

## Convection naturelle laminaire ou turbulente couplée au rayonnement de surface dans les enceintes verticales allongées

Lahcen EL MOUTAOUAKIL, Zaki ZRIKEM et Abdelhalim ABDELBAKI

*LMFE (CNRST-URAC 27), Département de Physique, Faculté des Sciences Semlalia, Université Cadi Ayyad,  
B.P.2390, Marrakech, Maroc.*

*Lahcen1873@gmail.com zrikem@uca.ma, abdelbaki@uca.ma*

**Résumé :** Dans ce travail, on présente une étude numérique détaillée sur les effets du rayonnement de surface sur la convection naturelle dans des cavités à grands rapports de forme, différentiellement chauffées et remplies d'air. Les deux régimes d'écoulement laminaire et turbulent ont été étudiés et le modèle  $k-\omega$  SST a été utilisé pour la fermeture des équations gouvernantes moyennées. Les effets de  $\varepsilon$ ,  $\Delta T$ ,  $L$  et  $H$  (émissivité des surfaces, différence de température entre les parois actives, largeur et hauteur de la cavité) sur les transferts convectifs et radiatifs est discuté. Les résultats ont montré que les deux modes de transfert de chaleur peuvent être découplés pour les cavités de rapports de forme très élevés car le rayonnement de surface a très peu d'influence sur la structure de l'écoulement et sur les isothermes. Deux corrélations qui donnent les nombres de Nusselt moyen convectif et radiatif sont développées couvrant :  $10 \leq A \leq 80$ ,  $2 \times 10^4 \leq Ra \leq 10^7$ ,  $0.0 \leq \varepsilon \leq 1.0$ ,  $5^\circ\text{C} \leq \Delta T \leq 40^\circ\text{C}$ ,  $2.5\text{cm} \leq L \leq 7.5\text{cm}$  et  $H \leq 6\text{m}$ .

**Mots clés :** Convection naturelle, régimes laminaire et turbulent, rayonnement de surface, cavité verticale, rapport de forme élevé, simulation numérique, corrélations.

### 1. Introduction

La détermination des échanges convectifs naturels, en régimes laminaire et turbulent, couplés à ceux radiatifs dans les cavités verticales différentiellement chauffées, à grand rapport de forme, est nécessaire pour le dimensionnement de plusieurs systèmes thermiques (capteurs solaires, double vitrage, parois du bâtiment,...).

Le transfert de chaleur dans les cavités dépend fortement du régime d'écoulement (laminaire ou turbulent). En régime d'écoulement laminaire, l'étude du couplage avec le rayonnement de surface dans les cavités carrées ou à rapports de forme faibles a fait l'objet de plusieurs travaux [1,2]. Les résultats de ces travaux, ont montré que la prise en compte du rayonnement thermique des surfaces change la structure de l'écoulement au sein de la cavité et contribue de façon significative à l'augmentation du transfert de chaleur global [3-5]. Contrairement, les travaux traitant le couplage avec le rayonnement de surface en régime d'écoulement turbulent sont relativement rares et notamment pour les cavités allongées.

Pour les cavités à rapports de forme élevés, Velusamy et al. [3], ont traité ce problème mais en considérant des différences de température entre les parois actives  $\Delta T$ , qui ne respecte pas la limite de validation de l'approximation de Boussinesq. Par contre Xàman et al. [6], ont fixé  $\Delta T$  à  $10^\circ\text{C}$  et ils ont fait varier les dimensions de la cavité pour obtenir les différents régimes d'écoulement. Ces auteurs ont montré que l'effet du rayonnement de surface sur le transfert de chaleur convectif est insignifiant.

Dans ce travail, on va s'intéresser à l'effet du rayonnement de surface sur le transfert de chaleur et sur l'écoulement naturel dans des cavités remplies d'air, et ce en considérant des valeurs réelles de  $\Delta T$  ( $5^\circ\text{C} \leq \Delta T \leq 40^\circ\text{C}$ ), du rapport de forme  $A$  ( $10 \leq A \leq 80$ ), de l'émissivité des surfaces  $\varepsilon$  ( $0 \leq \varepsilon \leq 1$ ) et de la largeur de la cavité  $L$  ( $L=2.5\text{cm}$ ,  $5\text{cm}$  et  $7.5\text{cm}$ ).

