

Etude des champs hydrodynamique et thermique à l'intérieur de la goutte déposée sur un substrat chauffé

Mourad Tikobaini¹, Rachid Bennacer², Mohand Kessal¹, Rachid Boucetta¹

1 Faculté des Hydrocarbures et de la Chimie, Université de Boumerdès, 35000. Algérie
2 ENS-Cachan Dpt GC/ LMT /CNRS UMR 8535. 61, Av du Président Wilson 94235 Cachan Cedex, France
m.kessal@voilà.fr, r_boucetta@yahoo.fr
tik_mourad@yahoo.fr

Résumé : Dans ce travail, les phénomènes de transfert thermique au sein d'une goutte liquide en évaporation sont modélisés sur la base des équations classiques de conservation. Une simulation numérique bidimensionnelle du comportement thermo-hydraulique de la goutte déposée sur un substrat chauffé est réalisée. Cette simulation est réalisée à l'aide d'un algorithme de résolution des équations de conservation en prenant en considération les différents mécanismes thermiques (transfert par conduction avec le substrat, transfert par convection), les écoulements induits par les gradients de tension surfaciques et les forces de volume (due aux gradients de température au sein de la goutte ainsi qu'une quantification de la diffusion de vapeur autour de la goutte. Les résultats portent sur les champs de température et l'écoulement à l'intérieur de la goutte.

Mots clés :

Évaporation, effet de Marangoni, goutte, transfert de chaleur.

1. Introduction

Les phénomènes de transfert de chaleur dans les gouttes sont d'intérêt incontestable tant sur le plan fondamental que sur le plan industriel. L'évaporation d'une goutte liquide est une opération simultanée de transfert de la chaleur et de la masse dont laquelle la chaleur est transférée par la conduction et la convection à l'intérieur de la goutte cependant le transfert de masse s'effectue par la diffusion de la vapeur à la l'interface liquide-vapeur de la goutte.

Plusieurs travaux expérimentaux, analytiques et plus récemment numériques sont dédiés à l'étude de l'évaporation d'une goutte liquide sessile et d'aérosol (suspendue). Au premier temps, [1] ont étudié l'évaporation de la goutte sessile analytiquement. Par la suite, d'autres travaux expérimentaux [2] ont fait l'objet de l'étude de comportement de la goutte lors de l'évaporation. A l'arrivée des ordinateurs puissants, les travaux numériques et expérimentaux ([8], [3], [4], [5], [6], [7], [9] et [10]) sont réalisés sur l'évaporation de la goutte liquide sessile en considérant les différents paramètres physiques et géométriques de la goutte.

L'objectif de ce travail consiste à analyser l'évaporation de la goutte sessile sur un substrat chauffé pour les deux régimes d'évaporation rapide et lent.

2. Modèle théorique

Compte tenu de la forme révolutionnaire et symétrique de la goutte, le calcul est limité à une portion symétrique de la goutte. L'étude de l'évaporation de la goutte sessile étant bidimensionnelle axisymétrique, les équations mise en jeu sont écrites en coordonnées cylindriques. Les dimensions de la goutte dans le repère orthonormé sont mentionnées sur le schéma ci-contre.

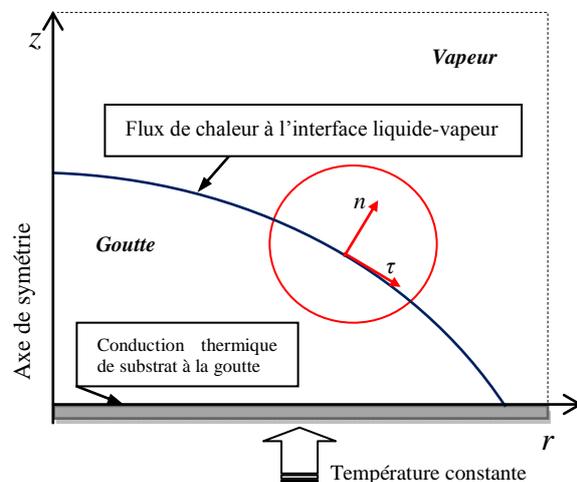


Figure 1 : Représentation du système physique

2.1. Les équations de conservation sous leur forme adimensionnelle

L'équation de conservation de la masse :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

