

Amélioration des échanges thermo-convectifs dans un système canal-cheminée chauffé asymétriquement à flux constant

Zied Nasri ^{1,2}, Hatem Laatar ^{1,2} et Jalloul Balti ¹

¹ Département de Physique, Faculté des Sciences de Bizerte, Université de Carthage, 7021 Jarzouna, Tunisie

² LETTM, Département de Physique, Faculté des Sciences de Tunis,
Tunis El Manar Université, 1060 Tunis, Tunisie

ahlaatar@gmail.com

NasZied@gmail.com

Résumé : Dans le présent travail, la convection naturelle de l'air dans un système canal-cheminée chauffé asymétriquement à flux constant est étudiée numériquement. Le régime d'écoulement analysé est laminaire, bidimensionnel et stationnaire. L'objectif visé est de maximiser les échanges thermo-convectifs par l'optimisation des paramètres géométriques de la cheminée, à savoir le rapport d'expansion B (largeur de la cheminée/largeur du canal) et le rapport d'extension Er (hauteur de la cheminée/hauteur du canal). L'étude est effectuée pour un rapport de forme du canal fixe ($Ar=5$) et pour des nombres de Rayleigh modifiés ($Ra^*=Ra/Ar$) variant entre 10^2 et 5×10^4 . Les résultats montrent que, d'une manière générale, le système canal-cheminée améliore les valeurs du débit massique (G) et du nombre de Nusselt moyen (Nu_a) par rapport au canal simple. Ce système est plus efficace thermiquement lorsque le nombre de Rayleigh modifié est faible. Pour $Ra^* \geq 10^4$, l'élargissement de la cheminée est inutile lorsque sa hauteur est inférieure ou égale à celle du canal.

Mots clés : Etude numérique, système canal-cheminée, convection naturelle, débit massique, nombre de Nusselt.

1. Introduction

Les écoulements de convection naturelle dans des canaux verticaux chauffés ont été largement étudiés depuis de nombreuses décennies [1-2]. En effet, ces configurations sont rencontrées dans diverses applications comme les façades et les fenêtres ventilées, le refroidissement des systèmes électroniques et les collecteurs solaires plans.

Une méthode simple permettant l'amélioration de l'effet cheminée et par conséquent le transfert de chaleur dans un canal vertical chauffé, est la mise en parallèle de deux extensions adiabatiques à la sortie de celui-ci. Le système formé par le canal et les extensions adiabatiques est communément appelé système canal-cheminée. L'étude expérimentale réalisée par Auletta et al. [3] montre que certaines configurations optimales de ce système peuvent améliorer le coefficient de transfert de chaleur jusqu'à 20% et réduire considérablement la température maximale des parois chauffées. Une simulation numérique sur la convection naturelle de l'air dans un système canal-cheminée chauffé symétriquement à flux constant a été réalisée par Andreozzi et al. [4]. Le régime analysé est bidimensionnel, laminaire et stationnaire. Des corrélations pour le débit massique, la température maximale des parois et le nombre de Nusselt moyen ont été proposées dans ce travail. Lorsque le canal est chauffé asymétriquement, deux études expérimentales ont été menées par Manca et al. [5, 6]. Dans la première étude [5], les auteurs ont montré que l'ajout des extensions adiabatiques améliore les performances thermiques du canal pour certaines configurations. Dans la deuxième étude [6], le système canal-cheminée est géométriquement asymétrique, i.e., l'une des extensions reste fixe et coplanaire avec la partie non chauffée du canal alors que l'expansion de la cheminée est réalisée du côté de la paroi chauffée. L'étude montre que le rendement thermique du système, en termes de profils de température de la paroi chauffée, est similaire à celui d'une cheminée symétrique.

Les études numériques sur la convection naturelle dans ce type de système 'canal-cheminée' sont peu documentées dans la littérature surtout lorsque le canal est chauffé asymétriquement. Par ailleurs, dans les travaux expérimentaux, l'aspect thermique domine toujours le comportement dynamique de l'écoulement. En effet, la mesure du débit massique n'est pas facile.

Dans le présent travail, la convection naturelle de l'air ($Pr=0.71$) dans un système canal-cheminée a été simulée. Le canal du système est chauffé asymétriquement à flux uniforme tandis que la cheminée est symétrique, adiabatique et de largeur supérieure ou égale à celle du canal. Le régime analysé est bidimensionnel, laminaire, et stationnaire. L'objectif principal est la détermination des paramètres géométriques optimaux (hauteur et largeur) de la cheminée qui maximisent le débit massique (G) et le nombre de Nusselt moyen (Nu_a).

