

Analyse de la convection thermosolutale dans une cavité à parois partiellement perméables, inclinée et partiellement poreuse

¹Y. OUTALEB, ²K. BOUHAEF, ³O. RAHLI

¹*Département Transport, Maintenance et Instrumentation,
Institut Algérien du Pétrole, Boumerdes –Algérie.*

^{1,2,3}*Laboratoire L.T.P.M.P, Faculté de Génie Mécanique et Génie des Procédés,
USTHB, Alger- Algérie*

e-mail : tamedjout77@yahoo.fr et kbouhadeb@usthb.dz

Résumé :

Le travail entrepris est une contribution à l'étude de la convection thermosolutale dans une enceinte partiellement poreuse soumise à une injection/extraction de matière, et présentant une inclinaison par rapport à l'horizontale. Il s'agit d'analyser, essentiellement, l'effet de cette inclinaison sur les échanges ainsi que l'influence de certains paramètres thermophysiques et géométriques caractérisant le problème tels que le facteur d'injection/extraction et la perméabilité du substrat poreux. Ce type de problème peut présenter beaucoup d'intérêt et des possibilités d'applications dans divers domaines naturels et industriels (géothermie, stockage et traitement de produits divers...)

De ce fait, l'exploration numérique a permis de mettre en évidence, entre autres, les positions optimales et la configuration appropriée, pour l'application de l'injection/extraction, en fonction des besoins exprimés. Il apparaît, notamment, que l'augmentation de l'inclinaison α diminue le transfert thermique jusqu'à certaines valeurs critiques de cet angle à partir desquelles les échanges redeviennent croissants.

Mots clés :

Convection thermosolutale / Cavité inclinée/ Cloison poreuse / Injection / Extraction

1. Introduction

Les problèmes traitant de la convection thermosolutale en présence d'un milieu poreux font l'objet d'un intérêt sans cesse accru, vu leur implication dans de nombreux domaines naturels et industriels. On citera les secteurs de l'eau et de la filtration industrielle ou biomédicale, l'isolation thermique, le stockage de déchets toxiques, la géothermie ou encore l'extraction dans les gisements d'hydrocarbures. Les principaux travaux antérieurs relatifs à de tels processus sont analysés, essentiellement, en configuration purement fluide ou totalement poreuse, le cas des enceintes partiellement poreuses ayant été très peu exploré. On peut néanmoins citer les travaux de **Mharzi et al. [1]**, **Saeid et al. [2]**, **Elsa Baez et al. [3]**, **Bennacer et al. [4]** et **O. Rahli, et al. [5]**.

L'ensemble des études sur l'injection et l'extraction de matière dans les milieux poreux, est limité, uniquement au cas des plaques verticales ou inclinées. Ainsi, **N. J. Rabadi et E.M. Hamdan [6]** ont analysé la convection naturelle au niveau d'une surface inclinée immergée dans un milieu poreux saturé présentant des perméabilités et des conductivités thermiques variables, et soumise à une injection de matière. Par ailleurs, **E. Magyari et B. Keller [7]** ont étudié analytiquement la convection naturelle le long d'une plaque immergée dans un milieu poreux saturé en imposant un profil de température et un flux de masse latéral. **J. Ali Chamkha, Ali Al-Mudhaf, et Eisa Al Meshaiet [8]** ont, pour leur part, étudié la convection thermosolutale dans une enceinte rectangulaire poreuse en fonction de l'inclinaison de la cavité. Ils ont ainsi montré l'existence d'une inclinaison critique par rapports aux échanges thermiques et massiques, qui se situe entre 30 et 45°. En effet, l'augmentation de l'angle d'inclinaison de la cavité a tout d'abord tendance à accentuer les transferts, jusqu'à cette plage de valeurs, puis, lorsque l'inclinaison s'accroît, les échanges vont chuter régulièrement jusqu'à des valeurs qui deviennent nettement plus faibles à 90° qu'à 0°.

L'objet de la présente étude est d'observer le comportement des échanges thermiques et massiques générés par une convection thermosolutale dans un milieu confiné, à savoir une cavité partiellement poreuse.

Cette dernière est soumise à des conditions aux limites de type Dirichlet et à une injection ou extraction de matière au niveau de certaines parties de ses parois. L'influence de plusieurs paramètres thermophysiques et géométriques, sur les transferts et les régimes d'écoulement qui peuvent apparaître, est décrite et analysée.