### 2. Modèle mathématique

La configuration bidimensionnelle étudiée est une cavité verticale différentiellement chauffée, remplies d'air et à rapport de forme élevé, d'épaisseur  $L$  et de hauteur  $H$ . Les parois verticales sont maintenues à des températures constantes  $T_h$  et  $T_c$  ( $25^\circ\text{C} \leq T_h \leq 60^\circ\text{C}$  et  $T_c = 20^\circ\text{C}$ ) alors que celles horizontales sont considérées adiabatiques. Le fluide est supposé newtonien et incompressible. La dissipation visqueuse est négligée dans l'équation de l'énergie et les propriétés thermophysiques sont supposées constantes et évaluées à une température de référence  $T_0 = (T_h + T_c)/2$  sauf pour la masse volumique dans le terme de poussée où l'approximation de Boussinesq est adoptée.

Les équations moyennées de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie en régime turbulent sont données par :

$$\frac{D\rho}{D\tau} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{DU_i}{D\tau} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \nu \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \overline{u_i u_j} \right] - g_i \beta (T - T_0) \quad (2)$$

$$\frac{DT}{D\tau} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \frac{\nu}{Pr} \frac{\partial T}{\partial x_j} - \overline{u_j t} \right] \quad (3)$$

Pour fermer l'ensemble des équations de transport, le modèle k- $\omega$  (SST) a été utilisé [7].

Les conditions aux limites des grandeurs moyennes thermique et dynamique sont :

$$U_i = 0, T(0, y) = T_h, T(L, y) = T_c, k(\partial T / \partial y)_{y=0} = q_r \text{ et } -k(\partial T / \partial y)_{y=H} = q_r \quad (4)$$

$q_r$  étant le flux net radiatif perdu par la surface considérée (W/m<sup>2</sup>).

Les transferts de chaleur convectifs et radiatifs locaux et moyens au niveau de la surface chaude sont donnés par :

$$Nu_{c,loc} = -\frac{L}{(T_h - T_c)} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0}, Nu_{r,loc} = \frac{L}{k(T_h - T_c)} q_r \Big|_{x=0}, Nu_c = \frac{1}{H} \int_0^H Nu_{c,loc} dy, Nu_r = \frac{1}{H} \int_0^H Nu_{r,loc} dy \quad (5)$$

Le modèle k- $\omega$  (SST) a été implémenté dans un code de calcul et validé à partir des données expérimentales de Betts et Bokhari [8] obtenues sur une cavité de A=28.68 (El Moutaouakil et al. [9]). Les équations du modèle sont discrétisées par la méthode des volumes de contrôle et résolues par l'algorithme *SIMPLE* [10]. Afin de réaliser un compromis entre le temps de calcul et la précision des résultats de la simulation, une étude d'optimisation a été faite sur l'influence des pas d'espace et du temps. Cette étude a conduit au choix d'un maillage de 50×160 et d'un pas de temps adimensionnel de 5×10<sup>-6</sup>. On estime que la convergence est atteinte lorsque les écarts relatifs sur toutes les variables calculées, aux différents nœuds du maillage, deviennent inférieurs à 10<sup>-4</sup> entre deux itérations successives.

### 3. Résultats et discussion

#### 3.1. Influence de l'émissivité

La figure 1 illustre l'influence de l'émissivité (la même sur toutes les surfaces) sur les transferts radiatifs et convectifs au sein d'une cavité de rapport de forme A=50, L=5cm et  $\Delta T=40^\circ\text{C}$ . Comme prévu, le transfert radiatif augmente rapidement avec l'émissivité des surfaces, par contre le transfert convectif est pratiquement indépendant de l'émissivité. Le nombre de Nusselt radiatif augmente linéairement en fonction de  $1/(2/\varepsilon-1)$  et devient supérieur à celui convectif à partir de  $\varepsilon=0.45$ . Pour  $\varepsilon=1.0$ , le transfert radiatif représente environ 75% et celui convectif 25% des échanges de chaleur à travers la cavité.