2. Formulation du problème

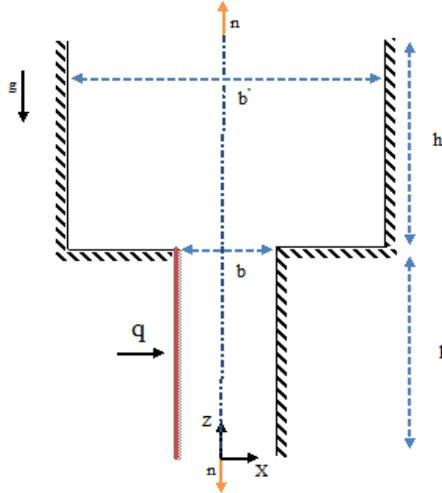


Figure 1: configuration géométrique étudiée

La figure 1 représente le système canal-cheminée étudié. Il est composé d'un canal vertical chauffé asymétriquement à flux uniforme (q) et de deux extensions adiabatiques parallèles placé en aval du canal (cheminée). La hauteur du canal est (h), alors que sa largeur est (b). La hauteur de la cheminée et la distance entre les extensions adiabatiques (largeur de la cheminée) sont, respectivement, h' et b' .

Dans cette étude, la cheminée est géométriquement symétrique par rapport à l'axe du canal. La largeur de la cheminée est supérieure ou égale à la largeur du canal. Par la suite, la géométrie du canal sera fixée ($Ar=h/b=5$) et celle de la cheminée sera variée (h', b'). Le système canal-cheminée est caractérisé par deux nombres adimensionnels: le rapport d'expansion ($B= b'/b$) et le rapport d'extension ($Er=h'/h$).

La convection naturelle de l'air dans le système étudié est régie par les équations de conservation adimensionnelles suivantes :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial W}{\partial Z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + W \frac{\partial U}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + U \frac{\partial W}{\partial X} + W \frac{\partial W}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial Z} + Pr Ra T + Pr \left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + U \frac{\partial T}{\partial X} + W \frac{\partial T}{\partial Z} = \frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2} \quad (4)$$

Les nombres adimensionnels qui apparaissent dans les équations ci-dessus sont le nombre de Rayleigh

$$Ra = \frac{g \beta q b^4}{\lambda \alpha \nu} \text{ et le nombre de Prandtl } Pr = \frac{\nu}{\alpha}.$$

Les équations de conservation ont été résolues en imposant les conditions aux limites suivantes:

- Sur la partie adiabatique du système : $\frac{\partial T}{\partial X} = U = W = 0$;
- Sur la partie chauffée du canal: $\frac{\partial T}{\partial X} = -1, U = W = 0$;
- A l'entrée du canal: $\frac{\partial W}{\partial Z} = U = T = 0$, $P = -0.5 \int_0^1 W(X, 0) dX$;
- A la sortie de la cheminée:

$$\text{Si } \vec{W} \cdot \vec{n} \geq 0 \text{ alors } \frac{\partial W}{\partial Z} = \frac{\partial U}{\partial Z} = \frac{\partial T}{\partial Z} = P = 0 ; \text{ Sinon } \frac{\partial W}{\partial Z} = U = T = 0 \text{ et } P = -0.5 \frac{1}{\Delta} \int_{\Delta} W(X, 0) dX$$

Δ est la largeur de la cheminée où le fluide est rentrant.

3. Méthode de résolution

L'intégration spatiale des équations de conservation est faite par la méthode des volumes finis sur des grilles régulières et décalées. Un schéma temporel en différences finies, d'ordre deux, de type Adams-Bashforth est utilisé pour l'avancement en temps. Les calculs ont été effectués sur un domaine de calcul bidimensionnel limité à l'espace entre les parois du canal et les extensions de la cheminée.

Afin d'assurer la précision des résultats numériques, une étude sur la sensibilité du maillage a été réalisée. Pour un système canal-cheminée, caractérisé par les paramètres géométriques suivants $(Ar, Er, B) = (5, 1, 2)$, les calculs ont été effectués avec trois maillages différents: 130×514 , 258×514 et 130×1026 . Les changements dans la taille des mailles donnent des erreurs inférieures à 1% pour le débit massique et le nombre de Nusselt moyen. Par conséquent, le maillage retenu est uniforme 130×514 . Le pas de temps utilisé dépend du nombre de Rayleigh.