2. Modèle physique

Le domaine d'étude considéré est une cavité rectangulaire, de longueur L et de hauteur H , inclinée d'un angle α , partagée en deux parties égales, par une cloison verticale poreuse d'épaisseur e (figure 1). Les deux espaces de gauche et de droite sont occupés par un même fluide, constitué d'un solvant et d'un soluté en faible concentration, qui sature également la cloison poreuse. Les parois inférieure et supérieure, respectivement $y = 0$ et $y = H$, sont adiabatiques et imperméables, sauf sur la partie inférieure qui coïncide avec l'épaisseur et la position de la cloison poreuse. Cette zone de paroi est soumise à une température T_1 et à une concentration C_1 imposées. Elle va permettre l'injection/extraction d'un débit du même fluide binaire contenu dans la cavité, avec une vitesse d'injection normale non nulle, supposée constante. On admet que la sortie (ou entrée) du fluide injecté (ou extrait) se fait à travers l'une des parois verticales. Ces dernières sont soumises à une température T_2 et à une concentration C_2 avec $T_2 < T_1$ et $C_2 < C_1$.

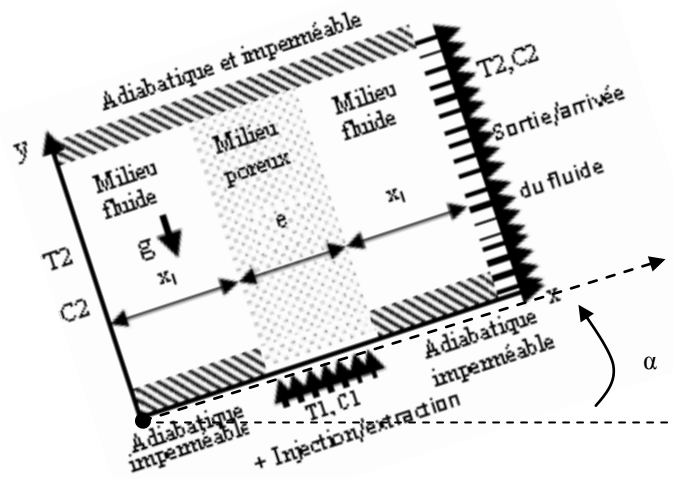


Figure 1 : Modèle physique

3. Formulation mathématique

L'écoulement du fluide à travers le milieu poreux est supposé régi par le modèle de Darcy-Brinkman, et les différentes équations, traduisant les principes de conservation sont formulées en adoptant certaines hypothèses simplificatrices, à savoir que l'écoulement est supposé laminaire est permanent, que le fluide est incompressible et Newtonien, que la dissipation visqueuse et le terme de compression dans l'équation de conservation de l'énergie sont négligés et que l'approximation de Boussinesq est appliquée. Cette dernière hypothèse permet de supposer une masse volumique constante, sauf dans le terme de poussée où son expression est fonction des variations de température et de concentration, soit :

$$\rho(T, C) = \rho_{\text{ref}} [1 - \beta_T (T - T_{\text{ref}}) - \beta_C (C - C_{\text{ref}})] \quad (1)$$

Compte tenu de ces hypothèses, et d'un choix approprié de grandeurs de références, les équations gouvernantes peuvent se ramener sous la forme adimensionnelle suivante :

- Equation de continuité :
$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (2)$$

- Equations de quantité de mouvement :

- Suivant X :
$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial X} - GR1.U + GR2. \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) + GR3 \quad (3)$$

- Suivant Y :
$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial Y} - GR1.V + GR2. \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + GR4 \quad (4)$$

- Equation d'énergie :

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = GR5 \cdot \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (5)$$

- Equation de concentration :

$$U \frac{\partial S}{\partial X} + V \frac{\partial S}{\partial Y} = GR6 \cdot \left(\frac{\partial^2 S}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial Y^2} \right) \quad (6)$$

- Vitesse d'injection/extraction (paroi inférieure) : $V_i = -fp \cdot R_k \cdot Ra^{1/2}$ (7)

- Vitesse de sortie/entrée de fluide (paroi latérale) : $U_s = -fp \cdot R_k \cdot Ra^{1/2} \cdot \frac{e}{H}$ (8)

Avec :

$GR1 = \varepsilon^2 (Pr/Da)$; $GR2 = \varepsilon^2 Pr R_v$; $GR3 = \varepsilon^2 Ra Pr(\theta + NS) \sin \alpha$; $GR4 = \varepsilon^2 Ra Pr(\theta + NS) \cos \alpha$; $GR5 = R_k$
 $GR6 = \varepsilon / Le$

4. Modélisation numérique

La résolution du système d'équations aux dérivées partielles couplées, est menée sur la base de la méthode des volumes finis, le couplage vitesse-pression étant traité à l'aide de l'algorithme SIMPLER. Pour respecter l'interdépendance entre les variables en présence, le système d'équations algébriques obtenu après discrétisation, est résolu au moyen d'un processus itératif dit ligne par ligne, combinant entre l'algorithme de Thomas et la méthode itérative de Gauss – Seidel.

