

Modélisation des déséquilibres thermiques dans les coulis de glace

T. Kousksou¹, A. Jamil², T. Elrhafiki³, Y. Zeraoui¹

¹Laboratoire des Sciences de l'Ingénieur Appliquées à la Mécanique et au génie Electrique (SIAME). Avenue de l'Université, BP 1155, 64013 Pau Cedex, France

²Ecole Supérieure de Technologie, route d'Imouzzer, B.P. 2427, Fès, Maroc

³Ecole Nationale Supérieure des Arts et Métiers, ENSAM Marjane II, BP - 4024 Meknès Ismailia, Maroc.

* (auteur correspondant : tarik.kousksou@univ-pau.fr)

Résumé - L'étude d'un modèle macroscopique de fusion d'un mélange diphasique (eau/glace-éthanol) en écoulement et qui tient en compte du déséquilibre thermique entre la phase solide et la solution liquide est présentée dans ce travail. Le système d'équations est développé par prise de moyenne volumique des équations de conservation locales. Les premiers résultats concernant de ce modèle sont présentés.

Mots-clés: moyenne volumique, coulis de glace, changement de phase, déséquilibre.

1 Introduction

Il est vrai que les systèmes utilisant des fluides frigoporteurs diphasiques constituent actuellement une technologie prometteuse qui doit être encouragée en raison de ses nombreux avantages en termes d'économies d'énergie et d'impact sur l'environnement. Par contre, force est de constater que l'essor de cette technologie se fait un peu attendre. Plusieurs raisons peuvent expliquer cela. En premier lieu, toute rupture technologique met un certain temps à être appropriée par le tissu industriel. Ensuite, il est communément admis que quelques problèmes techniques restent à résoudre avant de rendre cette technologie fiable et maîtrisée que peuvent l'être la détente directe ou les frigoporteurs monophasiques. Ces problèmes concernent principalement [1] :

- la distribution du coulis dans le réseau qui peut être optimisé et qui nécessite la caractérisation du comportement thermique et hydrodynamique du coulis,
- le stockage d'énergie frigorifique qui pose le problème de la séparation des phases du mélange au repos,

L'écoulement des fluides frigoporteurs diphasiques dans les boucles d'utilisation ainsi que leur stockage est complexe du fait des différences de densité entre liquide et solide qui entraînent des stratifications. Des accrétions aux parois d'échanges peuvent aussi se produire. De plus, la fusion d'une particule de glace transportée par une solution aqueuse pose le problème de la différence de température et de concentration au voisinage de l'interface solide. Selon la dynamique de changement de phase et suivant la vitesse d'écoulement du fluide, la nature du couplage thermique et solutal peut être modifié et le processus être dominé par la « fusion » ou par la « dissolution ». Ainsi, la diffusion des espèces et bien sûr le renouvellement du fluide peut conduire à un « déséquilibre » [2], dont il convient de préciser la « cinétique ».

Dans un fluide frigoporteur diphasique les particules solide qui peuvent être des cristaux de glace ou des micro-particules confinant un matériau à changement de phase, constituent la phase solide alors que le fluide porteur qui peut être un liquide pur ou une solution binaire constitue la phase liquide. Ces deux phases ont chacune leur propre champ de vitesse. Il faut donc décrire un écoulement à deux fluides distincts et ainsi poser des équations pour chaque fluide. Ces fluides occupent chacun une fraction du volume disponible. De plus les deux phases peuvent interagir ensemble et se transférer de la masse ou de la quantité de mouvement.

Dans ce travail nous présentons un modèle macroscopique basé sur l'approche Euler-Euler d'un fluide frigoporteur diphasique (coulis de glace) en écoulement laminaire dans une boucle de distribution.