4. Résultats et discussions

Dans le but d'optimiser les paramètres géométriques de la cheminée, plus de quatre cents simulations numériques ont été réalisées pour quatre nombres de Rayleigh modifiés: $Ra^* = 10^2, 10^3, 10^4$ et 5×10^4 . Six valeurs du rapport d'extension ont été également testées: $Er = 0,25, 0,5, 0,75, 1, 1,5$ et 2 . Le rapport d'expansion B a été varié entre 1 et $3,5$ avec un pas ΔB irrégulier ($0,025 \leq \Delta B \leq 0,25$). L'étude a été effectuée avec de l'air ($Pr = 0,71$) pour un rapport de forme du canal fixe ($Ar = 5$).

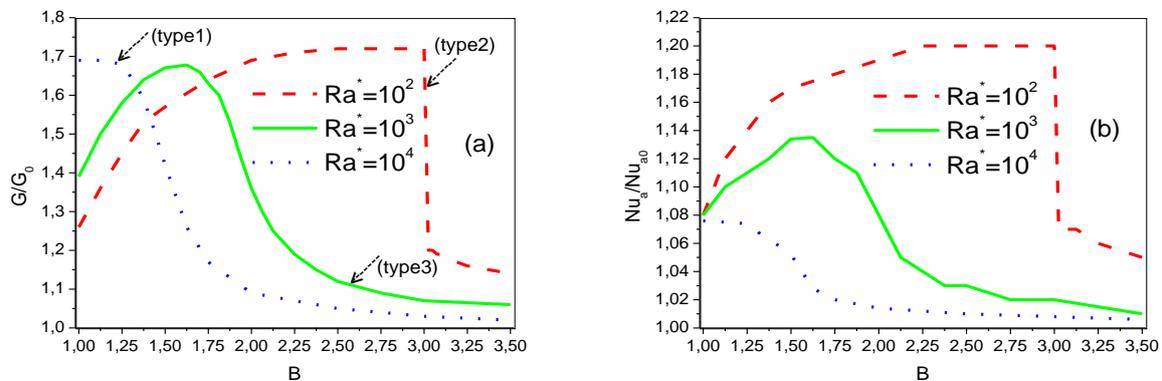


Figure 2: Variation du rapport G/G_0 (Figure 2a) et du rapport Nu_a/Nu_{a0} (Figure 2b) en fonction du rapport d'expansion (B) pour différents nombres de Rayleigh modifiés (Ra^*) lorsque $Er=1$.

Afin d'obtenir des valeurs quantitatives et pour une meilleure analyse de l'amélioration du débit massique et du coefficient de transfert de chaleur, les résultats sont présentés en termes des rapports G/G_0 et Nu_a/Nu_{a0} . G et Nu_a représentent respectivement le débit massique et le nombre de Nusselt moyen dans le système canal-cheminée alors que G_0 et Nu_{a0} sont relatifs au canal simple. Les simulations numériques montrent que les profils du rapport G/G_0 en fonction du rapport d'expansion B peuvent être classés en trois types, comme le montre la figure 2a. Ces profils ont été obtenus pour le même rapport d'extension ($Er=1$) en variant seulement le nombre de Rayleigh modifié (Ra^*).

Type 1: Lorsque $Ra^* = 10^4$, la variation du rapport G/G_0 en fonction de B a l'allure de la moitié d'une courbe en cloche. La valeur maximale de G/G_0 qui est de l'ordre de 1,69, est obtenue en $B=1$, i.e., lorsque la cheminée et le canal ont la même largeur. Ce type de courbe est aussi obtenu pour $Ra^* = 10^4$ et 5×10^4 lorsque $Er \leq 1$. Par conséquent, l'élargissement de la cheminée est inutile lorsque sa hauteur ne dépasse pas celle du canal.

Type 2: Lorsque $Ra^* = 10^2$, la variation du rapport G/G_0 en fonction de B présente trois phases distinctes: une phase de croissance, une chute et enfin une phase où la décroissance est légère. Dans la première phase, le rapport G/G_0 augmente rapidement pour atteindre une valeur maximale, de l'ordre de 1,7 qui persiste jusqu'à $B = 3$. Cette portion de profil a la forme typique d'une courbe de charge. La deuxième phase se produit en une valeur critique de B , $B_c = 3,025$, où le rapport G/G_0 diminue fortement jusqu'à 1,23. Finalement, dans la dernière phase, le rapport G/G_0 décroît légèrement pour atteindre une valeur asymptotique proche de 1. Ce type de courbe est uniquement obtenu lorsque $Ra^* = 10^2$ et $Er \geq 0,75$.

