

## Simulation numérique des écoulements de convection naturelle dans un canal convergent chauffé à flux constant ou variable

Nadia Sabour, Mustapha EL Alami\*, Mostafa Najam, Mustapha Faraji

LPMMAT groupe de thermique, Faculté des Sciences Aïn Chock, Université Hassan II-Casablanca,  
BP. 5366 Maarif, Casablanca, Maroc  
[m.elalami@fsac.a.ma](mailto:m.elalami@fsac.a.ma), [elalami\\_m@hotmail.com](mailto:elalami_m@hotmail.com)

**Résumé :** Nous présentons, dans ce papier, les résultats d'une étude numérique des écoulements de convection naturelle dans un canal convergent bidimensionnel, d'axe vertical. Les parois inclinées du canal sont chauffées à flux constant ou variable dans le temps. Les inconnues fondamentales dans cette étude sont les champs thermique et dynamique, le nombre de Nusselt moyen et le débit massique d'écoulement. L'étude est basée sur la méthode des volumes finis et les paramètres de contrôle dans cette démarche sont : le nombre de Rayleigh ( $10^3 \leq Ra \leq 10^6$ ), l'angle d'inclinaison, l'amplitude du flux appliqué aux parois du canal et le rapport d'allongement du canal. Les champs dynamiques et thermiques sont présentés sous forme de lignes de courant et de lignes isothermes, tandis que le nombre de Nusselt moyen et le débit d'écoulement sont présentés sous forme de corrélations en lois de puissance.

**Mots clés :** flux variable / canal convergent/ convection naturelle/ étude numérique

### 1. Introduction

La convection naturelle est un mécanisme de transfert de chaleur attractif en raison de sa fiabilité, sa simplicité et sa rentabilité. En particulier, la convection naturelle dans des canaux verticaux formés par des plaques parallèles ou convergentes est rencontrée dans de nombreuses applications allant du refroidissement de l'équipement électronique aux échangeurs ainsi que le conditionnement d'air dans le bâtiment.

Un grand nombre de travaux ont été publiés sur la convection naturelle dans les canaux verticaux à parois parallèles, mais seulement peu de recherches ont été répertoriées sur le cas du canal vertical convergent. En effet, Bianco et al. [1] ont effectué une étude expérimentale sur la convection naturelle dans canal vertical convergent chauffé à flux constant. Ils ont montré que lorsque l'angle d'inclinaison augmente, la température maximale dans le canal diminue. Par contre, pour des petits espacements, une baisse importante de la température maximale des parois a été atteinte en passant de la configuration des plaques à des angles d'inclinaison supérieurs  $2^\circ$ . Une analyse numérique de la convection naturelle dans un canal vertical chauffé uniformément avec des parois conductrices, a été réalisée par Bianco et Nardini [2]. Kaiser et al. [3] ont effectué une étude numérique des écoulements de convection naturelle dans un canal convergent chauffé symétriquement et asymétriquement à température constante. Dritselis et al. [4] ont conduit une étude numérique sur l'influence d'une condition aux limites de température spatialement périodique sur l'écoulement de la convection mixte laminaire dans un canal vertical. Une investigation numérique et expérimentale sur les transferts de chaleur par convection naturelle couplés au rayonnement dans un canal convergent dont les parois sont chauffées de manière symétrique à flux constant, est réalisée par Bianco et al. [5]. La structure de l'écoulement visualisée expérimentalement est en bon accord avec celle prédite numériquement pour toute la gamme de Rayleigh considérée.

Dans notre cas, il s'agit d'une étude numérique des écoulements de convection naturelle dans un canal convergent bidimensionnel, d'axe vertical. L'étude est basée sur la technique des volumes de contrôle. Les résultats présentés en termes de champ dynamique et thermique et en termes de nombre de Nusselt moyen seront analysés et discutés systématiquement en fonction des paramètres de contrôle considérés.

### 2. Configuration étudié et formulation mathématique

La configuration étudiée est schématisée dans la figure 1. Il s'agit d'un canal vertical convergent chauffé symétriquement à l'aide d'un flux constant ( $q = 1$ ) ou variable dans le temps ( $q = 1 + 0,5 \cdot \sin(\omega t)$ ). Le rapport d'allongement du canal  $A = H / B_{\min} = 10$ . L'angle d'inclinaison des parois du canal est  $\alpha = 2,82^\circ$ . On suppose que l'écoulement et le transfert de chaleur sont bidimensionnels, que les propriétés du fluide sont constantes et

l'approximation de Boussinesq est valide. On néglige ici les transferts radiatifs possibles entre les différentes surfaces.

