

Modélisation mathématique des cinétiques de séchage en couches minces des tomates

Amira Belghith, Sofien Azzouz et Afif ElCafsi

Laboratoire d'Energétique et des Transferts Thermique et Massique. Département de Physique, Faculté des Sciences de Tunis. Campus Universitaire, 2092, Manar II, Tunis, Tunisie.

*Amira_belghith@live.fr

*Soufien.Azzouz@fst.rnu.tn

Résumé - Le présent travail étudie le comportement de la tomate tunisienne lors d'une opération de séchage par l'air chaud. Il s'intéresse à l'approche macroscopique expérimentale qui consiste à déterminer le comportement cinétique des tomates au cours de leur séchage dans des conditions, de la température et de débit de l'air contrôlées. Les courbes expérimentales de séchage obtenues sont approchées par quatre modèles mathématiques, empiriques et semi-théoriques, existant dans la littérature dans le but de décrire le séchage convectif en couches minces de la variété de tomates étudiée. Une détermination des isothermes de désorption a été menée. Les courbes de désorption obtenues sont ensuite approchées par un modèle semi-théorique permettant de déterminer la teneur en eau d'équilibre du produit étudié.

Mots clés :

Séchage convectif, Cinétiques de séchage, Isothermes de désorption, Modélisation mathématique, courbe caractéristique.

1. Introduction

Le séchage est l'une des principales techniques de préservation des produits agricoles et alimentaires. C'est par ailleurs un procédé qui intervient dans la fabrication de nombreux produits alimentaires, comme étape à part entière de la transformation ou à titre accessoire (congélation, cuisson, ...). Si l'on se réfère à de nombreux travaux sur le séchage des produits agro-alimentaires, on constate qu'il est difficile de mettre en équation l'évolution de ces produits au cours du séchage. Seule une étude expérimentale permet de déterminer leur cinétique de séchage [1]. Il semble donc utile d'étudier la variation de la teneur en eau et de la vitesse de séchage en fonction du temps pour différents paramètres aérothermiques contrôlables à l'aide d'un séchoir convectif à l'échelle du laboratoire et de trouver un modèle mathématique permettant de détecter la fin de ce procédé et de prédire le comportement des produits au cours d'une telle opération [2].

2. Isothermes de désorption

La détermination expérimentale des isothermes de désorption est assurée par la méthode gravimétrique statique qui consiste à déposer les échantillons dans des conditions, de température et d'humidité relative, ambiantes fixées. Les isothermes de désorption ont été déterminées à 45, 50, 60 et 65 °C. Les échantillons, disposant d'une masse initiale variante de 1,35 g à 1,87 g, sont suspendus dans huit bocal contenant chacun une solution saline saturée ajustant l'humidité relative ambiante (tableau 1).

Les huit bocal sont ensuite placés dans une étuve réglée à la valeur de la température souhaitée, jusqu'à atteindre l'équilibre thermodynamique entre l'échantillon et son milieu environnant, de manière à ce que la masse de chaque échantillon reste constante.

La distribution des points expérimentaux relatifs aux isothermes de désorption de tomate pour les quatre températures étudiées est illustrée sur la figure 1.a. Ces courbes présentent une allure sigmoïdale indiquant les trois zones de liaison de l'eau. Elles sont de types II, caractéristique des produits agroalimentaires, aromatiques et médicinaux. L'examen des quatre isothermes obtenues montre que pour une même activité de l'eau l'augmentation de la température provoque une réduction de la teneur en eau d'équilibre.

