

Production d'entropie en convection mixte dans un canal poreux soumis à un gradient thermique

Amel TAYARI, Atef EL JERY, Mourad MAGHERBI

Ecole Nationale d'Ingénieurs de Gabès, Avenue Omar Ibn El Khattab, 6029 Gabès, TUNISIE

Institut Supérieur des Sciences Appliquées et de Technologie, Avenue Omar Ibn El Khattab, Gabès 6029, TUNISIE

tayariamel@yahoo.fr, Atefeljery@hotmail.fr, magherbim@yahoo.fr

Résumé : Nous nous intéressons à l'étude numérique bidimensionnelle de la convection mixte dans un canal plan rempli d'un milieu poreux soumise à un gradient de température horizontal. La deuxième loi de la thermodynamique est appliquée pour étudier le taux de la production d'entropie. Le modèle de Darcy-Brinkman est employé. La production d'entropie due à la convection mixte sous l'effet de transfert thermique et de frottement visqueux est déterminée par la résolution des équations de masse, de mouvement et de l'énergie par la méthode des volumes de contrôle à base d'éléments finis. L'étude de la production d'entropie s'est focalisée aux niveaux global et local en variant la porosité. Les nombres de Darcy, Brinkman et Rayleigh sont fixés respectivement à $Da = 1$, $Br^* = 10^{-3}$ et $Ra = 10^4$.

Mots clés : Production d'entropie, milieu poreux, porosité, transfert thermique.

1. Introduction :

La deuxième loi de la thermodynamique est utilisée pour étudier la production d'entropie en termes des irréversibilités externes et internes. En général, l'origine des irréversibilités est liée aux phénomènes de transfert de chaleur et de masse, aux réactions chimiques, à la turbulence, à l'écoulement du fluide, etc....L'étude de la convection mixte induite dans un canal rempli d'un milieu poreux a fait l'objet des nombreuses études en raison de l'importance du phénomène dans de nombreuses applications. En effet, Nield et Bejan [1] et Bejan et al. [2] ont analysé la convection forcée dans des canaux parallèles remplis d'un milieu poreux saturé. Baytas [3] a rapporté une analyse intéressante de la production d'entropie pour la convection naturelle et forcée dans un milieu poreux. Ingham et al [4] and Al-Hadhrani et al [5] ont étudié la convection mixte dans un canal poreux vertical en présence de dissipation visqueuse. Dans les deux cas les deux parois ont une température qui diminue linéairement en fonction d' hauteur, et une présence d'une différence de température locale fixe à travers le canal. Mahmoud et Fraser [6] ont étudié la production d'entropie due à la convection mixte et au rayonnement dans un canal poreux vertical. Ils ont déterminé la production d'entropie et le nombre de Bejan en régime de convection forcée. Mahmoud et Fraser [7] ont étudié la production d'entropie par une analyse thermodynamique d'une convection mixte dans un canal non poreux vertical soumise à un champ magnétique transversal. Autrement, Mahmoud et Fraser [8] ont examiné la production d'entropie due à l'écoulement thermique dans un canal poreux soumis à une dissipation visqueuse. L'objectif de travail de Tasnim et al [9] est l'étude analytique de la première et la deuxième loi de la thermodynamique. Ils ont étudié la production d'entropie due à la convection mixte pour un fluide conducteur électrique soumise à un transfert de chaleur dans un canal poreux vertical composé de deux plaques parallèles en présence d'un champ magnétique transversal qui à la même sens que l'écoulement magnétohydrodynamique. Le fluide est supposé incompressible avec des propriétés constantes, sauf la densité dans le terme de flottabilité dans l'équation de bilan. Le taux de production d'entropie dans un écoulement laminaire à travers un canal rempli de milieux poreux saturés a été étudié par Hooman et al. [10] et Hooman et al. [11] pour différentes conditions avec limite thermique. Ils ont utilisé le modèle de Brinkman. Ils ont montré que l'irréversibilité due au transfert thermique est dominant et la dissipation visqueuse n'a aucun effet sur le taux de production d'entropie à travers l'axe de canal.