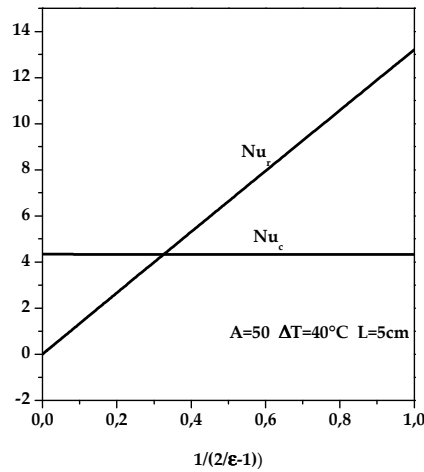


Figure 1. influence de l'émissivité sur  $Nu_c$  et  $Nu_r$ .

Dans les mêmes conditions de la figure 1, les lignes de courant et les isothermes sont illustrées sur la figure 2 pour les deux cas extrêmes  $\varepsilon=0$  et  $\varepsilon=1$ . La figure montre que la prise en compte du rayonnement n'a

qu'un faible effet aux voisinages des parois horizontales en bas et en haut de la cavité. Par contre, dans le reste du domaine, le rayonnement n'a pratiquement pas d'effet sur la structure de l'écoulement et sur les isothermes.

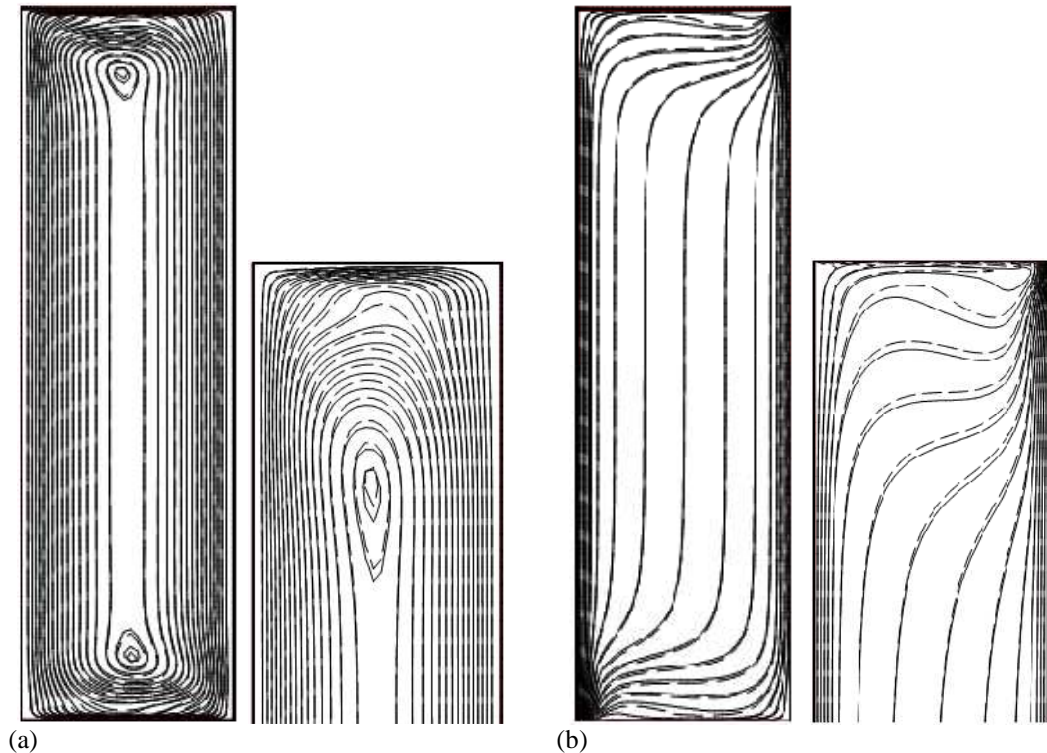


Figure 2. Lignes de courants (a) et isothermes (b) pour  $A=50$ ,  $L=5\text{cm}$ ,  $\Delta T=40^\circ\text{C}$ ,  $\varepsilon=1$  (---) et  $\varepsilon=0$  (—). Les zooms sont faits sur le haut de la cavité.

