4] ont estimé, à partir d'images du satellite Landsat, les dimensions fractales du périmètre et de l'aire de la surface brûlée pour des feux méditerranéens et ont obtenu respectivement 1,3 et 1,9. Or ces images satellitaires ont une résolution telle que l'aire d'un pixel classifié comme brûlé est au moins égale à quelques centaines de mètres carrés.

L'objectif de ce travail est d'évaluer, pour des taux de couvertures végétales près du seuil de propagation/non propagation, les dimensions fractales (ou multi-fractales) du périmètre et de l'aire de la surface brûlée afin de montrer comment la résolution de la mesure influe sur la qualité des estimations. Le modèle utilisé est une variante du modèle de réseau de Watts et Strogatz [7]. Elle a été étendue aux feux de forêt en 2007 par les auteurs [5] et validée sur des brûlages dirigés et des feux historiques [6].

2. Modèle et méthodes de calcul

Le modèle est construit à partir d'un réseau bidimensionnel de taille L divisé en cellules carrées de taille a . Chaque cellule du réseau est occupée par la végétation avec une probabilité p . Deux types d'interaction à longue distance peuvent être définis entre les sites du réseau (Fig.1): l'une, probabiliste, simulant les sautes de feu

causées par l'émission de brandons [5], et l'autre, déterministe, correspondant au rayonnement du front de flammes. Dans le présent travail, seul le second type d'interaction est considéré.

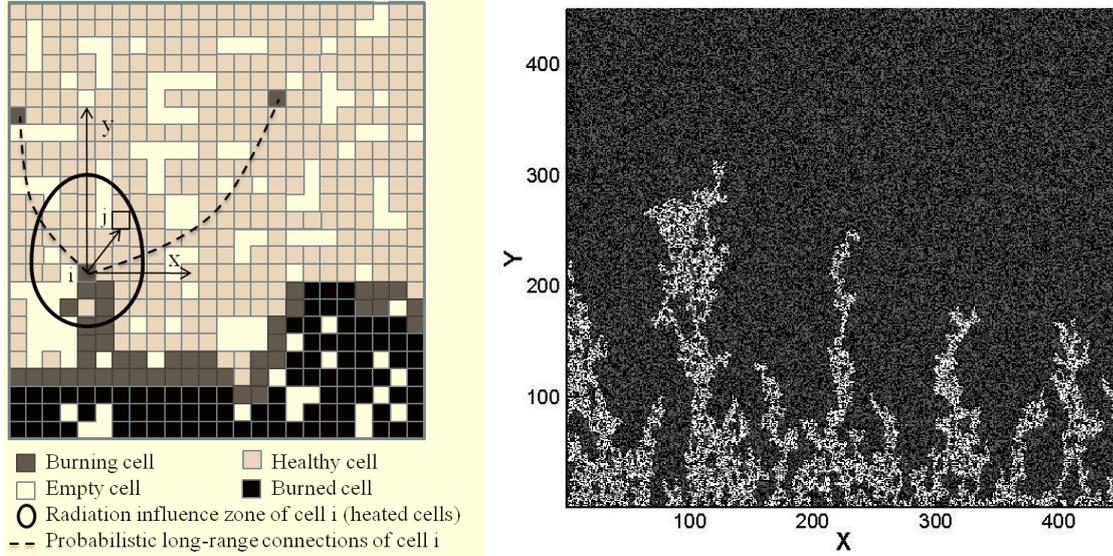


Figure 1: Modèle de réseau de petit monde et exemple de contour de feu obtenu pour un rapport d'anisotropie $n_y/n_x=6$ et avec un taux de couverture végétale de 30% ($p=0.3$).

En présence de vent et/ou de pente, le domaine d'interaction déterministe est supposé elliptique. Il est défini par une longueur $n_y a$ dans la direction de propagation et une longueur $n_x a$ dans la direction transverse. Ce domaine est circulaire en absence de vent et sur terrain plat ($n_x=n_y$). Dans ce modèle dominé par le rayonnement, on suppose que chaque cellule j située dans le domaine d'interaction d'une cellule en feu i reçoit un flux radiatif inversement proportionnel au carré de la distance entre ces deux cellules [6]. De sorte que :

$$P_{ij} = \frac{P_0}{\left(\frac{\Delta n_{x_{ij}}}{n_x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta n_{y_{ij}}}{n_y}\right)^2} \quad (1)$$

Les termes Δn_x et Δn_y correspondent aux distances entre les cellules i et j dans les directions x et y . P_0 est le flux reçu à la limite du domaine d'interaction. Lorsque l'énergie accumulée par la cellule j atteint la valeur E_{ign} , celle-ci s'enflamme. Par ailleurs, le temps de résidence de la flamme au-dessus de la cellule en feu, noté t_c , est fini, ce qui induit un processus de pondération. Sans perte de généralité, nous nous limiterons aux cas où $a=1m$, $t_c=30s$, $E_{ign}=30kJ/m^2$ et $P_0=1kW/m^2$. Ceci conduit à l'inflammation de toutes les cellules incluses dans le domaine d'interaction au bout du temps t_c . La propagation est ici initiée par un allumage en ligne sur un côté du système. Comme dans toute transition de phase de second ordre, la transition propagation/non propagation est atteinte pour une densité de végétation critique, p_c , appelée seuil de percolation, pour laquelle les fluctuations statistiques des grandeurs physiques (ici, la durée de propagation ou la masse brûlée) sont maximales.