2 Mélange Eau-Glace-Ethanol

Le mélange diphasique que nous avons étudié est un mélange de glace et d'une solution d'eau et d'éthanol. L'éthanol présente la particularité d'être totalement soluble dans l'eau en phase liquide sous les conditions normales de pression et de température. L'arrangement moléculaire résultant du mélange permet d'abaisser la température de début de cristallisation, par rapport à celle de l'eau pure, d'une valeur qui est fonction du titre alcoolique. Notre étude est basée sur la courbe représentée sur la **figure.1**. On remarque, sur la figure 1, que le domaine situé en dessous du liquidus pour des concentrations en éthanol inférieures à celle du point eutectique noté E (93,5% en poids) et au dessus de la température T_E (-118°C) est le domaine du mélange diphasique composé d'une phase solide en équilibre avec une solution eau-éthanol liquide. Le solidus étant confondu avec l'axe vertical, la phase solide est uniquement

constituée par de la glace pure. Notre étude se rapporte à la partie de ce domaine limité par des fractions massiques d'éthanol comprises entre 0 et 0,3 pour des températures variant de 0 à -30°C.

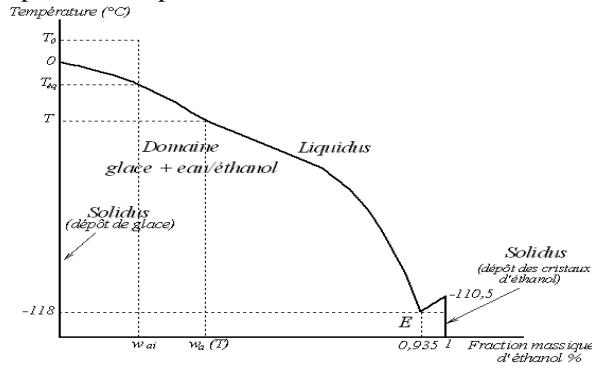


Fig.1 : Diagramme d'équilibre eau-éthanol

A partir de ce diagramme, le bilan de matière permet de relier directement la fraction massique en glace à la température :

$$w_g(T) = 1 - \frac{w_{ai}}{w_a(T)} \quad (1)$$

Cette relation montre, que la quantité de glace pourrait être calculée par simple mesure de la température T , si on connaissait la concentration initiale w_{ai} de la solution et le diagramme de phase $w_a(T)$. Bien entendu, ceci n'est valable que si la solution et la glace se trouvent en équilibre thermodynamique.

3 Modèle physique

L'écoulement du mélange diphasique dans une boucle de distribution est caractérisé par une large gamme de longueurs caractéristiques, allant de la dimension micrométrique des cristaux à la taille du volume expérimental. La méthode de prise de moyenne volumique est utilisée pour développer le modèle macroscopique car elle permet d'intégrer un grand nombre de ces échelles. Les équations de conservation locales sont intégrées sur un Volume Élémentaire Représentatif V , afin de proposer un système d'équations différentielles dépendant des champs moyennés. Les théorèmes mathématiques de prise de moyenne font apparaître des intégrales de surface sur l'interface glace-solution contenue dans le VER. Ces termes de transfert, sont modélisés par l'introduction de propriétés effectives de transport. De telles méthodes ont été développées par Quintard & Whitaker pour des applications de transferts en milieu poreux [3], pour la modélisation de la solidification colonnaire par Bousquet-Mélou[4].

Le problème décrivant les échanges de masse, de chaleur, et de quantité de mouvement, à l'échelle des microstructures cristallines du mélange binaire, s'inscrit dans le cadre des hypothèses suivantes :

- la phase liquide est constituée de deux espèces (eau et éthanol) parfaitement miscibles.
- Le mélange binaire est idéal
- Le mélange diphasique est newtonien et incompressible et l'écoulement est supposé laminaire.