2. Modélisation

Dans ce travail la méthode des éléments finis a été retenue pour simuler les écoulements bidimensionnels car elle est bien adaptée à ce problème et permet de suivre l'évolution de système vers son état final. On a étudié numériquement le problème d'un canal horizontal rempli d'un milieu poreux en écoulement laminaire bidimensionnel d'un fluide (l'air) supposé Newtonien et incompressible, soumis à un gradient de température vertical.

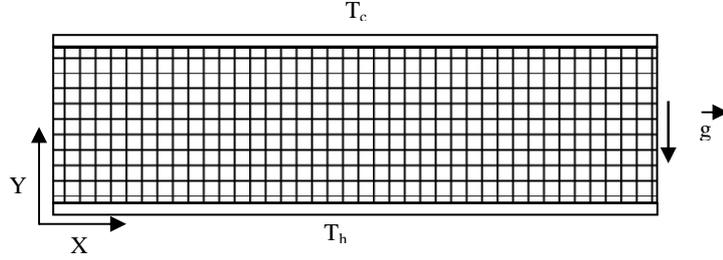


Figure 1 : Schéma du problème d'étude considéré.

Le milieu poreux est isotrope, homogène et dans l'équilibre thermodynamique avec le fluide. On assume que les propriétés thermophysiques du fluide étudié et de la matrice solide sont constantes. L'approximation de Boussinesq est employée. En milieu poreux, les équations adimensionnelles de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie s'écrivent comme suit :

$$\text{div}(V) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial V_x}{\partial \tau} + \text{div}(J_{V_x}) = -\varepsilon \frac{\partial P}{\partial X} - \frac{\varepsilon}{Da \cdot Re} V_x \quad (2)$$

$$\frac{\partial V_y}{\partial \tau} + \text{div}(J_{V_y}) = -\varepsilon \frac{\partial P}{\partial Y} - \frac{\varepsilon}{Da \cdot Re} V_y + \frac{Ra \cdot \varepsilon}{Re \cdot Pe} \theta \quad (3)$$

$$\sigma \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \text{div}(J_\theta) = 0 \quad (4)$$

$$\text{avec : } J_{V_x} = \frac{1}{\varepsilon} V_x V - \frac{\Lambda \varepsilon}{Re} \text{grad}(V_x) ; \quad J_{V_y} = \frac{1}{\varepsilon} V_y V - \frac{\Lambda \varepsilon}{Re} \text{grad}(V_y) ; \quad J_\theta = \theta V - \frac{1}{Re \cdot Pr} \text{grad}(\theta)$$

On a utilisé des variables d'états adimensionnelles qui sont définies comme suit :

$$\tau = \frac{t}{H} u_0 ; \quad X = \frac{x}{H} ; \quad Y = \frac{y}{H} ; \quad V_x = \frac{v_x}{u_0} ; \quad V_y = \frac{v_y}{u_0} ; \quad P = \frac{p}{\rho_0 u_0^2} ; \quad \theta = \frac{T - T_0}{T_h - T_c} \quad (5)$$

Les conditions aux limites et initiales appropriées sont :

$$\begin{aligned} 0 \leq X \leq L/H ; Y = 0 : V_x = V_y = 0 ; \theta = 1 \\ 0 \leq X \leq L/H ; Y = 1 : V_x = V_y = 0 ; \theta = 0 \\ X = 0 ; 0 \leq Y \leq 1 : V_x = 6 Y(1-Y) ; V_y = 0 ; \theta = 1-Y \\ X = L/H ; 0 \leq Y \leq 1 : \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} + \frac{\partial \varphi}{\partial X} = 0, \int_0^1 V_x dY = 1, (\varphi = V_x, V_y) \end{aligned} \quad (6)$$

Pour $\tau=0$: $V_x = V_y = 0$, $P=0$ et $\theta=0.5-X$

La production d'entropie est due aux irréversibilités thermique et visqueux. Les expressions adimensionnelles de la production d'entropie locale (Tasnim et al. [9] and Mahmud et al. [8]) considérée est donnée par :

$$S_{l,a} = S_{l,a,\text{thermique}} + S_{l,a,\text{visqueux}} \quad (7)$$

La production d'entropie due au transfert thermique est :

$$S_{l,a,\text{thermique}} = \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)^2 \quad (8)$$