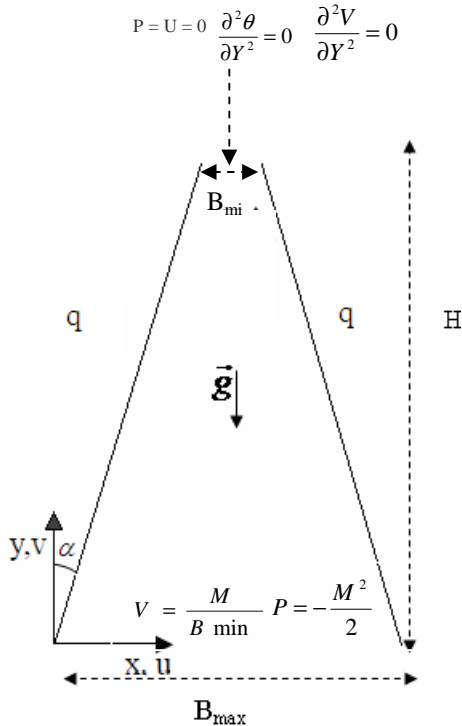


Figure 1 : Configuration étudiée

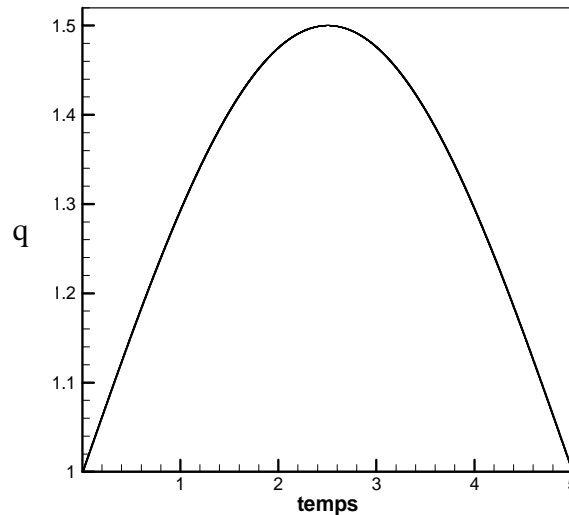


Figure 2 : variation du flux en fonction du temps sur les parois

Les équations adimensionnelles transitoires en termes de température  $\theta$ , de pression motrice  $P$  et de vitesses  $U$  et  $V$  sont :

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \text{Pr} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \text{Pr} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) + \text{Pr} RaT \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + U \frac{\partial \theta}{\partial x} + V \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \quad (4)$$

En se référant à la figure 1, les variables adimensionnelles sont définies ainsi :

$$U = \frac{U' H}{\alpha}, V = \frac{V' H}{\alpha}, \theta = \frac{(T - T_0) \lambda}{q \cdot B_{\min}}, P = \frac{(P' + \rho g y') H^2}{\rho \alpha^2} \quad \text{Avec} \quad Ra = \frac{g \beta \Delta T H^3}{\alpha \nu}$$

$$\Delta T = \frac{q \cdot B_{\min}}{\lambda} \quad \text{Et} \quad \text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha}$$

Les conditions aux limites associées à ces équations sont définies telles que :

- Sur les parois •  $q = 1$  et  $q = 1 + 0,5 \sin(\omega t)$  avec  $\omega = \pi / \tau$  ( $\tau$  : temps maximum)
- $U=V=0$ ,

- A l'entrée du canal [6] :  $V = \frac{M}{B_{\min}}$ ,  $P = -\frac{M^2}{2}$ . M étant le débit (inconnue du problème) calculé en utilisant la conservation du débit massique dans le canal.

- Au niveau de la sortie,  $P=U=0$  (condition de jet en atmosphère libre). Par contre, T et V sont calculées par extrapolation [7] (leurs dérivées secondes par rapport à la verticale sont nulles).

Dans notre démarche numérique, utilisant la méthode des volumes finis, le schéma Upwind de second ordre est utilisé pour un maillage de 80x160. Le pas de temps varie de  $10^{-4}$  à  $10^{-5}$ .