Les équations macroscopiques de conservation de la masse portent sur les fractions volumiques de phase :

$$\frac{\partial(\rho_l \varepsilon_l)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_l \varepsilon_l u_l) = \dot{m} \quad ; \quad \frac{\partial(\rho_g \varepsilon_g)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_g \varepsilon_g u_g) = -\dot{m} \quad (2)$$

avec $\varepsilon_g + \varepsilon_l = 1$ et $\varepsilon_{eau} + \varepsilon_{ethanol} = \varepsilon_l$

Nous obtenons une équation sur le taux de changement de phase \dot{m} , en prenant la moyenne de conservation de l'énergie à l'interface solide-liquide.

$$\dot{m} = \begin{cases} 0, & T_s > T_{eq}(w_{ai}) \\ \frac{A (T_l - T_s)}{L_F(T_{eq}(w_a))}, & T_s \leq T_{eq}(w_{ai}) \end{cases} \quad (3)$$

avec $w_a(T) = \frac{w_{ai}}{1 - w_g(T)}$, $w_g(T) = \frac{\rho_g}{\varepsilon_g \rho_g + (1 - \varepsilon_g) \rho_l} \varepsilon_s$ et A le taux de transfert thermique défini par :

$$A = \frac{6(1 - \varepsilon_l)}{d_p} A_p$$

Le coefficient de transfert thermique entre la particule glace et la phase liquide A_p est donné par :

$$Nu_p = \frac{A_p d_p}{\lambda_l} = 2 + 1,1 Re_p^{0,6} Pr^{1/3} \quad (4)$$

avec: $d_p = d_p^0 (1 - \frac{\dot{m} \Delta t}{\varepsilon_g \rho_g})^{1/3}$ et $Re_p = \frac{\varepsilon_l \rho_l |u_l - u_g| d_p}{\mu_l}$

Les équations macroscopiques de conservation de la quantité de mouvement :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho_l \varepsilon_l u_l)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_l \varepsilon_l u_l \otimes u_l) = -\varepsilon_l \nabla p + \nabla \cdot (\varepsilon_l \mu_l (\nabla u_l + (\nabla u_l)^T)) + \rho_l \varepsilon_l g \\ - \beta(u_l - u_g) + \dot{m} u_l + (1 - \varepsilon_l) D \rho_l \frac{d}{dt}(u_l - u_g) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho_g \varepsilon_g u_g)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_g \varepsilon_g u_g \otimes u_g) = -\varepsilon_g \nabla p - G \nabla \varepsilon_l + \rho_g \varepsilon_g g \\ + \beta(u_l - u_g) - \dot{m} u_g - (1 - \varepsilon_l) D \rho_l \frac{d}{dt}(u_l - u_g) \end{aligned} \quad (6)$$

Le module G d'interaction particule-particule est donné par la formule [5] : $G = -\exp(1000.(0,45 - \varepsilon_l))$

Pour des particules sphériques, le coefficient de masse virtuel $D=0.5$ [5].

Le coefficient de friction est obtenu par l'équation d'Ergun [5] :

$$\beta = \begin{cases} 150 \frac{(1 - \varepsilon_l)^2 \mu_l}{\varepsilon_l d_p^2} + 1,75 \frac{(1 - \varepsilon_l)}{d_p} |u_l - u_g| & \text{si } \varepsilon_l < 0,8 \\ \frac{3}{4} C_D \frac{\varepsilon_l (1 - \varepsilon_l)}{d_p} \rho_l |u_l - u_g| \varepsilon_l^{-2,65} & \end{cases}$$

avec

$$C_D = \begin{cases} \frac{24}{Re_p} (1 + 0,15 Re_p^{0,687}) & \text{si } Re_p < 1000 \\ 0,44 & \text{si } Re_p \geq 1000 \end{cases}$$

Les équations de conservation de l'énergie :

$$\frac{\partial(\rho_l \varepsilon_l h_l)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_l \varepsilon_l u_l h_l) = \nabla \cdot (\varepsilon_l \lambda_{eff,l} \nabla T_l) - A(T_l - T_g) + \dot{m} h_{i-l} \quad (7)$$

$$\frac{\partial(\rho_g \varepsilon_g h_g)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_g \varepsilon_g u_g h_g) = \nabla \cdot (\varepsilon_g \lambda_{eff,g} \nabla T_g) - A(T_g - T_l) - \dot{m} h_{i-g} \quad (8)$$