Type 3: Lorsque $Ra^* = 10^3$, la variation du rapport G/G_0 en fonction de B a l'allure d'une portion de courbe en cloche. Le rapport G/G_0 augmente jusqu'à atteindre sa valeur maximale (de l'ordre de 1,69) en $B = 1,625$. Ensuite, ce rapport diminue au fur et à mesure avec B . Ce profil typique est observé pour le reste des cas étudiés et il est le plus rencontré pour le système canal-cheminée. Il permet la détermination de la valeur optimale du rapport d'expansion (B_{opt}) maximisant le débit massique.

Sur la figure 2b, les profils obtenus pour le rapport Nu_a/Nu_{a0} sont similaires à ceux du rapport G/G_0 . Les deux rapports G/G_0 et Nu_a/Nu_{a0} varient qualitativement de la même manière en fonction de B . Par conséquent,

une valeur optimale du rapport d'expansion (B_{opt}) maximise à la fois le débit massique et le nombre de Nusselt moyen. Cependant, les variations du rapport G/G_0 en fonction de B sont plus sensibles que ceux du rapport Nu_a/Nu_{a0} .

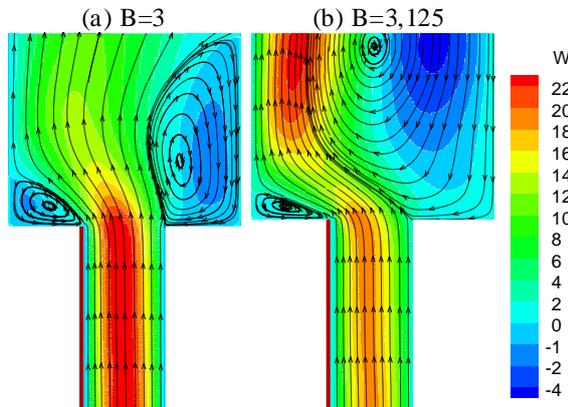


Figure 3: Lignes de courant et champs verticaux de la vitesse pour $Ra^* = 10^2$ et $Er = 1$: (a) $B=3$ et (b) $B=3,125$.

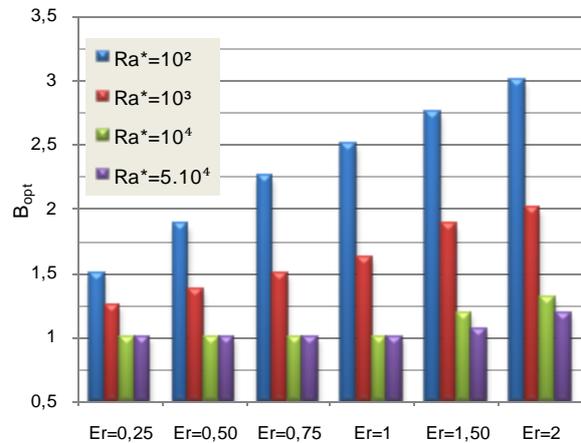


Figure 4: Variation du rapport d'expansion optimal (B_{opt}) en fonction du rapport d'extension (Er) pour différents nombres de Rayleigh modifiés (Ra^*).

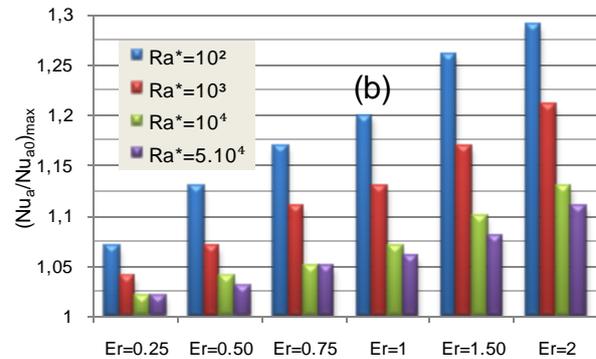
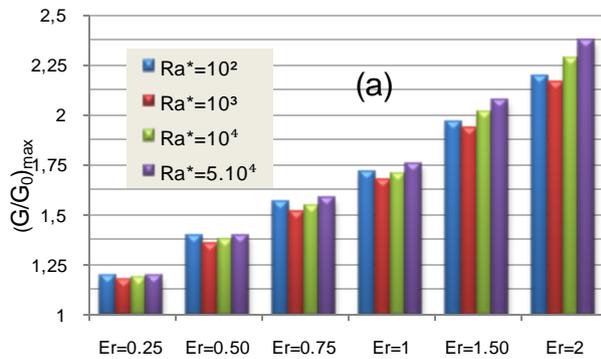