Les équations de conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \text{Pr} \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{u}{r^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \text{Pr} \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + RaT \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial r} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (4)$$

2.2. Les conditions initiales et les conditions aux limites adimensionnelles

2. 2.1. Les conditions initiales

Ce système d'équations différentielles est fermé à l'aide des conditions aux limites appropriées :

$$\text{à } t = 0 \quad u = 0, \quad w = 0, \quad T = 0 \quad (5)$$

2. 2.2. Les conditions aux frontières

L'interface libre :

La vitesse u : $\partial u / \partial z = -Ma(\partial T / \partial r)$, La vitesse w : $w = 0$, Le flux de chaleur : $-\lambda_{liq}(\partial T / \partial n) = \dot{m}L_{vap}$

L'axe de symétrie $r = 0$: La vitesse u : $u = 0$, La vitesse w : $\partial w / \partial r = 0$, Le gradient de température T : $\partial T / \partial r = 0$

Au substrat $z = 0$: La vitesse u : $u = 0$, La vitesse w : $w = 0$, La température T : $T = 1$

3. Modèle théorique

Le modèle présenté par les équations précédentes est utilisé pour simuler le phénomène d'évaporation de la goutte sur un substrat chauffé. Le code de calcul est adopté pour simuler l'évaporation de la goutte déposée sur un substrat chauffé (température de substrat $T_{sub}=30^\circ\text{C}$), pour les régimes d'évaporation étudiés. Le code consiste en la résolution numérique des équations aux dérivées partielles précitées en utilisant la méthode des volumes finis afin de discrétiser ces dernières et le système d'équations algébriques global qui en résulte est résolu par la méthode ADI (Alternating direction implicit method).

Le type d'évaporation retenu dans cette étude est l'évaporation à un rayon de mouillage constant ($R=1\text{mm}$). Les résultats obtenus sont les champs de températures et de vitesses.

Le liquide de la goutte étudié est de l'eau caractérisé par les propriétés physiques de tableau 1 à $T = 22^\circ\text{C}$:

Tableau 1 : Données de calcul

Paramètres	ρ_{eau} (Kg/m^3)	β_{eau} ($^\circ\text{C}^{-1}$)	L_{vap} (J/Kg)	μ_{eau} (Pa.s)	ν_{eau} (m^2/s)	σ_{eau} (N/m)	α_{eau} (m^2/s)	λ_{eau} ($\text{W}/\text{m.K}$)
Valeurs à $T = 22^\circ\text{C}$	997.76	225.937×10^{-6}	2450×10^3	957.87×10^{-6}	0.96×10^{-6}	72.455×10^{-3}	1.4416×10^{-7}	0.60169

Dans les conditions ambiantes, l'évaporation de liquide (eau) se produit à des températures inférieures de la température d'ébullition de l'eau ($T_{eb}=100^\circ\text{C}$). D'après la littérature, La variation globale de température dans la goutte liquide n'atteint pas ($\Delta T=1^\circ\text{C}$, Girard et al. [9]). Ces variations de températures conduisent à de nombre de Rayleigh minime. Pour des données précitées et ($\Delta T=1^\circ\text{C}$), nous trouvons le nombre de Rayleigh égal à ($Ra=16.016$) qu'est largement inférieur à Rayleigh critique. En conséquence, le transfert thermique dans la goutte s'opère essentiellement par conduction. En d'autre terme, dans la goutte de petite taille, la conduction domine la convection libre.

La température de la surface du substrat est égale $T_{sub}=30^{\circ}\text{C}$ reste constante durant le processus de l'évaporation qui permet une évaporation lente sans risque de création d'autres phénomènes comme (nucléation, ébullition).

3.1. Les champs hydrodynamique et thermique à l'intérieur de la goutte pour l'évaporation en régime transitoire rapide

Dans le premier cas, nous considérons que la saturation est atteinte rapidement dans la phase vapeur et la variation de volume de la goutte en cours du processus d'évaporation reste inchangée pour ce laps de temps. Nous supposons qu'à l'interface liquide-vapeur le transfert thermique est limité à la diffusion. Le transfert par convection et par conduction dans la phase vapeur autour de la goutte est négligé. Pour les conditions thermiques à l'interface, nous imposons le flux de chaleur à l'interface de la goutte uniforme dont le taux d'évaporation global est calculé par l'expression de Hu et Larson [5].