L'enthalpie de la phase liquide est donnée par : $h_l = c_{p,l} T_l + [(c_{p,g} - c_{p,l}) T_{eq}(w_a) + L_F(T_{eq}(w_a))]$

L'enthalpie de la phase solide est donnée par: $h_g = c_{p,g} T_g$

Le terme de transfert d'enthalpie dans la phase solide et la phase liquide est donné par la formule suivante :

$$\dot{m} h_{i-l} = \dot{m} (c_{p,l} T_{eq}(w_a) + L_F(T_{eq}(w_a))) ; \quad \dot{m} h_{i-g} = \dot{m} c_{p,g} T_{eq}(w_a)$$

Les conductivités effectives $\lambda_{eff,l}$ et $\lambda_{eff,g}$ sont données par [6] :

$$\lambda_{eff,l} = \left(1 - \sqrt{1 - \varepsilon_l}\right) \frac{\lambda_l}{\varepsilon_l} \quad \text{et} \quad \lambda_{eff,g} = \frac{\sqrt{1 - \varepsilon_l}}{(1 - \varepsilon_l)} [\zeta Z + (1 - \zeta) \psi] \lambda_l$$

avec $\psi = \frac{2(B - B/Z)}{(1 - B/Z)^3} \ln\left(\frac{Z}{B}\right) - \frac{2(B-1)}{(1 - B/Z)^2} - \frac{B+1}{1 - B/Z}$ et $B = 1,25 \left(\frac{1}{\varepsilon_l} - 1\right)^{10/9}$

Pour des particules de glace sphériques $Z = \frac{\lambda_g}{\lambda_l}$ et $\zeta = 7,26 \times 10^{-3}$.

4 Mise en forme numérique

Le modèle macroscopique est résolu par la méthode des volumes finis structurés en deux dimensions, telle qu'elle est décrite par Patankar [7]. L'algorithme de résolution que nous avons adopté suit les étapes suivantes :

- Calcul des températures T_g et T_l à l'aide des équations (7) et (8)
- Calcul du débit \dot{m} avec la relation (3)
- Calcul de la fraction volumique de la phase liquide ε_l avec l'équation (2)
- Déduire la fraction volumique de la phase solide $\varepsilon_s = 1 - \varepsilon_l$
- Calcul de la fraction volumique de l'eau $\varepsilon_{eau}^{t+\Delta t} = \varepsilon_{eau}^t + (\varepsilon_g^{t+\Delta t} - \varepsilon_g^t)$
- Déduire la fraction volumique de l'éthanol $\varepsilon_{eth} = \varepsilon_l - \varepsilon_{eau}$
- Calcul des vitesses u_g et u_l à l'aide des équations (5) et (6)

Pour le traitement du couplage vitesse pression, nous avons utilisé l'algorithme SIMPLEC [8]. La solution est admise lorsque les résidus de l'équation de continuité de la phase liquide et du bilan global d'énergie sont suffisamment petits. Cet algorithme assure une très bonne stabilité dans la résolution des équations de masse.

5. Premiers résultats pour le coulis (glace/eau)

Dans ce travail, nous présentons les premiers résultats concernant le mélange (eau/glace). La **figure 2** montre la géométrie étudiée. Il s'agit d'un échangeur de longueur $L_l = 450 \text{ mm}$ et de largeur $L_2 = 3,14 \text{ mm}$. Un flux thermique constant est imposé aux parois latérales permettant de fondre le mélange diphasique. A l'état initial le mélange diphasique (eau-glace) est supposé à l'équilibre thermodynamique. A l'entrée de l'échangeur le nombre de Reynolds $Re = 200$ et la température $T_e = -1^\circ\text{C}$. Pour étudier l'impact du mélange diphasique (eau/glace) sur les transferts thermiques au sein de l'échangeur, nous avons calculé le coefficient d'échange thermique entre le mélange et la paroi de