### 3.2. Etude paramétrique

Sur la figure 3, sont représentées pour  $\varepsilon=1$  les variations du flux radiatif local en fonction de différentes valeurs des paramètres  $H$ ,  $L$  et  $\Delta T$ . La figure montre que pour différentes combinaisons de ces paramètres, le flux radiatif local est uniforme sur la quasi-totalité des parois actives par contre aux voisinages des extrémités on observe d'importantes variations causées par les surfaces horizontales. L'influence de  $\Delta T$ , sur le transfert radiatif local sur les parois actives est portée sur la figure 3(a), dans le cas d'une cavité de rapport de forme  $A=H/L=50$  et  $L=5\text{cm}$ . comme prévu, le transfert radiatif augmente rapidement avec la différence de température et les variations enregistrées le long de la hauteur sur chacune des parois sont pratiquement identiques mais de signes opposés. Ceci montre que l'influence des surfaces horizontales sur le transfert radiatif global est faible pour les cavités très allongées. Afin de vérifier les effets de  $H$  et  $L$  sur les échanges radiatifs locaux au niveau de la paroi chaude, on fixe  $\Delta T$  à une valeur donnée,  $35^\circ\text{C}$  par exemple (Figures 3(b) et (c)). On peut constater que ces deux paramètres n'ont pratiquement pas d'influence sur la majeure partie de la paroi et que leurs effets sont limités en haut et en bas de la paroi. En effet si l'on fixe un de ces deux paramètres, l'augmentation de  $L$  ou la diminution de  $H$  réduit le rapport de forme de la cavité, ce qui augmente l'effet des parois horizontales adiabatiques. Cet effet est limité aux extrémités des parois actives avec lesquelles les échanges radiatifs sont plus intenses à cause de la proximité (facteur de forme).

L'effet simultané des trois paramètres  $\Delta T$ ,  $L$  et  $H$  sur le transfert de chaleur radiatif moyen est présenté sur la figure 4 qui donne le nombre de Nusselt radiatif moyen  $Nu_r$  en fonction de  $\Delta T$  pour  $\varepsilon=1$  et différentes valeurs de  $L$  et  $H$ . On relève que pour une hauteur  $H$  donnée,  $Nu_r$  augmente linéairement en fonction de  $\Delta T$  et  $L$ . Alors que pour  $\Delta T$  et  $L$  fixés,  $Nu_r$  croît très légèrement avec la hauteur de la cavité.

### 3.3. Développement de corrélations pour le transfert de chaleur total

Les résultats obtenus montrent, que pour les cavités à grand rapport de forme, les deux modes de transfert de chaleur peuvent être découplés. Ainsi, pour estimer le transfert de chaleur total à travers la cavité, on peut développer pour chacun des modes une corrélation spécifique donnant le nombre de Nusselt moyen convectif ou radiatif sur la paroi chaude. Dans une étude antérieure [11], on a développé pour les transferts convectifs une corrélation générale, simple et précise (déviations maximales de 3.3%) couvrant le régime complètement turbulent et une partie de celui laminaire dont l'étendue dépend du  $A$  considéré ( $2 \times 10^4 \leq Ra \leq 10^7$  et  $10 \leq A \leq 80$ ) :

$$Nu_c = 10^{P_1(A)} \times Ra^{P_2(A)} \quad (6)$$

où  $Ra = g\beta(T_h - T_c)L^3 / (\alpha\nu)$  est le nombre de Rayleigh alors que  $P_1(A)$  et  $P_2(A)$  sont des polynômes d'ordre 3 ( $P_1 = \sum_0^3 a_i A^i$  et  $P_2 = \sum_0^3 b_i A^i$ ). Leurs coefficients  $a_i$  et  $b_i$  sont donnés sur le tableau 1. Ces deux polynômes tiennent compte de l'influence du rapport de forme sur le transfert de chaleur.