### 3. Résultats et discussion

#### 3.1 Structure de l'écoulement et champ thermique dans le canal

Notre objectif est donc de mettre en évidence l'effet du régime transitoire (présenté éventuellement par l'éclairement solaire) sur l'écoulement et le transfert thermique. Pour cela une comparaison avec le cas du flux constant est nécessaire. Les champs dynamique et thermique sont présentés pour deux valeurs de Ra ( $Ra = 10^4$  et  $10^6$ ). D'une façon globale, la structure de l'écoulement est simple et peu modifiée par rapport au cas du flux constant. Pour  $Ra=10^4$ , figs.3-a,b,c,d,e, nous constatons que l'écoulement est développé. Qualitativement, le facteur temps n'a pas un effet considérable sur l'écoulement dans le canal qui reste comparable à celui du flux constant, fig. 3-a. Par contre, quantitativement,  $\theta_{\max}$ , comme  $\psi_{\max}$ , augmente en fonction du temps pour atteindre un maximum à  $\tau/2$  puis décroît quand t augmente. Les maximums présentés par  $\theta_{\max}$  et  $\psi_{\max}$  sont dus au fait que les deux fonctions de temps suivent l'évolution de la condition aux limites (q variable) appliquée aux parois. Cependant nous remarquons que  $\theta_{\max}$  et  $\psi_{\max}$  ne sont pas symétrique par rapport à l'instant  $\tau/2$  malgré que  $q = 1 + 0,5 \sin(\omega t)$  est une parabole symétrique par rapport à l'axe vertical passant par  $\tau/2$ .

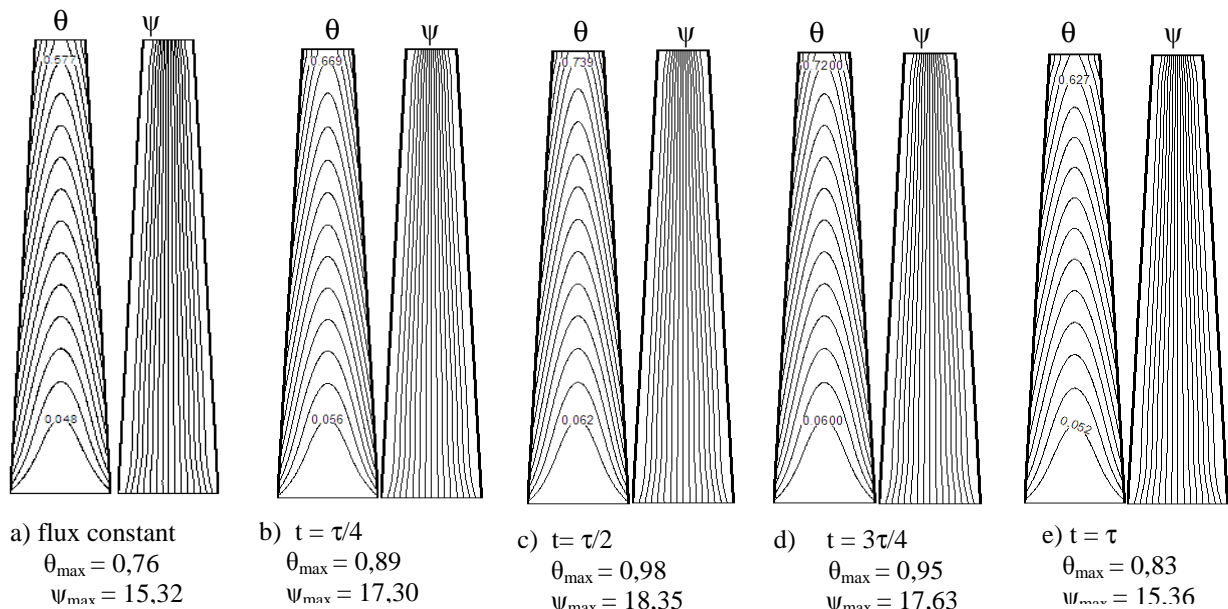


Figure 3 : Champs dynamique et thermique pour  $Ra=10^4$

On augmentant le nombre de Rayleigh à  $10^6$ , figs 4-a, b,c,d,e, les isothermes deviennent très serrées aux voisinages des parois actives ce qui témoigne d'un écoulement de type couches limites séparées (effet cheminée). Comme dans le cas de  $Ra = 10^4$ ,  $\theta_{\max}$  et  $\psi_{\max}$  augmentent en fonction du temps et deviennent maximales à  $\tau/2$  puis décroissent de façon dissymétrique.