l'échangeur en utilisant la relation suivante : $H = \frac{q_w}{(T_{paroi} - T_{moy})}$ avec T_{moy} la température moyenne du coulis dans une

section de l'échangeur. Sur la **figure 3**, nous avons présenté l'évolution de la température de la paroi de l'échangeur pour différentes puissances. Nous constatons que durant la phase de déstockage (réchauffement de la paroi de l'échangeur), l'utilisation d'un mélange diphasique permet d'intensifier les transferts thermiques dans l'échangeur et en même temps de contrôler l'augmentation rapide de la température de la paroi de l'échangeur. Il est intéressant de noter que lors d'un réchauffement, il n'y a pas de retard à la fusion et que cette dernière se produit à la température d'équilibre thermodynamique (0°C). Lors d'un réchauffement, nous constatons que la température de la paroi de l'échangeur utilisant mélange binaire chargée en cristaux de glace, augmente en s'éloignant de l'entrée de l'échangeur. La température de la paroi de l'échangeur est caractérisée par un palier due au changement de phase qui se produit à l'intérieur de l'échangeur.

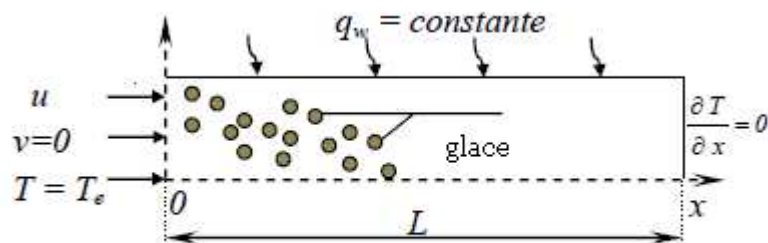


Fig.2 : Echangeur avec écoulement du coulis

Sur la **figure 4**, nous avons tracé l'évolution du coefficient d'échange thermique H en fonction de la longueur de l'échangeur pour deux cas : le coulis de glace (eau/glace) et la solution (eau/éthanol) avec une concentration en éthanol de 4%. La présence des cristaux de glace dans l'échangeur implique une capacité de stockage importante de l'énergie latente. Nous pouvons remarquer sur la **figure 4** que la présence de ces cristaux ralentit l'augmentation de la température de paroi de l'échangeur durant le processus de changement de phase ce qui entraîne une augmentation du coefficient d'échange thermique entre la paroi et le mélange diphasique durant cette période. Nous remarquons aussi que les transferts thermiques dans la zone où les régimes thermiques et dynamiques sont établis sont plus importants que dans la région proche de l'entrée de l'échangeur en présence des cristaux de glace. Il est intéressant de noter que dans le cas d'un écoulement monophasique les transferts thermiques sont importants dans la région d'entrée de l'échangeur que dans la région thermiquement développée.