Tableau 1 : Activités de l'eau des solutions salines correspondantes à chaque température

a_w	KOH	LiCl	MgCl ₂	K ₂ CO ₃	NaBr	NaNO ₃	NaCl	KCl
$a_w(45^\circ\text{C})$	0,059	0,112	0,311	0,429	0,519	0,670	0,745	0,812
$a_w(50^\circ\text{C})$	0,057	0,111	0,305	0,427	0,509	0,690	0,744	0,807
$a_w(55^\circ\text{C})$	0,055	0,109	0,293	0,421	0,497	0,673	0,745	0,798
$a_w(60^\circ\text{C})$	0,054	0,109	0,285	0,418	0,495	0,666	0,747	0,817

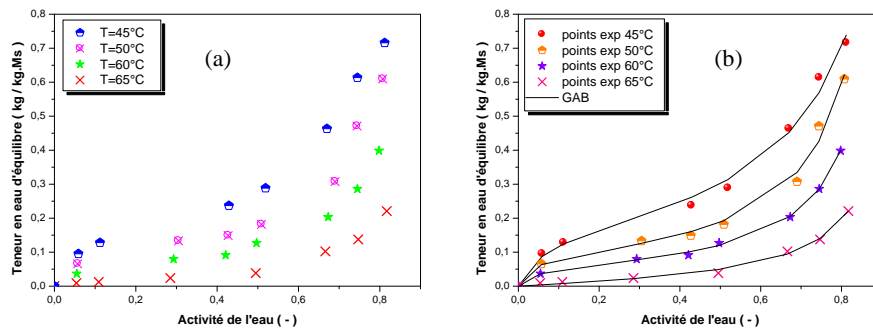


Figure 1 : Isothermes de désorption déterminées à quatre températures différentes

D'après la littérature, de nombreux modèles mathématiques ont été élaborés pour corréliser la teneur en eau d'équilibre à l'activité de l'eau [3]. Afin de trouver une corrélation satisfaisante de nos résultats expérimentaux, nous avons testé plusieurs modèles ; les plus adaptés au comportement des tomates ; indiqués dans le tableau 2. En se basant sur les critères de comparaison, on constate que nos courbes expérimentales suivent le modèle de GAB à 3 paramètres (figure 1.b). Ce modèle est largement utilisé pour prédire et analyser les isothermes de désorption des produits agro-alimentaires et il est connu par sa description fiable de ces derniers [4].

Tableau 2 : Modèles des isothermes de sorption

Modèle	Equation du modèle
GAB (1946)	$X_{\text{éq}} = \frac{X_m \cdot C \cdot K \cdot a_w}{(1 - K \cdot a_w)(1 - K \cdot a_w + C \cdot K \cdot a_w)}$
Oswin (1946)	$X_{\text{éq}} = C \left(\frac{a_w}{1 - a_w} \right)^k$
Henderson (1952)	$X_{\text{éq}} = \left(- \frac{\ln(1 - a_w)}{C} \right)^{1/k}$
BET (1938)	$X_{\text{éq}} = \frac{X_m \cdot C \cdot a_w}{(1 - a_w)(1 + (C - 1)a_w)}$
Halsey (1948)	$X_{\text{éq}} = \left(- \frac{C}{\ln a_w} \right)^{1/k}$

3. Équipement et procédé de séchage

Les cinétiques de séchage ont été déterminées dans la gamme de température allant de 45 °C à 65 °C, d'humidité relative 32, 24 et 16 %, pour deux valeurs de la vitesse de l'air asséchant 0,5 m/s et 2 m/s et pour une monocouche de tomates coupées en 4 et en 2.

L'unité de séchage utilisée dans cette étude est une soufflerie climatique construite et installée dans le Département de Physique de la Faculté des Sciences de Tunis, en Tunisie. L'écoulement de l'air, vertical et produit par un ventilateur centrifuge, arrive perpendiculairement à l'intérieur d'un tunnel pour traverser la face supérieure des échantillons disposés sur la grille perforée (27*20cm²) dans la veine d'essai, et ce, afin d'obtenir une circulation d'air uniforme. Au niveau de la veine d'essai, les conditions de l'agent séchant (température, vitesse et humidité relative) sont contrôlées automatiquement, grâce à un automate programmable commandé par ordinateur (Figure 2). La perte de la masse a été obtenue par une mesure périodique du poids des échantillons au cours du séchage à des intervalles de 10 minutes au moyen d'une balance numérique connectée à un ordinateur qui assure l'acquisition des données.