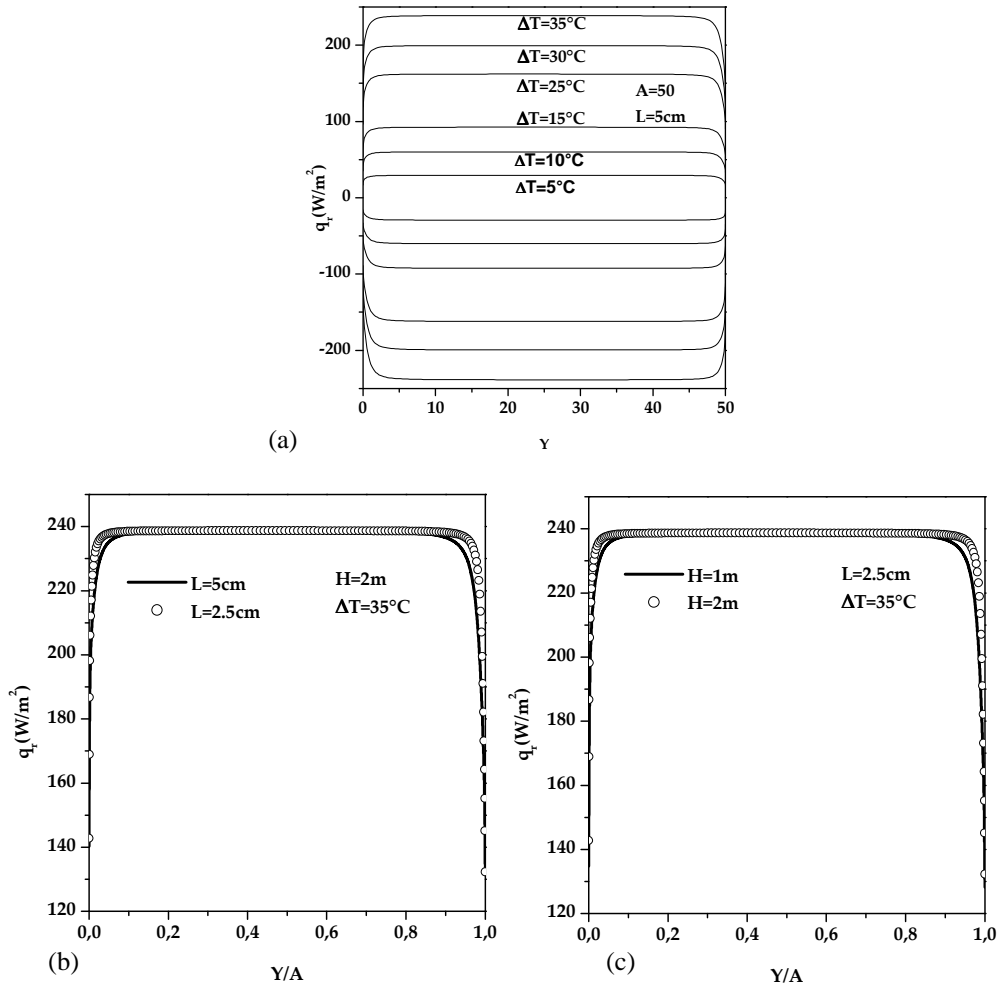


Figure 3. Influence des paramètres  $\Delta T$  (a),  $L$  (b) et  $H$  (c) sur  $Nu_{r,loc}$

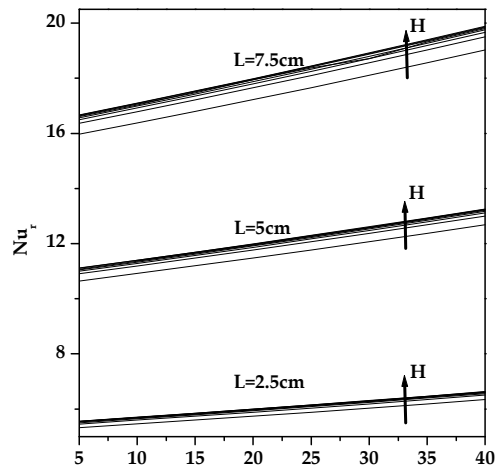


Figure 4. Influence des paramètres  $\Delta T$ ,  $L$  et  $H$  sur  $Nu_r$

Tableau 1: Valeurs des coefficients  $a_i$  et  $b_i$  des polynômes  $P_1(A)$  et  $P_2(A)$