Pour un système inhomogène, le front et la surface brûlée présentent un aspect fractal (Fig.1). La dimension fractale est estimée en utilisant la méthode de *comptage de boîtes* [2]. Le système est divisé en cellules de taille variable l , M étant le nombre de cellules occupées. Lorsque la structure est auto-similaire ou invariante d'échelle, M varie en loi de puissance avec l :

$$M \propto l^{D_f} \quad (2)$$

où D_f est la dimension fractale de la surface brûlée D_s ($M=S$). De la même façon, on définit la dimension fractale du périmètre D_p ($M=P$). A partir de l'équation (2), on retrouve la relation de Mandelbrot [2] établie initialement pour $D_s=2$:

$$S \propto P^{D_s/D_p} \quad (3)$$

Dans le cas où la structure du feu n'est pas invariante d'échelle, la dimension est multi-fractale et il est commode d'introduire la dimension fractale locale τ définie par :

$$\tau = \frac{d \ln(M)}{d \ln(l)} \quad (4)$$

Nottale [8] est allé plus loin, en introduisant une perturbation (δ) par rapport à l'invariance d'échelle (de dimension fractale D_f). La dimension fractale locale de la structure (périmètre ou surface) devient alors :

$$\tau = D_f + \delta \frac{(l/\lambda)^\delta}{1 + (l/\lambda)^\delta} \quad (5)$$

λ est une résolution de transition pour laquelle la dimension fractale locale passe de D_f pour des petites cellules l (grande résolution) à $D_f + \delta$ pour de grandes cellules (faible résolution).

3. Résultats

On considère un système de 500×500 cellules occupées avec une probabilité p . La grandeur M est moyennée sur 100 échantillons. La dimension fractale est obtenue pour différentes valeurs de n_y (on fixe $n_x=1$) traduisant l'anisotropie du domaine d'interaction due au vent et/ou à la pente. Les propriétés d'invariance d'échelle du périmètre et de l'aire de la surface brûlée sont examinées au seuil de percolation.

La structure fractale du feu dépend aussi bien de la densité de végétation p que de n_y . Rappelons que pour $n_y=1$, la propagation se fait de proche en proche. Elle est dite diffusive.

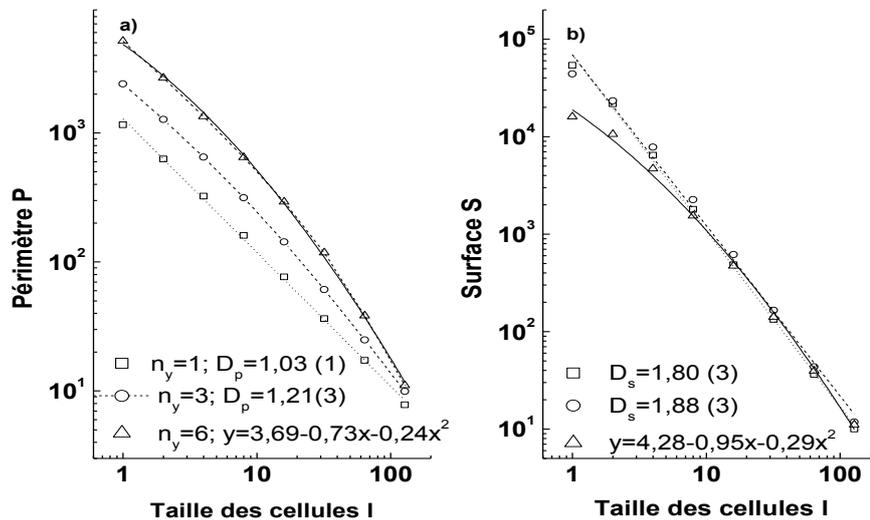


Figure 2 : Graphique double-logarithmique donnant le périmètre (a) et l'aire (b) de la surface brûlée en fonction de la résolution.