Les tomates utilisées disposent d'une teneur en eau initiale variante de 15,99 à 16,24 kg d'eau/kg de matière sèche. La masse sèche des échantillons séchés est obtenue selon la méthode AOAC (2000) [5] qui consiste à les accompagner d'une dessiccation à l'étuve à 105 °C jusqu'à ce que leur masse demeure constante

4. Les cinétiques de séchage

Les différentes courbes de l'évolution temporelle de la teneur en eau moyenne d'une monocouche de tomates coupée en 4 et à différents essais réalisés sont présentées sur la figure 2. Ces courbes ont une tendance exponentielle qui s'explique par leur caractère hygroscopique.

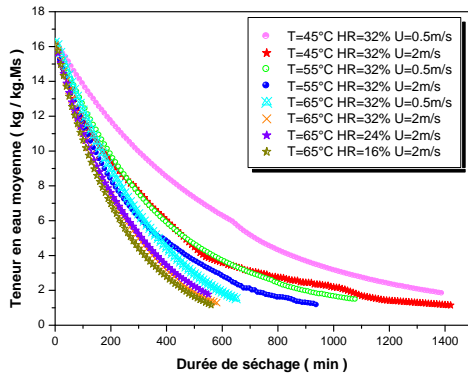


Figure 2 : Évolution temporelle de la teneur en eau moyenne de tomate

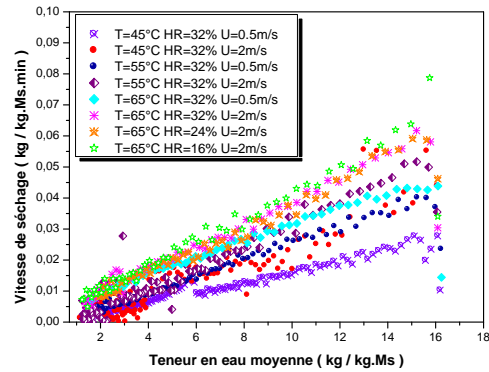


Figure 3 : Courbes de variation de la vitesse de séchage

La forme de la coupe a également un effet significatif sur la durée du séchage. En effet, pour une monocouche d'échantillons coupés en 4 pièces, le temps de séchage s'est réduit de 38 % par rapport au temps de séchage des échantillons coupés en 2. Ce résultat s'explique par l'augmentation de la surface d'échange entre le milieu extérieur et les échantillons et par conséquent, il n'y a pas de résistances internes suffisantes pour ralentir le mouvement de diffusion du liquide. Les courbes de variation de la vitesse de séchage, relatives aux échantillons coupés en 4 sont présentées sur la figure 4 et indiquent que l'essentiel du processus s'effectue en période II du fait qu'ils présentent uniquement la phase à vitesse décroissante et la phase de mise en régime. La présence de la 2^{ème} phase de séchage est indicative d'une augmentation progressive de la résistance interne à la fois au mouvement de chaleur et de masse. Ainsi, la diffusion est le plus susceptible mécanisme physique régissant le mouvement de l'humidité dans les échantillons de tomate [6].

5. Courbe Caractéristique de séchage (CCS)

Le concept de cette courbe consiste à normaliser la teneur en eau moyenne et la vitesse de séchage, présentées précédemment, afin de pouvoir reporter et rassembler leur évolution pour toutes les conditions opératoires et d'en dégager une courbe moyenne descriptive, prédictive et unique à ce produit et à ces conditions (figure 4).