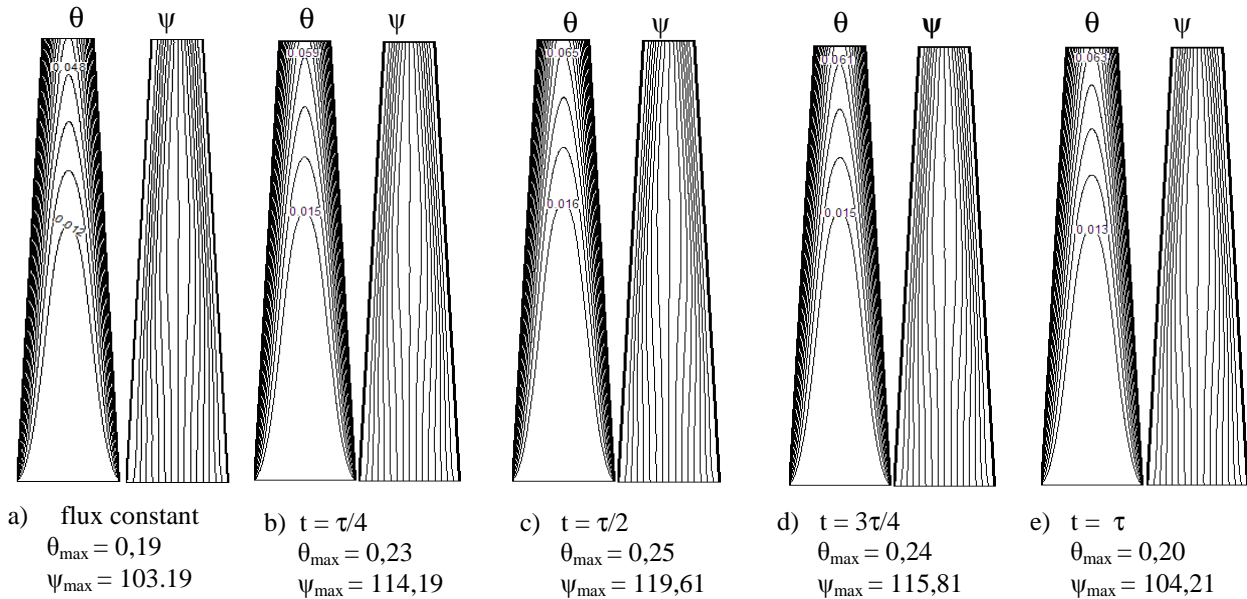
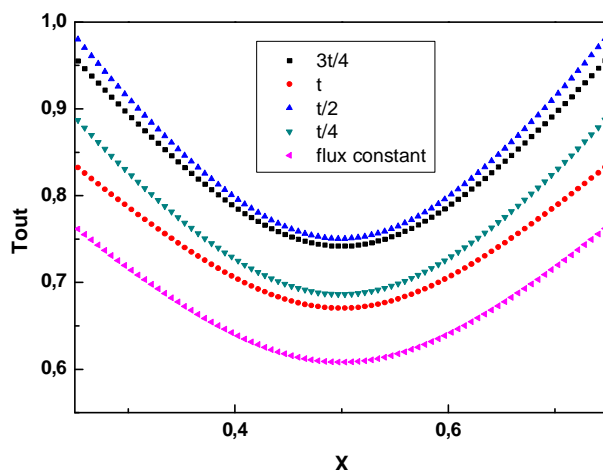


Figure 4 : Champs dynamique et thermique pour  $Ra=10^6$

La température et la vitesse à la sortie du canal constituent deux caractéristiques importantes de notre problème étudié. En effet, la température de sortie quantifie la puissance calorifique récupérée par l'air du canal, quand à la vitesse de sortie elle permet de quantifier l'énergie cinétique susceptible d'être transférée à tout système mécanique placé dans la trajectoire de l'écoulement à cet endroit. Nous avons donc étudié l'évolution de ces deux paramètres en fonction de la largeur du canal pour différents instants, comme indiqué sur les figures 5 et 6. Nous constatons que le cas du flux constant pour lequel,  $T_{out}$  et  $V_{out}$  sont les plus basses, reste toujours défavorable à la rentabilité de ce système, quoique pour des instants donnés, les parois du canal sont chauffées par la même intensité de flux dans les deux cas (flux constant ou variable : exemple pour  $t=\tau$ ). Une deuxième remarque concerne le fait que les profils de  $V$  et  $T$  à la sortie deviennent de plus en plus concaves en s'approchant du maximum de chauffage (obtenue à  $t=\tau/2$ ).