$i$	0	1	2	3
$a_i$	-0.37539	-0.0523	$8.83595 \times 10^{-4}$	$-5.01929 \times 10^{-6}$
$b_i$	0.18782	0.00885	$-1.49848 \times 10^{-4}$	$8.51995 \times 10^{-7}$

En pratique, l'échange radiatif entre les parois verticales peut être estimé par celui entre deux plans parallèles infinis portés aux températures  $T_h$  et  $T_c$ . Cependant si on veut tenir compte de l'effet des surfaces horizontales, il faut tenir compte de  $A$ . A cet effet, sur la figure 5, on représente l'évolution de  $Nu_r$  en fonction de la grandeur  $N_r(T_r^4-1)/(2/\varepsilon-1)$  où  $N_r$  et  $T_r$  sont respectivement le nombre de rayonnement et le rapport de température qui sont exprimés par :

$$N_r = \frac{\sigma T_c^4 L}{k(T_h - T_c)} \text{ et } T_r = \frac{T_h}{T_c} \quad (7)$$

Cette figure résume l'influence de tous les paramètres ( $\varepsilon$ ,  $\Delta T$ ,  $L$  et  $H$ ) sur le transfert radiatif moyen. On peut remarquer que c'est pour les cavités à faibles rapports de forme  $A$ , qu'il y a de l'effet sur le nombre de Nusselt radiatif moyen. Une relation empirique précise (déviations maximale de 1.2%) a été développée pour le calcul de  $Nu_r$  en fonction de  $A$  :

$$Nu_r = 0.99208 - 0.08877 \exp\left(\frac{-A}{12.78512}\right) \frac{N_r(T_r^4 - 1)}{\frac{2}{\varepsilon} - 1} \quad (8)$$

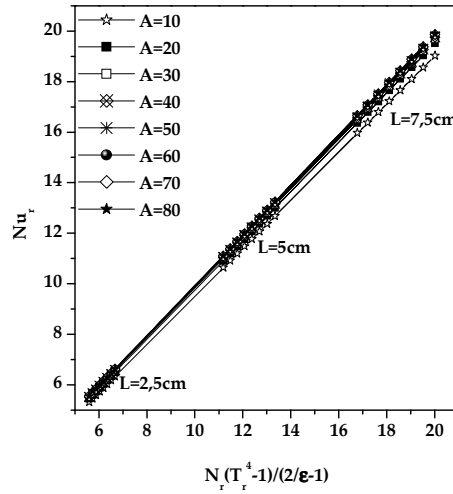


Figure 5. Evolution de  $Nu_r$  en fonction de  $N_r(T_r^4-1)/(2/\varepsilon-1)$

#### 4. Conclusion

Les résultats des simulations effectuées ont montré que dans les cavités à grand rapport de forme, les transferts de chaleur convectifs et radiatifs peuvent être découplés. En effet, la prise en compte des échanges radiatifs n'a pratiquement pas d'effet sur les champs dynamiques et thermiques dans la majeure partie de la cavité. Une légère influence est observée en haut et en bas de la cavité, causée par les parois horizontales adiabatiques. Pour les parois actives, le transfert de chaleur par rayonnement devient dominant à partir d'une émissivité de 0.45 et il est presque uniforme sur la quasi-totalité de la hauteur des parois.