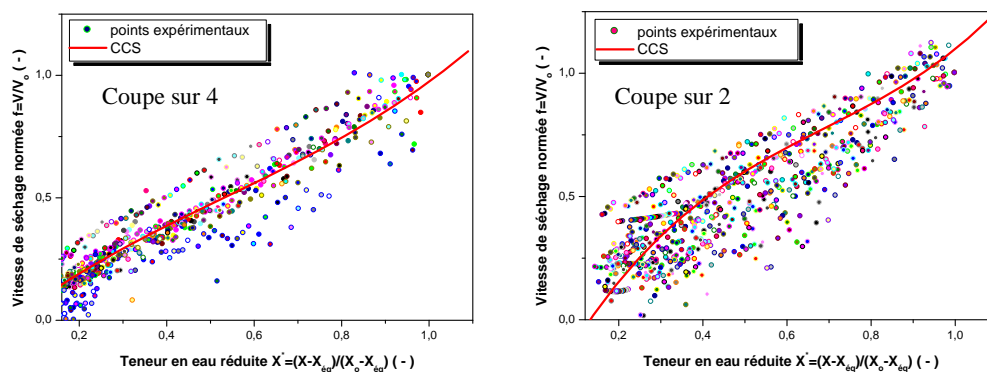


Figure 4 : Courbe Caractéristique de séchage d'une monocouche de tomate

Ces courbes à caractère distinctif de séchage de tomate sont valides uniquement dans les circonstances suivantes : température de l'air comprise entre 45 et 65 °C, vitesse de l'air variante de 0,5 à 2 m/s et pour une gamme d'humidité relative s'étendant de 16 % jusqu'à 32 %.

L'équation mathématique relative à la CCS est obtenue en appliquant une fonction polynomiale de degré 3 et est définie comme suit pour les différentes coupes effectuées :

- coupe sur 4 : $f = -0,057 + 1,42505 \cdot X^* - 1,06269 \cdot X^{*2} + 0,66857 \cdot X^{*3}$
- coupe sur 2 : $f = -0,37752 + 3,29882 \cdot X^* - 3,53805 \cdot X^{*2} + 1,7148 \cdot X^{*3}$

6. Modélisation mathématique

Etant donné la complexité des phénomènes intervenant lors du séchage d'un produit, plusieurs auteurs ont proposé des modèles mathématiques sous forme de relations empiriques ou semi-théoriques pour décrire les courbes du séchage. Les équations de ces modèles expriment l'évolution de la teneur en eau réduite X^* en fonction du temps :

$$X^* = \frac{X - X_{\text{éq}}}{X_o - X_{\text{éq}}} \quad (1)$$

Les modèles mathématiques de séchage en couches minces (présentés dans le tableau 3) ont trouvé une large application en raison de leur facilité d'utilisation. Ils n'utilisent pas les coefficients phénoménologiques et de couplage [7]. Toutefois, en raison de la nature non isotrope et non homogène des produits agricoles ainsi que leur forme irrégulière, la plupart des travaux effectués et basés sur les modèles de séchage en couches minces sont principalement de nature empirique [8].

Tableau 3 : Les différents modèles de séchage

Num.	Nom du modèle	Equation du modèle	Références
1	Page	$X^* = \exp(k \cdot t^n)$	Page (1949)
2	Midilli-Kucuk	$X^* = a \cdot \exp(-k \cdot t^n) + b \cdot t$	Midilli et al. (2002)
3	Approximation of diffusion	$X^* = a \cdot \exp(k \cdot t) + (1-a)\exp(k \cdot a \cdot t)$	Yaldiz et al. (2001)
4	Wang and Singh	$X^* = 1 + a \cdot t + b \cdot t^2$	Wang and Singh (1978)