Figure 5: Variation du rapport $(G/G_0)_{max}$ (Figure 5a) et du rapport $(Nu_a/Nu_{a0})_{max}$ (Figure 5b) en fonction du rapport d'extension (Er) pour différents nombres de Rayleigh modifiés (Ra^*).

Sur la figure 3 sont représentés les lignes de courant et les champs de la composante verticale de la vitesse pour $Er=1$ et $Ra^* = 10^2$ (deuxième type de profil), lorsque $B=3$ (figure 3a) et $B=3,125$ (figure 3b). Dans le cas où $B=3$, i.e., juste avant la chute du rapport G/G_0 , on observe l'existence de deux tourbillons au niveau des coins de la cheminée. Le tourbillon de gauche est de petite taille tandis que celui de droite est de taille plus importante. Le gros tourbillon atteint sa taille maximale (celle de la hauteur de la cheminée) pour $B=3$. Lorsqu'on augmente légèrement B ($B=3,125$), ce gros tourbillon disparaît et laisse la place à une grande zone de recirculation occupant la majeure partie de la cheminée. Cette grosse structure dévie les lignes de courant vers la gauche et inhibe le mouvement du fluide dans le canal en réduisant considérablement la vitesse d'écoulement.

Dans ce qui suit, nous envisageons d'étudier la variation du rapport d'expansion optimal (B_{opt}) en fonction de Ra^* et Er . La figure 4 montre que B_{opt} est compris entre 1 et 3 lorsque le nombre de Rayleigh modifié Ra^* et le rapport d'extension Er sont dans les gammes suivantes : $10^2 \leq Ra^* \leq 5 \cdot 10^4$ et $0,25 \leq Er \leq 2$. La variation de B_{opt} est importante lorsque Ra^* est faible alors qu'elle est faible lorsque Ra^* est modéré. Par exemple, les valeurs de B_{opt} varient entre 1,5 et 3 pour $Ra^* = 10^2$ alors qu'elles ne dépassent pas 1,25 pour $Ra^* = 5 \cdot 10^4$.

Les valeurs des rapports $(G/G_0)_{max}$ et $(Nu_a/Nu_{a0})_{max}$ correspondant aux rapports d'expansion optimaux (B_{opt}) sont aussi étudiées en fonction de Er et Ra^* (Figure 5). $(G/G_0)_{max}$ représente le rapport du débit massique pour un rapport d'expansion optimal par rapport à celui du canal simple pour le même nombre de Rayleigh modifié. Egalement, $(Nu_a/Nu_{a0})_{max}$ représente le rapport des nombres de Nusselt moyen pour ces mêmes cas. Sur la figure 5a, on remarque que le rapport $(G/G_0)_{max}$ augmente en fonction du rapport d'extension alors qu'il est peu sensible à la variation du nombre de Rayleigh modifié. Il est à noter que l'amélioration du débit massique atteint 100% pour $Er=1,5$. En ce qui concerne le transfert de chaleur, le rapport $(Nu_a/Nu_{a0})_{max}$ augmente avec Er notamment pour les faibles nombres de Rayleigh. En effet, pour $Ra^* = 10^2$, ce rapport passe de 1,07 ($Er=0,25$) à 1,29 ($Er=2$) alors qu'il est entre 1,02 ($Er=0,25$) et 1,11 ($Er=2$) pour $Ra^* = 5 \cdot 10^4$. Le système canal-cheminée est alors plus efficace thermiquement pour les faibles nombres de Rayleigh modifiés.