Les données obtenues par les simulations, ont permis de développer deux corrélations simples et précises qui donnent les nombres de Nusselt moyen convectifs et radiatifs. La corrélation développée par la convection, couvre le régime complètement turbulent et une partie de celui laminaire dont l'étendue dépend du rapport de forme  $A$  considéré ( $2 \times 10^4 \leq Ra \leq 10^7$  et  $10 \leq A \leq 80$ ). Alors que la corrélation pour le rayonnement, tient compte des valeurs pratiques des paramètres  $\varepsilon$  ( $0.0 \leq \varepsilon \leq 1.0$ ),  $\Delta T$  ( $5^\circ\text{C} \leq \Delta T \leq 40^\circ\text{C}$ ),  $L$  ( $2.5\text{cm} \leq L \leq 7.5\text{cm}$ ) et  $H$  ( $25\text{cm} \leq H \leq 6\text{m}$ ).

## Nomenclature

$A$	rapport de forme de la cavité
$g$	pesanteur, $ms^{-2}$
$H$	hauteur de la cavité, $m$
$k$	conductivité thermique, $W/mK$
$L$	largeur de la cavité, $m$
$Nu$	nombre de Nusselt
$P$	pression, Pa
$Pr$	nombre de Prandtl
$q$	flux de chaleur, $W/m^2$
$Ra$	nombre de Rayleigh
$t$	température fluctuante, $K$
$T$	température, $K$
$u$	vitesse fluctuante, $ms^{-1}$
$U$	vitesse moyenne, $ms^{-1}$
$x, y$	coordonnées cartésiennes, $m$

## Symboles grecs

$\alpha$	diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$
$\beta$	coefficient d'expansion thermique, $K^{-1}$
$\varepsilon$	émissivité
$\nu$	viscosité cinématique, $m^2.s^{-1}$
$\rho$	masse volumique, $Kgm^{-3}$
$\tau$	temps, $s$

## Indices

0	Référence
c	froid, convection
h	chaud
i	direction i
loc	local
r	rayonnement

## Références

- [1] C. Balaji and S.P. Venkateshan, Interaction of surface radiation with free convection in a square cavity, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Volume 14, pp. 260-267, 1993.
- [2] H. Wang, S. Xin et P. Le Quéré, Etude numérique du couplage de la convection naturelle avec le rayonnement de surfaces en cavité carrée remplie d'air, *C. R. Mécanique*, Volume 334, pp. 48-57, 2006.
- [3] K.Velusamy, T. Sundararajan and K.N. Seetharamu, Interaction effects between surface radiation and turbulent natural convection in square and rectangular enclosures, *Journal of Heat Transfer*, Volume 123, pp. 1062-1070, 2001.
- [4] A.K. Sharma, K. Velusamy, C. Balaji and S.P. Venkateshan, Conjugate turbulent natural convection with surface radiation in air filled rectangular enclosures, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 50, pp. 625-639, 2007.
- [5] J. Xàman, G. Alvarez, J. Hinojosa and J. Flores, Conjugate turbulent heat transfer in a square cavity with a solar control coating deposited to a vertical semitransparent wall, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Volume 30, pp. 237-248, 2009.
- [6] J. Xàman, J. Hinojosa, J.J. Flores and R.E. Cabanillas, Effect of the surface thermal radiation on turbulent natural convection in tall cavities of façade elements, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 45, pp. 177-185, 2008.
- [7] F.R. Menter, Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications, *AiAA Journal*, Volume 32, pp. 1598-1605, 1994.
- [8] P.L. Betts and I.H. Bokhari, Experiments of turbulent natural convection in an enclosed tall cavity, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Volume 21, pp. 675-683, 2000.
- [9] L. El Moutaouakil, Z. Zrikem et A. Abdelbaki, Performances des modèles  $k - \omega$  pour les écoulements naturels turbulents d'air dans les cavités verticales allongées, 7<sup>ième</sup> Congrès International sur les Energies Renouvelables et l'Environnement (CERE), Sousse, Tunisie, 2013.
- [10] S.V. Patankar, Numerical heat transfer and fluid flow, *Hemisphere*, New York, 1980.
- [11] L. El Moutaouakil, Z. Zrikem et A. Abdelbaki, Corrélation pour la convection naturelle dans les cavités verticales à rapports de forme élevés, 7<sup>ième</sup> Congrès International sur les Energies Renouvelables et l'Environnement (CERE), Sousse, Tunisie, 2013.