Dans la figure 2, le périmètre et l'aire de la surface brûlée varient en loi de puissance pour des tailles de cellules supérieures à la longueur caractéristique du domaine d'interaction. Ceci indique que le système est invariant d'échelle. Les dimensions fractales correspondantes sont données dans le tableau 1. On remarque que lorsque l'anisotropie augmente (et donc, n_y), l'ajustement en puissance se détériore (l'erreur statistique augmente). Pour de forts rapports d'anisotropie ($n_y=6$ sur la Fig. 2), le périmètre et l'aire de feu semblent suivre une loi fractale parabolique, ce qui viole l'invariance d'échelle.

La relation entre le périmètre et l'aire de la surface brûlée est une loi de puissance pour des tailles de cellules plus grandes que n_y (Fig.3). Les valeurs de l'exposant de cette loi sont données dans le tableau 1. Elles correspondent bien, aux erreurs statistiques près, au rapport des dimensions fractales (D_s/D_p), vérifiant ainsi la relation de Mandelbrot (3).

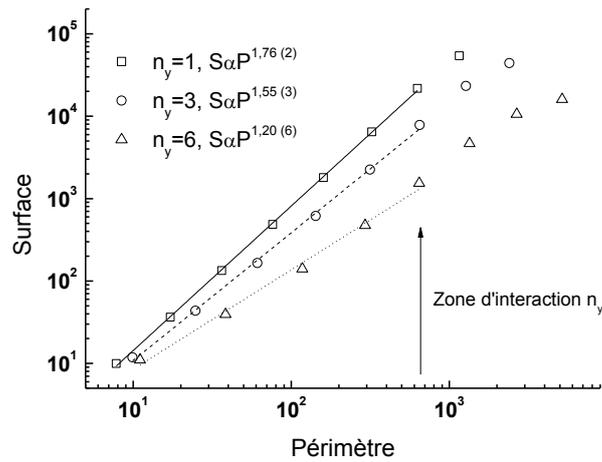


Figure 3 : Graphique double-logarithmique donnant l'aire de la surface brûlée en fonction du périmètre au seuil de percolation.

Ceci explique l'aspect auto-similaire et les valeurs des dimensions fractales obtenues par Caldarelli *et al.* [4] à partir d'images satellitaires. Le comportement auto-similaire observé pour ces résolutions est induit par la répartition uniforme de la végétation dans la forêt et dépend seulement de la densité d'occupation p .

Tableau 1 : Vérification de la relation de Mandelbrot : $S \propto P^\beta$.

n_y	p_c	D_s	D_p	β
1	0.594 (1)	1.80 (3)	1.03 (1)	1.76 (2)
3	0.389 (1)	1.88 (3)	1.21 (3)	1.55 (2)
6	0.257 (1)	1.78 (3)	1.47 (8)	1.20 (6)

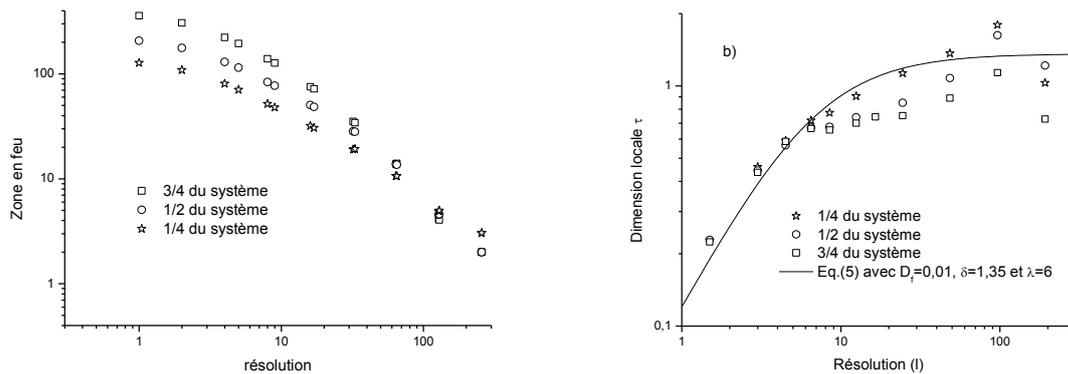


Figure 4 : Zone en feu (a) et dimension fractale locale τ (b) en fonction de la résolution à différentes étapes de propagation pour $n_y=6$ et au seuil de percolation. La courbe continue est un ajustement de l'équation (5).

Mais la zone brûlée ne contribue pas à la propagation du feu. Cette dernière dépend de la zone en feu qui est responsable de l'inflammation de nouvelles cellules végétales. On voit bien, sur les Figs. 4a et 5a, que le comportement de la zone en feu est multi-fractal pour trois différentes étapes de la propagation (lorsque le front parcourt le quart, la moitié et les trois quarts du système). La dimension locale est ajustée suivant l'équation (5) par une dimension fractale topologique D_f et une dimension fractale de perturbation δ . Sur les Figs. 4b et 5b, on observe qu'en augmentant n_y , D_f diminue alors que δ augmente. La transition λ entre ces deux dimensions est la

zone d'interaction n_y . En effet, lorsque le domaine d'interaction augmente pour une grande résolution (l petit), les cellules sont éparpillées et leur dimension fractale tend vers 0. Pour de faibles résolutions (l grand), la zone en feu paraît plus structurée et sa dimension augmente. L'analyse multi-fractale de la zone en feu rend mieux compte des effets de vent et/ou de pente que l'aire ou le périmètre de la surface brûlée, mais la contrepartie est qu'elle nécessite une meilleure résolution des images du feu.