En conclusion, le rapport d'expansion optimal (B_{opt}) ainsi que les rapports $(G/G_0)_{max}$ et $(Nu_a/Nu_{a0})_{max}$ ont été corrélés au rapport d'extension Er et au nombre de Rayleigh modifié Ra^* . Pour une meilleure précision, deux types de corrélations ont été proposées pour B_{opt} : la première de la forme $B_{opt} = n*(Er)^m$ pour les faibles valeurs de Ra^* ($Ra^* = 10^2$ et 10^3), alors que la deuxième est de la forme $B_{opt} = n*(Er) + m$ pour les valeurs modérées ($Ra^* = 10^4$ et 5×10^4). Les coefficients n et m sont donnés dans le tableau 1.

De même pour le rapport $(Nu_a/Nu_{a0})_{max}$ où $(Nu_a/Nu_{a0})_{max} = r*(Er)^s$ pour les faibles valeurs de Ra^* ($Ra^* = 10^2$ et 10^3) et $(Nu_a/Nu_{a0})_{max} = r*(Er) + s$ pour les valeurs modérées ($Ra^* = 10^4$ et 5×10^4). Les coefficients r et s sont résumés dans le tableau 2.

Pour le rapport $(G/G_0)_{max}$ une seule corrélation est proposée pour tous les nombres de Ra^* analysés ($R^2 = 0,99$) : $(G/G_0)_{max} = 0,604*(Er) + 1,081$.

Tableau 1. Coefficients des corrélations de B_{opt} .

Ra^*	n	m	R^2
10^2	2.419	0.339	0.995
10^3	1.663	0.234	0.985
10^4	0.183	0.920	0.975
5×10^4	0.103	0.944	0.915

Tableau 2. Coefficients des corrélations de $(Nu_a/Nu_{a0})_{max}$.

Ra^*	r	s	R^2
10^2	1.207	0.091	0.997
10^3	1.137	0.072	0.986
10^4	0.062	1.006	0.998
5×10^4	0.050	1.007	0.995

Nomenclature

Ar rapport de forme du canal ($Ar = h/b$)
 b largeur du canal (m)
 b' largeur de la cheminée (m)
 B rapport d'expansion ($B = b'/b$)
 Er rapport d'extension ($Er = h'/h$)
 g accélération de la gravité (m/s^2)
 G débit massique adimensionnel
 h hauteur du canal (m)
 h' hauteur de la cheminée (m)
 \vec{n} normale sortante
 Nu nombre de Nusselt local
 Nu_a nombre de Nusselt moyen
 p pression (Pa)
 P pression motrice adimensionnel
 Pr nombre de Prandtl
 q flux de chaleur (W/m^2)
 Ra nombre de Rayleigh
 Ra^* nombre de Rayleigh modifié ($Ra^* = Ra/Ar$)
 t temps adimensionnel

t' temps (s)
 T température adimensionnel
 u, w composantes (longitudinale, verticale) de la vitesse (m/s)
 U, W composantes adimensionnelles de la vitesse
 x, z coordonnées cartésiennes
 X, Z coordonnées cartésiennes adimensionnelle

Symboles grecs

β coefficient d'expansion volumique ($1/K$)
 θ température (K)
 ν viscosité cinématique (m^2/s)
 ρ masse volumique (Kg/m^3)
 Δ différence entre deux valeurs
 α diffusivité thermique (m^2/s)
 λ conductivité thermique (W/mK)

Exposant, Indices

0 canal simple
 W paroi chauffée du canal
 max valeur maximale
 opt valeur optimale

Références

- [1] W. Elenbaas, Heat dissipation of parallel plates by free convection, Physica, Volume 9, Pages 1-28, 1942.
- [2] J.R. Bodoia et J.F. Osterle, The development of free convection between heated vertical plates, ASME Journal of Heat Transfer, Volume 84, Pages 40-44, 1962.
- [3] A. Auletta, O. Manca, B. Morrone et V. Naso, Heat transfer enhancement by the chimney effect in a vertical isoflux channel, Int. J. Heat Mass Transfer, Volume 44, Pages 4345-4357, 2001.
- [4] A. Andreozzi, B. Buonomo et O. Manca, Thermal management of a symmetrically heated channel-chimney system, International journal of thermal sciences, Volume 48, Pages 475-487, 2009.
- [5] O. Manca, M. Musto et V. Naso, Experimental analysis of asymmetrical isoflux channel-chimney systems, International journal of thermal sciences, Volume 42, Pages 837-846, 2003.
- [6] O. Manca, M. Musto et V. Naso, Experimental investigation of natural convection in an asymmetrically heated vertical channel with an asymmetric chimney, ASME Journal of heat transfer, Volume 127, Pages 888-896, 2005.