Le critère de convergence est basé sur l'erreur relative sur les variables dépendantes ; une valeur de 10^{-6} s'est avérée suffisante dans le cas présent.

Les conditions aux limites, relatives à l'interface fluide-poreux, considèrent la continuité des composantes de vitesse, de la pression, des contraintes de cisaillement, de la température et de la concentration du soluté ainsi que des flux massique et thermique.

5. Résultats

Les résultats sont présentés en termes d'évolution des coefficients de transfert thermique et massiques moyens, calculés au niveau de la surface inférieure et dont les expressions sont :

$$Nu_{m/x} = \int_0^1 Nu(X) \cdot dX \quad \text{et} \quad Sh_{m/x} = \int_0^1 Sh(X) \cdot dX$$

Des tests préliminaires ont permis de déterminer tout d'abord que la valeur $Da=10^6$ caractérisait largement la perméabilité relative aux espaces fluides. Par ailleurs, les calculs entrepris pour le cas $GR5=GR6$ ont permis de vérifier la similitude exacte, dans ce cas, des deux transferts thermique et massique, comme le montre le tableau suivant :

α (degrés)	30		
fp	0	40	-40
Nu (Sh)	10,397	34,790	0,396

Nous exposons dans ce qui suit l'influence de l'angle de l'inclinaison de la cavité, du facteur d'injection fp et de la perméabilité, sur ces coefficients moyens d'échanges thermique et solutal.

La figure 2 montre l'évolution de ces transferts thermique et massique en fonction de l'angle d'inclinaison de la cavité, pour plusieurs valeurs du facteur d'injection. On constate, tout d'abord, que dans le cas de l'injection ($fp= -40$), les transferts, qu'ils soient thermiques ou massiques, sont faibles et peu sensibles à l'effet de l'inclinaison et les évolutions des échanges thermiques et massiques sont quasiment équivalentes. En effet, dans ce cas, l'injection, à température et concentration constantes, va provoquer un épaississement des couches limites, d'où une diminution des gradients thermique et massique. Les allures sont similaires à injection nulle. Par contre, l'effet est inverse pour le cas de l'extraction car l'aspiration va tendre à affiner les couches limites et à accroître, de ce fait, les gradients et, par conséquent, les flux. Par ailleurs, il apparaît que l'augmentation de l'angle d'inclinaison a tendance à ralentir le transfert thermique, jusqu'à une valeur minimale qui correspond à une inclinaison critique de l'ordre de 45^0 . La tendance devient ensuite croissante, sans toutefois

revenir à la valeur correspondant à l'inclinaison nulle. Ceci traduit le fait que, dans ce cas particulier de l'extraction notamment, l'inclinaison a tendance à ralentir le déséquilibre thermique et à stimuler l'échange massique, comme le montrent les lignes de courant qui partent de la paroi latérale, qui sont quasi verticales.

La figure 3 présente les iso-concentrations, les isothermes et les lignes de courant pour le cas d'une extraction ($fp=40$). On remarque que le régime d'écoulement est multicellulaire, ce qui favorise les transferts de chaleur et de soluté, mais aussi, que les couches limites thermique et massique subissent un tassement au niveau de la zone d'extraction, d'où l'accélération des échanges, comme remarqué sur les résultats de la figure 2

La figure 4 donne l'évolution des transferts thermique et solutal en fonction de l'angle α , toujours pour les trois types de conditions pariétales sur la paroi supportant la matrice poreuse : injection, extraction et apport nul. Il s'agit d'analyser l'effet de la perméabilité (moyenne : $Da=10^{-3}$ et faible : $Da=10^{-6}$). On constate que les échanges thermiques et massiques restent faibles pour le cas de l'injection, avec une légère amélioration pour une meilleure perméabilité. Par ailleurs, dans le cas d'une injection nulle (convection naturelle pure), les écarts, thermiques ou massiques, semblent se creuser, les valeurs les plus hautes étant pour les perméabilités élevées. Dans ce cas, il n'y a pas d'influence de l'épaississement ou du tassement de la couche limite. Enfin, c'est toujours l'extraction qui stimule le plus les échanges.