La production d'entropie due à la dissipation visqueuse est :

$$S_{1,a,\text{visqueux}} = \frac{Br^*}{Da} (V_x^2 + V_y^2) + Br^* \left[2 \left(\frac{\partial V_x}{\partial X} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V_y}{\partial Y} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_x}{\partial Y} + \frac{\partial V_y}{\partial X} \right)^2 \right] \quad (9)$$

avec Da et Br^* sont respectivement le nombre de Darcy et le nombre de Darcy-Brinkman modifié. La production d'entropie totale adimensionnelle sur tout le volume du système est donné par:

$$S_t = \int_0^1 \int_0^{L/H} S_{1,a} dx dy \quad (10)$$

La production d'entropie totale moyenne dans le temps est donné par :

$$\langle S_t \rangle = \frac{1}{\Theta} \int_0^{\Theta} S_t d\tau \quad (11)$$

3. Méthode numérique de résolution

La méthode des volumes de contrôle à base d'éléments finis (CVFEM) de Saabas et Baliga [12] est améliorée dans une grille décalée standard, qui est basé sur le calcul de la pression et la correction de la vitesse. En régime laminaire d'ordre inégal l'algorithme SIMPLER est appliqué pour résoudre le problème de couplage pression-vitesse. Le code numérique utilisé est décrit et validé en détails par Abbassi et al. [13,14]. Une fonction de forme décrivant la variation de la variable adimensionnelle dépendante $\psi = (V_x, V_y, \theta)$ est nécessaire pour résoudre les équations discrétisées (1)-(4).

4. Résultats et discussion :

Dans ce travail, les nombres de Prandtl, de Reynolds et de Rayleigh sont constants et valent respectivement 0,7, 10 et 10^4 . En outre, les nombres de Darcy et de Brinkman sont respectivement fixés à $Da=1$ et $Br^*=10^{-3}$. La porosité varie entre 0,5 et 1. Le rapport de viscosité (Λ) et le rapport de capacités de chaleur spécifique (σ) sont équivalents à l'unité. La grille de 101×26 est suffisante pour effectuer une étude numérique de ce flux. Cette grille est conservée pour toutes les investigations traitées.

On commence par une porosité égale à l'unité, la Figure 2 montre l'évolution de l'entropie créée totale au cours du temps adimensionnel. Le résultat montre que la production d'entropie présente une allure périodique mais pas sinusoïdale autour d'une valeur moyenne $\langle S_t \rangle = 10,86$ avec une période Θ équivalent à 2,6 et elle présente deux maximums et deux minimums (un absolu et l'autre relatif). Le maximum de production d'entropie observé à des instants donnés montre l'existence d'importants gradients thermique traduisant un transfert de chaleur relativement important, entre les parois du canal. Ce résultat est trouvé par Abbassi et al. [15]. Ce comportement périodique de la production d'entropie totale indique l'apparition des cellules thermoconvectifs proche de parois chaude et froide qui suivent la direction de l'écoulement, comme illustrés par les lignes du courant tracées dans la Figure 4. Les cellules sur le fond se tournent dans le sens des aiguilles d'une montre, alors que les cellules de la paroi supérieure tournent dans le sens inverse. L'existence des cellules de convection impose la formation de l'allée de Von Karman centrée sur l'axe du canal. Cet écoulement est connu sous le nom d'écoulement de Poiseuille –Bénard. En thermodynamique des processus irréversibles, cette structure maintenue par la dépense d'une partie de l'énergie reçue par le système est connu sous le nom de structure dissipative. D'un point de vue thermodynamique, ce cas correspond à une rotation du système autour de l'état d'équilibre. Dans ce cas le théorème de Prigogine n'est plus vérifié et le système sort du domaine linéaire de la thermodynamique des processus irréversibles. L'effet de la porosité sur la présence de structures dissipatives dans le canal a été aussi étudié. Les résultats montrent que ces structures périodiques de la production d'entropie totale sont maintenues jusqu'à une valeur de porosité égale à 0,2. Il a été remarqué que le comportement périodique de la production d'entropie persiste, la production d'entropie moyenne dans le temps et la période des oscillations changent en diminuant la porosité.