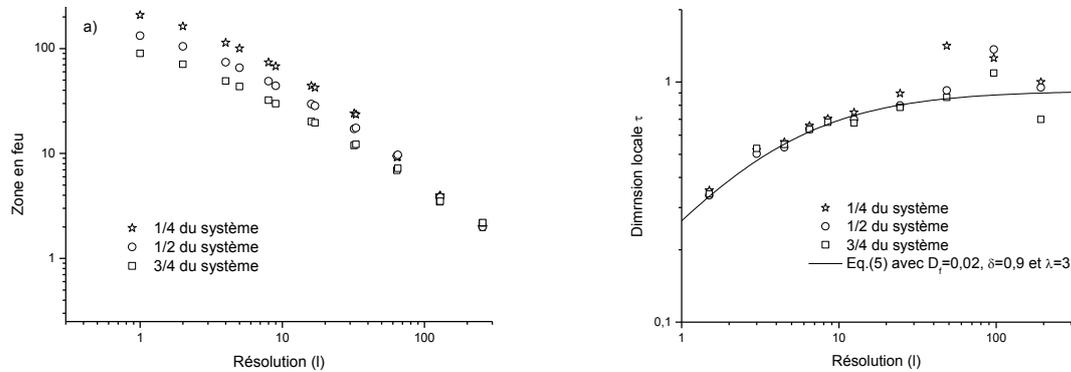


Figure 5: Zone en feu (a) et dimension locale fractale τ (b) en fonction de la résolution à différentes étapes de propagation pour $n_y=3$ et au seuil de percolation. La courbe continue est un ajustement de l'équation (5).

Un ajustement systématique de la dimension locale par l'équation (5) pour différentes valeurs de n_y permettrait de relier le comportement multi-fractal de la zone en feu (D_f et δ) à la vitesse du vent ou la pente.

Conclusion

Une analyse fractale et multi-fractale est réalisée sur des feux de forêt se propageant dans un paysage dont le taux d'occupation est au voisinage du seuil de percolation. Une variante du modèle de réseau de petit monde est utilisée. Cette analyse montre que l'aire et le périmètre de feu sont auto-similaires pour de faibles résolutions (tailles des boîtes supérieures à la longueur caractéristique du domaine d'interaction). Leur dimension fractale dépend seulement de la densité de végétation répartie uniformément dans le système. En revanche, la zone en feu est multi-fractale et ses paramètres D_f et δ dépendent des effets de vent et/ou de pente. Bien que cela nécessite des images de plus grande résolution, l'analyse multi-fractale de la zone en feu rend mieux compte de ces effets d'anisotropie. Des images satellitaires de grandes résolution (1m) ou bien des images obtenues à partir d'avions permettent une telle analyse multi-fractale.

Remerciements

Le présent travail a été financé d'une part, par l'Ambassade de France en Algérie dans le cadre d'un projet IFA et, d'autre part, dans le cadre d'un projet PHC SIAM 2012 (n° 27571PF), par la Commission for Higher Education in Thailand, le Thailand Research Fund, le National Science and Technology Development Agency in Thailand, le MAE et le MESR français.

Références

- [1] <http://www.fao.org/news/story/fr/item/44645/icode/>
- [2] B.B.Mandelbrot, *The fractal geometry of nature*, Freeman, New York, 1983.
- [3] Mc Alpine, B.M. Wotton, *Can. J. For. Res.*, Volume 23, Page 1073, 1993.
- [4] G.Caldarelli, R.Frondoni, A.Gabrielli, M.Montuori, *Europhys. Lett.* Volume 4, Page 510, 2001.
- [5] B.Porterie, N.Zekri, J.-P.Clerc, J.-C.Loraud, *Combust. Flame* Volume 149, Page 63, 2007.
- [6] J.K.Adou, Y.Billaud, D.A.Brou, J.-P.Clerc, J.-L.Consalvi, A.Fuentes, A.Kaiss, F.Nmira, B.Porterie, N.Zekri, L.Zekri, *Ecolog. Model.* Volume 221, Page 1463, 2010.
- [7] D.J.Watts, S.H.Strogatz, *Nature* Volume 393, Page 440, 1998.
- [8] L.Nottale, *Scale relativity and fractal space-time* (Imperial College Press, London) 2011.