3.2 1 Figure 5 : Température en sortie du canal  
( $Y = H$ ) pour  $Ra = 10^4$

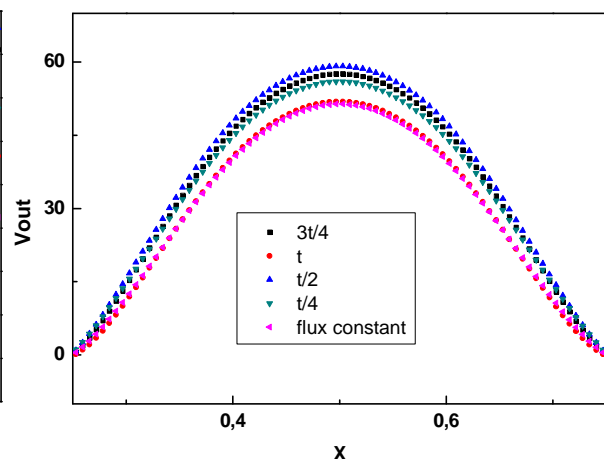


Figure 6 : Vitesse verticale en sortie du canal  
( $Y = H$ ) pour  $Ra = 10^4$

Le nombre de Nusselt moyen est calculé le long des parois du canal dans les deux cas (flux variable dans le temps et flux constant), fig.7. Nous constatons que la variation de  $Nu$  en fonction de  $Ra$  est linéaire en coordonnées logarithmiques pour les deux cas dans la gamme de Rayleigh  $10^4 \leq Ra \leq 10^6$ . D'après la figure 7 et en

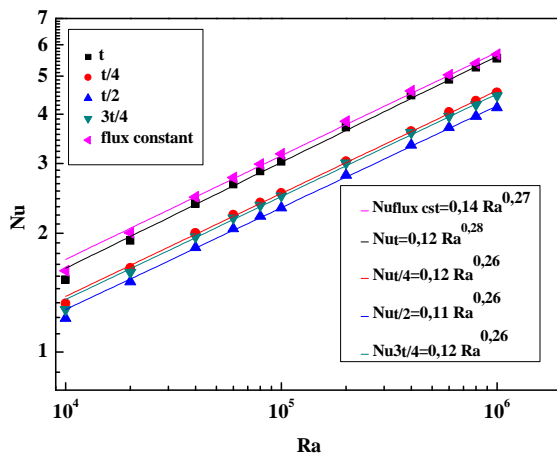


Figure 7 : Nombre Nusselt en fonction de Rayleigh pour  $\alpha = 2.86^\circ$  et  $A = 10$

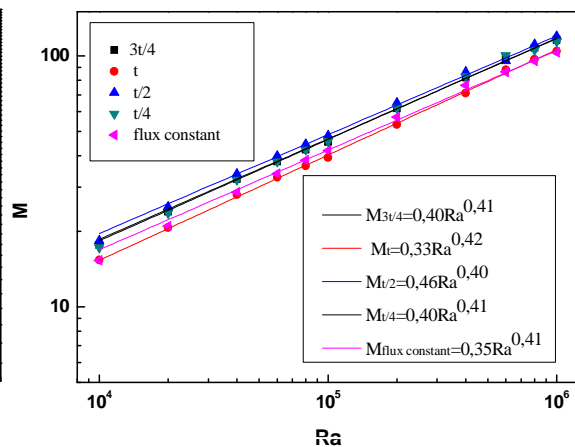


Figure 8 : Débit massique en fonction de Rayleigh pour  $\alpha = 2.86^\circ$  et  $A = 10$

examinant les corrélations correspondantes, le cas du canal chauffé à flux constants est plus favorable au transfert de chaleur global. En ce qui concerne le débit d'écoulement, fig. 8, nous avons également corréla la variation de M en fonction du nombre de Rayleigh pour la gamme  $10^4 \leq Ra \leq 10^6$  dans les deux cas. On constate que le chauffage du canal convergent à flux variable dans le temps a pour effet d'augmenter le débit en général. Le seul cas où l'on a un débit identique à celui du flux constant est celui de  $t = \tau$ .