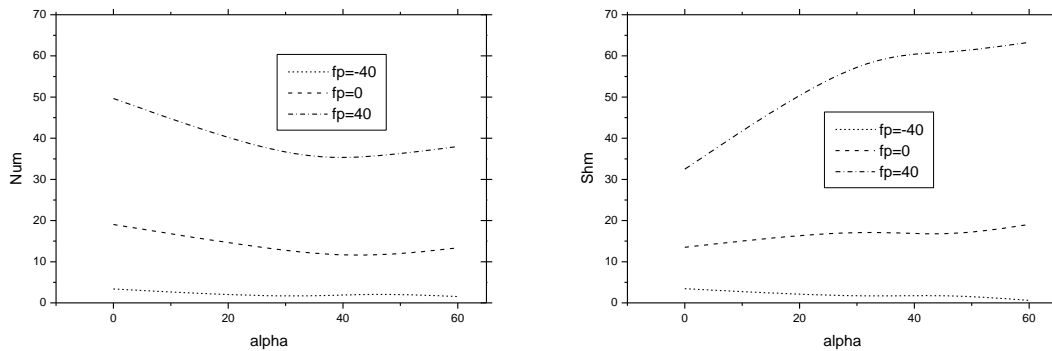


Figure (2) : Variation des nombres de Nusselt et Sherwood moyens en fonction de l'angle d'inclinaison pour différentes valeurs du facteur d'injection
 $Le=1, N=A=R_v=R_k=1, Pr=0.71, Ra=10^{+5}, Da=10^{-3}, \epsilon=0.5, E=0.33$

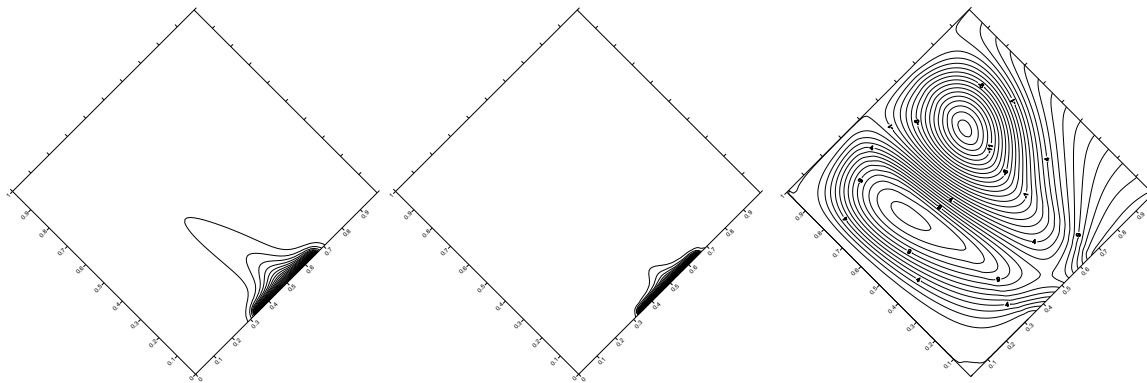


Figure (3) : Isothermes, iso-concentrations et lignes de courant pour le cas d'une extraction
 $Le=1, Ra=10^{+5}, N=A=R_v=R_k=1, Pr=0.71, Da=10^{-3}, \epsilon=0.5, E=0.33, fp=+40, \alpha=45^0$

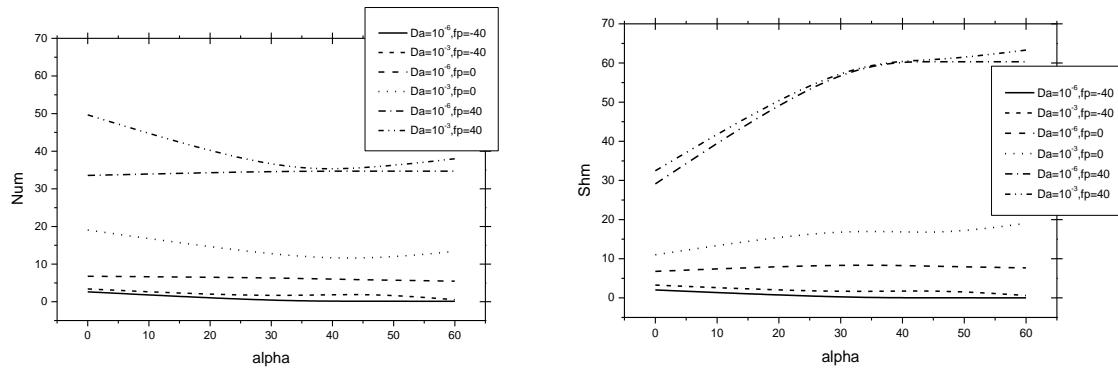


Figure (4) : Variation des nombres de Nusselt et Sherwood moyens en fonction de l'angle d'inclinaison pour différentes valeurs du facteur d'injection et de la perméabilité.
 $Le=1$, $N=A=R_v=R_k=1$, $Pr=0.71$, $Ra=10^{+5}$, $\varepsilon=0.5$, $E=0.33$