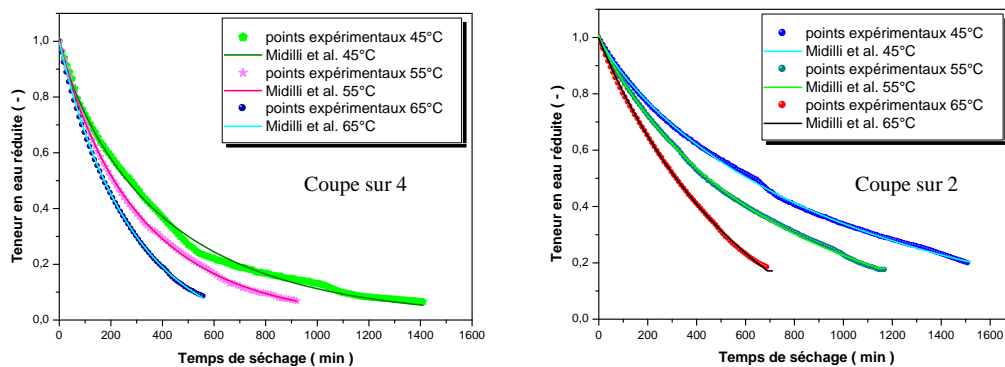
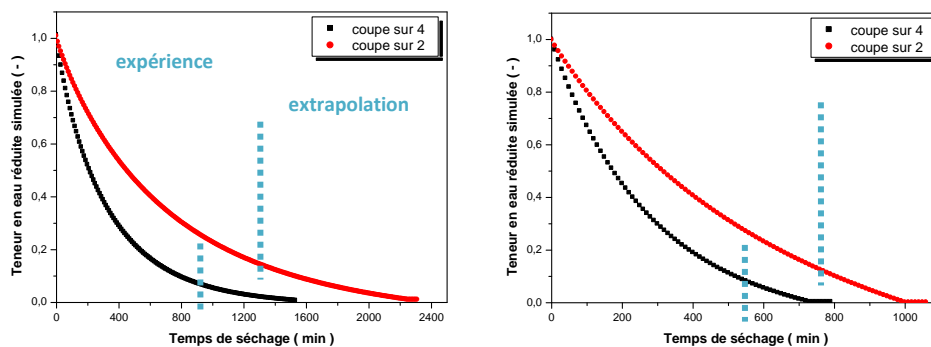


Figure 5 : Courbes expérimentales et lissées par le modèle Midilli-Kucuk à T=65 °C et U=2 m/s



T=55 °C, HR=32 % et U=2 m/s

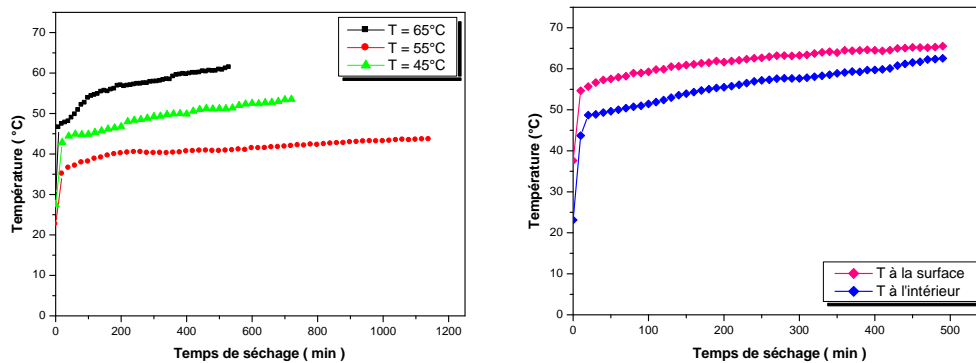
T=65 °C, HR=32 % et U=2 m/s

Figure 6 : Évolution temporelle de la teneur en eau réduite prédite par le modèle Midilli-Kucuk

En effet, les cinétiques de séchage obtenues expérimentalement ont été corrélées à quatre modèles largement répandues dans le processus de séchage et les plus adaptés au comportement des tomates. La qualité de l'ajustement est donnée par deux paramètres statistiques (R^2 : coefficient de corrélation et χ^2 -réduite) [9]. Les résultats de la modélisation mathématique d'une monocouche de tomates découpées en 4 et en 2 selon les conditions de séchage employées et les critères de comparaison relatifs aux quatre modèles testés ont montré que le modèle Midilli-Kucuk fournit la meilleure représentation des données expérimentales (figure 5). Les coefficients a et n varient très faiblement avec les paramètres de l'air de séchage. Cependant, les coefficients k et b varient avec la température et l'humidité relative de l'air de séchage.

Ainsi, par extrapolation et à partir du modèle de Midilli-Kucuk, on peut prévoir le temps total nécessaire pour sécher des morceaux de tomates, quelle que soit la température, l'humidité relative et la vitesse de l'air asséchant, jusqu'à ce qu'ils atteignent la teneur en d'équilibre, obtenue à partir des isothermes de désorption. Cette validation du modèle retenu est illustrée par la figure 6.