Un changement de la production d'entropie totale apparaît pour une valeur de porosité critique égale à 0,1. Comme nous avons tracé dans la figure 3, la production d'entropie oscille avec une valeur initiale importante (non visible sur cette figure) due à la convection mixte, la forme pseudo-périodique diminue au cours du temps jusqu'à atteindre l'état d'équilibre à une valeur constante égale à 4,90. D'un point de vue thermodynamique, cette fois effectuée une approche en spirale vers l'état stationnaire. Dans ce cas le théorème de Prigogine n'est plus vérifié et le système évolue dans la branche non-linéaire de la thermodynamique des processus irréversibles. La production d'entropie totale conduit dans un temps limite à la naissance de cellules thermo-convectifs qui disparaissent rapidement avec l'augmentation de temps. Ceci est expliqué par le traçage des lignes de courant donné dans la Figure 5. Il a été constaté l'existence de trois cellules thermo-convectifs tournant, et qu'elles sont

apparues pendant un temps égal à 3 et elles sont rejetés vers l'aval du canal, jusqu'à leur disparition, au moment égale 17. Ceci indique l'absence du transfert de chaleur par convection et une stratification des lignes de courant.

Au niveau local, la distribution de la production d'entropie dans un canal poreux est représentée dans la Figure 6. Il a été conclu que la production d'entropie est confinée aux niveaux des parois supérieure et inférieure, alors qu'elle est insignifiante dans la partie centrale du canal. La diminution de la porosité de 1 à 0,2 montre que le maximum de la production d'entropie est observé aux niveaux des côtés droit et gauche des cellules supérieures et inférieures respectivement. Lorsque la porosité inférieure à 0,4, la production d'entropie est limité de plus en plus sur les parois du canal. Ceci conclue que la production d'entropie au niveau local est insignifiante et pratiquement absent dans le canal pour les faibles valeurs de porosité.

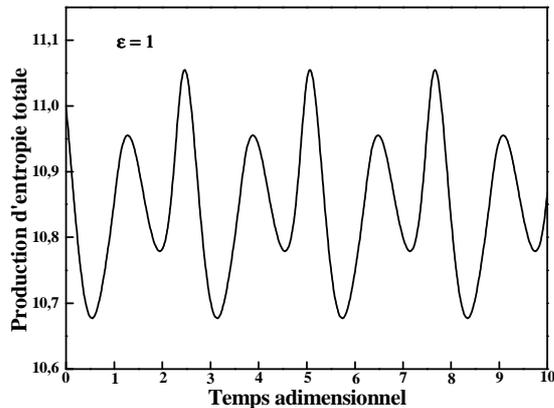


Figure 2: Variation de l'entropie totale en fonction de temps adimensionnel pour $\varepsilon = 1$.

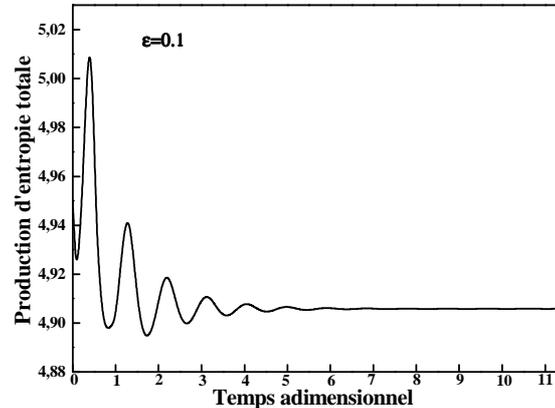


Figure 3 : Variation de l'entropie totale en fonction de temps adimensionnel pour $\varepsilon = 0,1$.

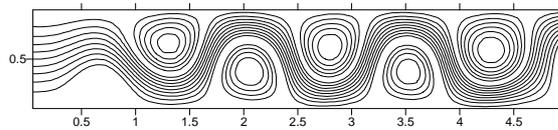


Figure 4: Evolution of stream lines at $\varepsilon = 1$.