Conclusion :

L'étude entreprise a permis d'analyser l'effet de l'injection ou de l'extraction de matière sur le transfert thermosolutal, en faisant varier l'angle d'inclinaison de la cavité, par rapport à l'horizontale. Il apparaît ainsi, que, dans le cas particulier d'une forte extraction, notamment, l'élévation de l'angle d'inclinaison semble favoriser les transferts massiques, tandis que l'effet sur les échanges thermiques est moins favorable (avec une inversion du sens de l'évolution à partir d'une certaine valeur critique se situant autour de 45°). Par ailleurs, la diminution de la perméabilité entraîne une décroissance des échanges thermiques et massiques, avec une quasi-invariance du transfert thermique avec l'inclinaison, quelle que soit la valeur du facteur d'injection/extraction. Par contre, le transfert massique présente une meilleure sensibilité à l'inclinaison dans le cas d'une forte aspiration. Cette dernière semble l'emporter sur les autres paramètres. De ce fait, selon l'application souhaitée (isolation, filtration, amélioration des échanges), il est possible, d'après ces résultats, de choisir les gammes adéquates des paramètres de fonctionnement.

Nomenclature

Symbole	Nom, <i>unité</i>	Symboles grecs
A	Rapport H/L.	α angle d'inclinaison de la cavité
Da	Nombre de Darcy.	ε Porosité
E	Epaisseur adimensionnelle de la couche poreuse (e/L).	μ Viscosité dynamique.
fp	Facteur d'injection/extraction.	θ Température adimensionnelle
H	Hauteur de la cavité, m	
k	Conductivité thermique, $W/m.K$	
L	Longueur de la cavité, m .	
Le	Nombre de Lewis.	
Nu_m	Nombre de Nusselt moyen.	
N	Rapport des poussées ($\beta_c \Delta C / \beta_r \Delta T$).	
Pr	Nombre de Prandtl	
R_k	Rapport des conductivités thermiques ($R_k = k_{eff} / k_f$).	
R_v	Rapport des viscosités ($R_v = \mu_{eff} / \mu_f$).	
Ra	Nombre de Rayleigh ($g \beta_r \Delta T L^3 / \nu^2$)(Pr).	

S	Concentration adimensionnelle
Sh_m	Nombre de Sherwood moyen.
V_i	Vitesse d'injection au niveau du substrat poreux.

Références :

- [1] M.Mhrazi, S. Daoudi and M. Daguennet, "Thermosolutal natural convection in a vertically layered fluid-porous medium heated from the side". *Energy Conversion and Management*, Vol.41, pp.1065-1090. (2000).
- [2] N. H. Saeid, I. Pop, "Transient free convection in a square cavity filled with porous medium", *Int. J. Heat Mass Transfer* 47 (2004) 1917–1924.
- [3] E. Baez, A. Nicolas, "2D natural convection flows in tilted cavities: Porous media and homogeneous fluids". *Int. J. Heat and Mass Transfer* 49, pp 4773–4785, 2006.
- [4] R. Bennacer, A. Tobbal, H. Beji, & B. Vasseur, "Double diffusive convection in vertical enclosure filled with anisotropic porous media", *Int. J. Therm. Sci.* Vol. 40, pp 30-41, 2001.
- [5] O. Rahli1, R. Bennacer, K. Bouhadeb and D. Ameziani, "Three-Dimensional Mixed Convection Heat and Mass Transfer in a Rectangular Duct: Case of Longitudinal Rolls", *Numerical Heat Transfer, 2011, Part A: Applications*, 59: 5, 349 — 371
- [6] N. J. Rabadi., E. M. Hamdan, "Free convection from inclined permeable walls embedded in variable permeability porous media with lateral mass flux". *Journal of Petroleum Science and Engineering* 26, pp 241 251, 2000.
- [7] E. Magyari, B. Keller, "Exact analytic solutions for free convection boundary layers on a heated vertical plate with lateral mass flux embedded in a saturated porous medium". *Heat and Mass Transfer* 36, pp. 109-116, 2000
- [8] Ali J. Chamkha, Ali Al-Mudhaf, and Eisa Al-Meshaie, "Thermo-Solutal Convection in an Inclined Porous Cavity with various Aspect Ratios Under Mixed Thermal and Species Boundary Conditions", *Heat Transfer—Asian Research, Wiley Periodicals, Inc. 2011*