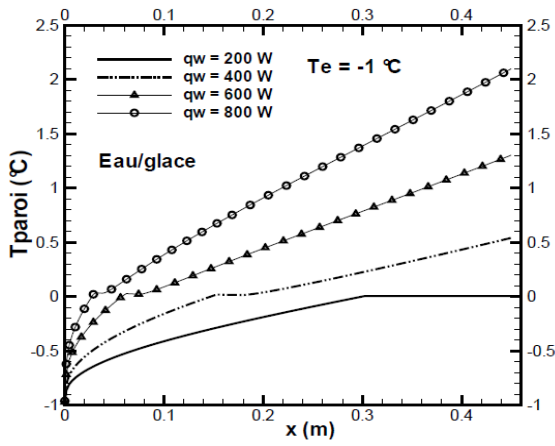


Fig. 3 : Température de la paroi de l'échangeur pour différentes puissances

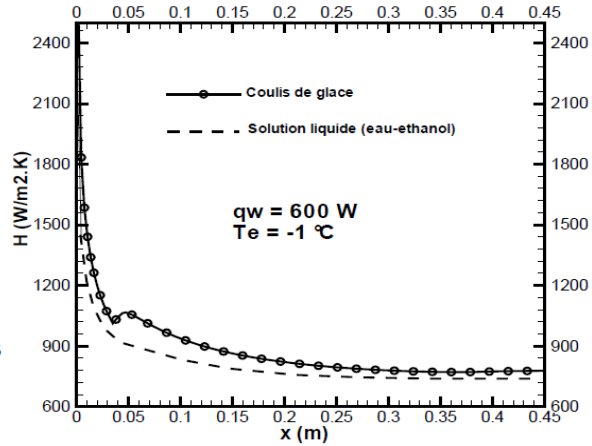


Fig. 4 : Coefficient d'échange thermique en fonction de la longueur de l'échangeur

6. Conclusion

Les résultats obtenus par le modèle physique ont permis d'étudier l'influence des cristaux de glace sur les transferts thermiques dans un échangeur durant la phase de déstockage (fusion). On retiendra de cette étude que : les cristaux de glace dans le coulis agissent comme des puits d'énergie lorsqu'ils absorbent de la chaleur. Elles "bloquent" l'augmentation de la température de la paroi de l'échangeur et améliorent les transferts thermiques au niveau de la paroi de l'échangeur. Cette étude rend compte de résultats très récents. Il est nécessaire de faire des études plus poussées pour établir avec précision l'influence des nombreux paramètres qui interviennent dans le modèle (régime d'écoulement, puissance imposée, concentration de l'éthanol, ...). Il va de soi qu'une comparaison avec l'expérience reste le meilleur moyen de juger de la pertinence du modèle.

Nomenclature:

A_p coefficient de transfert thermique ($W.m^{-2}.K^{-1}$)
 c chaleur massique ($J.kg^{-1}.K^{-1}$)
 d diamètre de la particule solide (m)
 L la chaleur latente ($J.kg^{-1}$)
 \dot{m} taux de changement de phase ($kg.m^{-3}.s$)
 T température (K)
 u vecteur vitesse ($m.s^{-1}$)
 w fraction massique

\mathcal{E} fraction volumique
 λ conductivité thermique ($W.m^{-1}.K^{-1}$)
 μ viscosité dynamique ($kg.s^{-1}.m^{-1}$)
 ρ masse volumique ($kg.m^{-3}$)

Indices

ai initial concentration de l'éthanol
g glace
l liquide

Références

- [1] Kousksou, T., Jamil, A., El Rhafiki, T., Zeraoui, Y., Prediction of the heat transfer coefficient for ice slurry flows in horizontal pipe. *Energy Conversion and Management* 51 (2010) 1311-1318.
- [2] Jamil, A., Kousksou, T., Zeraoui, Y., Dumas, J.P., Thermodynamic Non-equilibrium in Ice Slurry Systems. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer* 23 (2009) 392-398.
- [3] Quintard, M., Whitaker, S., Transport in ordered and disordered porous media II: Generalized volume averaging, *Transport in Porous Media*, 14 (1994) 179-206.
- [4] Bousquet-Mélou, P., Modélisation macroscopique et simulation numérique de la solidification des mélanges binaires, Thèse de doctorat, Université Paris 6, 2000.
- [5] Gidaspow, D., Hydrodynamics of fluidization and heat transfer: supercomputer modelling, *Appl. Mech. Rev.*, 39 (1986) 1-23.
- [6] Bauer, R., Schlumder, E.U., Effective radial thermal conductivity of packing in gas flow, *Int. Chem. Eng.* 18 (1978) 189-204.
- [7] Patankar, S., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere Publishing Corporation (1980).
- [8] Van Doormaal, J., Raithby, G., Enhancements of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flows, *Numerical Heat Transfer* 7 (1984) 147-163.