7. Courbes d'évolution de la température



(a) HR=32 % et U=2 m/s

(b) T=65 °C, HR=32 % et U=2 m/s

Figure 7 : Évolution temporelle de la température au cours du séchage

Les courbes de l'évolution de la température au sein du produit (figure 7.a) montrent que la température du produit augmente dès le début de cette opération et tend, sans palier, vers celle de l'air chaud. Ce qui confirme l'absence de la première phase de séchage sur les courbes de variation de la vitesse de séchage. L'existence d'un gradient de température entre l'intérieur de l'échantillon et sa surface est illustrée par la figure 7.b qui représente l'évolution temporelle de la température à la surface exposée à l'air de séchage et à l'intérieur d'un échantillon au cours du séchage. Ce gradient diminue quand le temps augmente.

Conclusion

D'après les résultats obtenus, on peut conclure que :

- les isothermes de désorption de la tomate, déterminées par la méthode gravimétrique statique basée sur l'utilisation des solutions salines saturées pour fixer l'humidité relative ambiante, présentent une allure sigmoïdale et sont décrit le mieux par le modèle de GAB à 3 paramètres ;
- les cinétiques de séchage montrent que l'essentiel du processus s'effectue pendant la deuxième phase et que les conditions opératoires possèdent une influence cruciale sur la durée du séchage. La courbe caractéristique de séchage a été ainsi établie puis lissée par une fonction polynomiale de troisième degré ;
- la modélisation mathématique en couches minces montre que le modèle Midilli-Kucuk, validé par la suite pour détecter la fin de cette opération et son temps total, est le modèle le plus approprié pour décrire le comportement d'une monocouche de tomate coupée en 4 et en 2 lors d'une opération de séchage convectif. Ce qui a permis de déterminer les constantes relatives à ce modèle en fonction des conditions climatiques employées.

Nomenclature

X	teneur en eau moyenne à base sèche, $kg/kg MS$	T	température, $^{\circ}C$
$X_{\text{éq}}$	teneur en eau d'équilibre, $kg/kg MS$	U	vitesse de l'air de séchage, $m.s^{-1}$
X_0	teneur en eau initiale, $kg/kg MS$	a_w	activité de l'eau
X^*	teneur en eau réduite	HR	humidité relative, %
t	temps de séchage, min		

Références

- [1] Idlimam A., Lamharrar A., Kane C.S.E., Akkad S., et Kouhila M. Valorisation de trois plantes médicinales par séchage solaire convectif en couches minces. *SMSTS'08 Alger*, 151–156, 2008.
- [2] Azzouz S. Etude des Phénomènes de Transfert de Chaleur et de Masse dans les Milieux Poreux au Cours du Séchage: Application aux Produits Agro-alimentaires. *Thèse de Doctorat*, Faculté des Sciences de Tunis, 1999.
- [3] Akanbi C. T., Adeyemi R. S. et Ojo A. Drying characteristics and sorption isotherm of tomato slices. *Journal of Food Engineering*, 73, 157–163, 2006.
- [4] Hassini L. Transferts couplés de chaleurs et de masse et contraintes mécaniques dans un milieu fortement déformable. Application au séchage convectif des produits agroalimentaires. *Thèse de doctorat en physique*, Faculté des Sciences de Tunis, 2007.
- [5] AOAC Official methods of analysis of AOAC International, 17th ed., Gaithersburg, MD, USA, 2000.
- [6] Al Muhtaseb et al. Drying characteristics and quality change of unutilized-protein rich-tomato pomace with and without osmotic pre-treatment. *Industrial Crops and Products*, 31, 171–177, 2010.
- [7] Özdemir M. et al. The thin-layer drying characteristics of hazelnuts during roasting, *J. Food Eng*, 1999.
- [8] Togrul I.T. and Pehlivan D. Modeling of drying kinetics of single apricot, *J. Fo. Eng*, 58, 23–32, 2003.
- [9] Boughali S., Benmoussa H., Bouchekima B., Mennouche D., Bouguettaia H. and Bechki D. Crop drying by indirect active hybrid solar–Electrical dryer in the Algerian Sahara, *Solar Energy* 83, 2223–2232, 2009.