Les données utilisées, dans notre étude, pour le calcul de taux d'évaporation global sont:

La concentration de la vapeur saturée à la surface de la goutte $c_s = 2.32 \times 10^{-2} \text{ Kg/m}^3$.

L'humidité relative de la phase vapeur $H = 0.6$

Le coefficient de diffusion de la vapeur $D_{vap} = 31.918 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$.

L'application de la formule:

$$\dot{m}(t) = -\pi R D_{vap} (1-H) c_{sat} (0.27\theta^2 + 1.30) \quad (6)$$

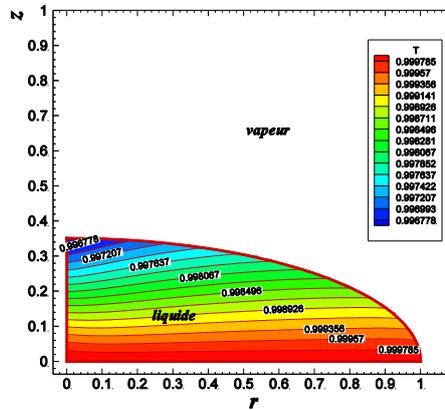


Figure 2 : Courbes isothermes pour taux d'évaporation total $\dot{m} = -12.3383 \times 10^{-9} \text{ g/s}$

Dans la fig. 2, pour un nombre de Rayleigh nul ($Ra=0$), et en l'absence de toute autres forces, cela signifie que la conduction est le seul mode de transfert de chaleur dans la goutte, la solution transitoire (à $t=24\text{s}$) de l'équation de l'énergie montre qu'à la ligne triple la température est plus élevée et elle diminue sensiblement le long de l'interface jusqu'à l'apex de la goutte. Pour ce cas, le programme est validé par la solution semi-analytique de la conduction de chaleur dans la sphère soumise à une convection sur sa surface.

3.2. Les champs hydrodynamique et thermique à l'intérieur de la goutte pour l'évaporation en régime transitoire lent

Les études faites jusqu'à nos jours, montrent que le taux d'évaporation local n'est pas uniforme sur la surface de la goutte et l'existence d'une singularité au voisinage de la ligne triple où l'évaporation est plus intense. Pour prendre en compte la distribution non uniforme de taux d'évaporation sur la surface libre de la goutte, nous utilisons la formule approchée de Deegan et al. [11], pour les conditions aux frontières thermiques sur la surface libre de la goutte. Cette dernière nommée aussi de loi de puissance présentée sous la forme suivante :

$$\dot{m} = \dot{m}_0 (\rho_{sat}, \rho_{inf}, D_{vap}) \times \left(1 - (r/R)^2\right)^{-\lambda(\theta)} \quad (7)$$

Où ρ_{sat} , ρ_{inf} , D_{vap} et λ désignent respectivement, la masse volumique de la vapeur saturante à la surface de la goutte, la masse volumique de la vapeur loin de la goutte, le coefficient de diffusion de la vapeur et l'exposant dépend de l'angle de contact de la goutte.

En imposant cette condition et pour un nombre de Rayleigh nul ($Ra \approx 0$), nous constatons que la répartition de champ de températures (courbes isothermes fig.3) à l'intérieur de la goutte n'est pas uniforme. Par ailleurs, sur la courbe nous observons une diminution de température au voisinage de la ligne triple.

Afin d'analyser l'effet de Marangoni seul sur l'écoulement dans la goutte, nous posons le nombre de Rayleigh ($Ra \approx 0$) et le volume de la goutte est constant. Comme première approximation, une telle hypothèse est justifiée dans notre étude parce que la vitesse de variation du volume (vitesse de l'interface liquide-vapeur) de la goutte est faible devant la vitesse caractéristique ($v_{vap} = D_{vap}/R$) de la diffusion de la vapeur dans la phase vapeur.