## Conclusion

Cette étude numérique qui a pour objectif d'examiner l'effet d'un chauffage à flux variable dans le temps sur le transfert chaleur et l'écoulement dans un canal vertical convergent, a permis de tirer les conclusions suivantes :

- la structure de l'écoulement et le champ thermique sont qualitativement identiques à ceux du chauffage à flux constant.
- La température maximale des parois ainsi que la fonction de courant maximale varient en fonction du temps comme l'allure du flux sauf qu'elles ne sont pas symétriques par rapport à l'axe vertical passant par  $t = \tau/2$ .
- Le nombre de Nusselt global est affecté par la variation du flux. Il est maximal dans le cas du flux constant pour toute la gamme de nombre de Rayleigh considérée.
- Le chauffage à flux variable est généralement favorable au débit massique.

## Nomenclature

A	Allongement du canal ( $A = H/B_{\min}$ )
H	Hauteur du canal (m)
$B_{\min}$	Largeur de l'ouverture supérieure du canal (m)
$B_{\max}$	Largeur de l'ouverture inférieure du canal (m)
M	Débit massique adimensionnel
Nu	Nombre de Nusselt global
Pr	Nombre de Prandtl ( $Pr = \nu/\alpha$ )
q	Densité de flux
Ra	Nombre de Rayleigh
T	Température du fluide
u, v	Vitesse du fluide dans les directions respectives, x, y

U, V	Vitesses adimensionnelle du fluide suivant X et Y
x, y	Coordonnées cartésiennes
X, Y	Coordonnées adimensionnel

### symboles grecs

$\beta$	Coefficient de dilatation du fluide ( $K^{-1}$ )
$\alpha$	Diffusivité thermique du fluide ( $m^2s^{-1}$ )
$\lambda$	Conductivité thermique ( $Wm^{-1}K^{-1}$ )
$\nu$	Viscosité cinématique du fluide ( $m^2s^{-1}$ )
$\rho$	Masse volumique du fluide ( $kg/m^3$ )

### Indices

Max	Maximum
Min	Mminimum



**16<sup>èmes</sup> Journées Internationales de Thermique (JITH 2013)  
Marrakech (Maroc), du 13 au 15 Novembre, 2013**

---

**Référence**

- [1] N. Bianco, O. Manca, S. Nardini; Experimental investigation on natural convection in a convergent channel with uniformly heated plates. *Int J. of Heat and Mass Transfer* Vol. 50, pp. 2772-2786, 2007.
- [2] N. Bianco, S. Nardini; Numerical Analysis of natural convection in air in a vertical convergent channel with uniformly heated conductive walls. *Int. Commun. in Heat Mass Transfer* Vol 32, pp. 758-769, 2005
- [3] A. S. Kaiser, B. Zamora, A. Viedma; Correlation for Nusselt number in natural convection in vertical convergent channels at uniform wall temperature. *Int J. of Heat and Fluid Flow* Vol. 25, pp. 671-682, 2004.
- [4] C.D. Dritselis, A.J. Iatridis, I.E. Sarris, N.S. Vlachos; Buoyancy-assisted mixed convection in a vertical channel with spatially periodic wall temperature. *Int. J. of Thermal Sciences*, Vol. 65, pp. 28-38, 2013.
- [5] N. Bianco, L. Langellotto, O. Manca ; Numerical analysis of radiative effects on natural convection in vertical convergent and symmetrically heated channels. *Numerical Heat Transfer part A*, Vol. 49, pp. 369-39, 2006.
- [6] A. M. Dalber, F. Penot, J. L. Peube, convection naturelle laminaire dans un canal vertical chauffé à flux constant, *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol 24. No. 9, pp. 1463 1473, 1981.
- [7] M. El Alami, E. A. Semma, M. Najam, R. Boutarfa, Convective heat transfer in a horizontal channel with openings and isothermal rectangular blocks. *Journal of Fluid Dynamics & Material Processing*, Vol. 5, N°1, pp. 1-9, 2008