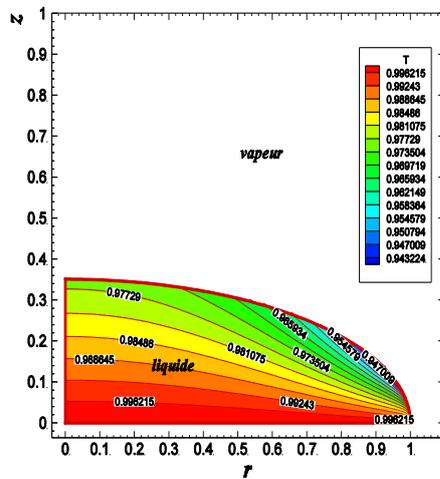


Figure 3 : Courbes isothermiques ($Ra \approx 0, Ma=1$)

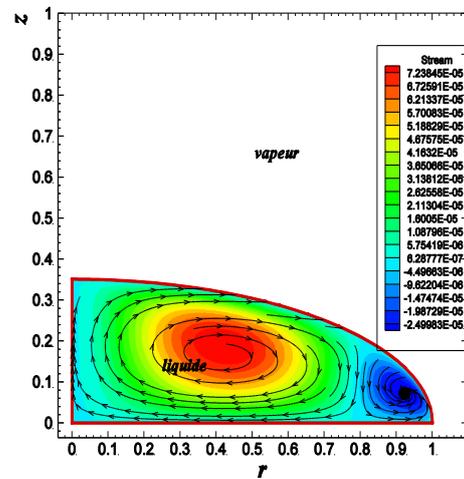


Figure 4 : Courbes des lignes de courant et le sens de l'écoulement pour ($Ra \approx 0, Ma=1$)

Nous observons que le gradient de température donne naissance à des écoulements de Marangoni qui vont de la ligne triple dans le sens de l'aiguille de montre. Il en résulte que l'écoulement circule de la zone chaude vers la zone froide en créant ainsi des rouleaux de Marangoni. Le calcul de la température adimensionnelle moyenne à l'intérieur de la goutte est de $T_{moy} = 0.978047$.

La figure 4, montre les lignes de courant et le sens de l'écoulement avec deux recirculations contra-rotation générées par l'effet de gradient de température à l'interface liquide-vapeur.

Les composantes de vitesse de l'écoulement sont illustrées dans la figure 5 dont l'intensité est faible à cause de faible nombre de Marangoni imposé ($Ma=1$).

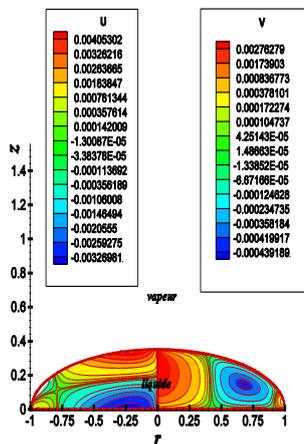


Figure 5 : Courbe isovitesse ($Ra \approx 0, Ma=1$)

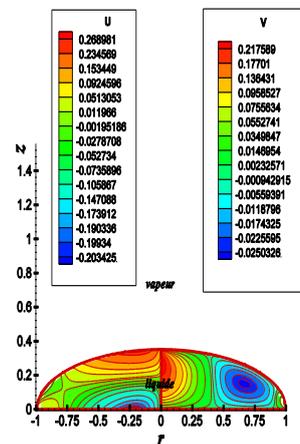


Figure 6 : Courbes isovitesse ($Ra \approx 0, Ma=50$)

La figure 6, montre les lignes de courant et le sens de l'écoulement avec deux recirculations contra-rotation générées par l'effet de gradient de température à l'interface liquide-vapeur. Pour un nombre de Marangoni ($Ma=50$), nous observons, visiblement, l'augmentation de l'intensité des composantes de vitesse de l'écoulement en valeur absolue. La figure 6, montre une augmentation significative de l'ordre de (100) par rapport au cas de ($Ma=1$) de la vitesse de l'écoulement. Ces résultats sont qualitativement en accord avec les travaux Hu et Larson [5] et F. Girard et al [10].

4. Conclusion

Les résultats obtenus montrent bien l'influence déterminante de la répartition non uniforme de flux de chaleur (taux d'évaporation locale) à l'interface liquide-vapeur de la goutte sur le champ de température et le champ de vitesse à l'intérieur de la goutte dans le cas d'un substrat maintenu à une température uniforme et constante (30°C). La présence d'un gradient de température à l'interface liquide-vapeur de la goutte influence la tension superficielle de liquide (eau) selon une fonction linéaire de pente négative qui provoque à son tour l'écoulement à l'intérieur de la goutte (convection de Marangoni).

Dans cette étude, l'effet de Marangoni est mis en évidence et une analyse de tous les résultats a permis de conclure que l'augmentation de nombre de Marangoni fait augmenter la température et l'intensité de la vitesse à l'intérieur de la goutte.

Nomenclature

c_{sat}	Concentration de la vapeur saturée à la surface de la goutte, Kg/m^3	u	Composante radiale de la vitesse adimensionnelle
C_p	Chaleur spécifique, $J.Kg^{-1}.K^{-1}$	U	Composante radiale de la vitesse dans le nouveau repère
D_{vap}	Coefficient de diffusion de la vapeur, m^2/s	V	Composante verticale de la vitesse dans le nouveau repère
H	Humidité relative, %	v_{vap}	Vitesse caractéristique de la vapeur
g	Accélération de la gravité, m/s^2	w	Composante verticale de la vitesse adimensionnelle
L_{vap}	Chaleur latente de vaporisation, J/kg	z	Coordonnée cylindrique verticale
\dot{m}	Taux d'évaporation total, g/s		
n	Vecteur unitaire normal		
P	Pression adimensionnelle		
r	Coordonnée cylindrique radiale dimensionnelle		
t	Temps adimensionnel		
R	Rayon de base de la goutte, m		
T	Température adimensionnelle		
T_{amb}	Température ambiante, °C		
$T_{éb}$	Température d'ébullition, °C		
T_{moy}	Température moyenne adimensionnelle		
T_{sub}	Température de substrat, °C		
			Les nombres sans dimension
		Gr	Nombre de Grashof, $Gr = (g.\beta/v^2)\Delta T.R^3$
		Ma	Nombre de Marangoni, $Ma = -(d\sigma/dT)(\Delta T.R/a.\mu)$
		Pr	Nombre de Prandtl, $Pr = \nu/\alpha$
		Ra	Nombre de Rayleigh, $Ra = (g.\beta/v.a)\Delta T.R^3$

Références

- [1] R. G. Picknett, R. J. Bexon, "The Evaporation of Sessile or Pendant Drops in Still Air". Journal of Colloid and Interface Science, Vol. 61, No. 2, (1977).
- [2] K. Sefiane, "The coupling between evaporation and adsorbed surfactant accumulation and its effect on the wetting and spreading behavior of volatile drops on a hot surface" Journal of Petroleum Science and Engineering 51 (2006) 238–252
- [3] C. Bourges-Monnier et M. Shanahan, "Influence of evaporation on contact angle", Langmuir, 11(1995): 2820–2829.
- [4] S. Chandra et al., "Effect of liquid-solid contact angle on droplet evaporation" Fire safety Journal 27 (1996) 141-158.
- [5] H. Hu, et R. Larson, "Evaporation of a sessile droplets on a substrate" J. Phys. Chem. B (2002) 1334-1344.
- [6] O.E. Ruiz, W.Z. Black, "Evaporation of water droplets placed on a heated horizontal surface". Trans. ASME, J. Heat Transfer 124 (5) (2002) 854–863.
- [7] R. Mollaret, K. Sefiane, J. R. E. Christy, and D. Veyret, "experimental and numerical investigation of the evaporation into air of a drop on a heated surface", Chemical Engineering Research and Design, (2004), 82(A4): 471–480
- [8] M. di Marzo, D. D. Evans, "Evaporation of a water droplet deposited on a hot high thermal conductivity surface", Trans. ASME, J. Heat Transfer 111 (1989) 210–213.
- [9] Fabien Girard, Mickaël Antoni, Sylvain Faure, Annie Steinchen, "Evaporation and Marangoni driven convection in small heated water droplets". Langmuir, 2006, 22 (26), pp 11085–11091.
- [10] F. Girard, M. Antoni, K. Sefiane, "On the effect of Marangoni flow on evaporation rates of heated water drops". Langmuir, 2008, 24 (17), pp 9207–9210.
- [11] R.D. Deegan, O. Bakajin, T.F. Dupont, G. Huber, S.R. Nagel, T.A. Witten, "Contact line deposits in an evaporating drop". Phys. Rev. E 62 (2000) 756–765.