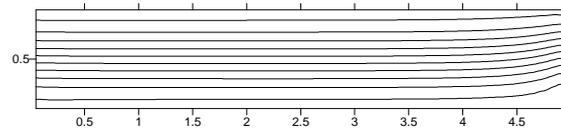
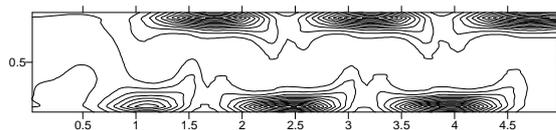
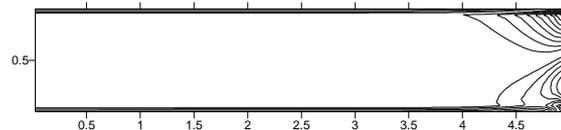


Figure 5: Evolution of stream lines at $\tau = 17$ and $\varepsilon = 0,1$.



(a)



(b)

Figure 6 : Evolution de Lignes isentropiques pour $\varepsilon = 1$ (a) et pour $\varepsilon = 0,1$ (b).

Conclusion

La répartition de la production d'entropie en écoulement dans canal poreux bidimensionnel est étudiée numériquement par la résolution des équations de Navier-Stokes et d'énergie. Les nombres de Reynolds et de Peclet ont fixés à 10 et 20/3. Les nombres de Darcy, de Rayleigh et de Brinkman ont fixés respectivement à 1, 10^4 et 10^{-3} . Les points importants dans ce travail sont les suivantes :

- Les structures dissipatives sont maintenues dans le canal pour une porosité comprise entre 1 et 0,2. Ce cas correspond à une rotation du système autour de l'état d'équilibre.
- Pour une porosité égale à 0,1, les structures dissipatives disparaissent et la production d'entropie oscille avec un régime pseudo-périodique, avant d'atteindre l'état d'équilibre qui correspond à une valeur constante de la production d'entropie. Ce cas correspond à une approche en spirale vers l'état stationnaire.
- Au niveau local, la production d'entropie est localisée proche de parois du canal. Une augmentation de l'espace qui n'est pas provoquée par la production d'entropie lorsque la porosité diminue de 0,4 à 0,1 a été observée.

Nomenclature

Da	Nombre de Darcy, K/H^2
K	Perméabilité de milieu poreux, m^2
g	Accélération de la pesanteur, $m.s^{-2}$
Ra	Nombre de Rayleigh poreux, $= g\Delta TH^3/\nu.\alpha_{eff}$
Re	Nombre de Reynolds, $=Hu_0/\nu$
Pe	Nombre de Peclet, $=Re.Pr$
Br	Nombre de Brinkman, $=Ec.Pr/\Omega$
Ec	Nombre d'Eckert, $=u_0^2/c_p\Delta T$
u_0	Vitesse moyenne, $m.s^{-1}$
H	Hauteur de canal, m
L	Longueur de canal, m
p	Pression, $N.m^{-2}$
P	Pression adimensionnelle
Pr	Nombre de Prandtl, $=\mu c_p/k_m$
t	Temps, s
T	Température, K
T_0	Température moyenne, $=(T_h+T_c)/2$, K
ΔT	Différence de température, $= T_h-T_c$
S	Production d'entropie adimensionnel, $J.s^{-1}.K^{-1}$
$\langle S \rangle$	Production d'entropie totale moyenne, $J.s^{-1}.K^{-1}$
ν	Vecteur vitesse dimensionnelle, $m.s^{-1}$
V	Vecteur vitesse adimensionnelle
v_x, v_y	Composantes des vitesses suivant la direction x et y, $m.s^{-1}$

V_x, V_y	Composantes des vitesses adimensionnelles suivant la direction x et y
x, y	Coordonnées cartésienne, m
X, Y	Coordonnées adimensionnelle cartésienne

Symboles grecs

ε	Porosité de milieu poreux
θ	Température adimensionnel
Θ	Période adimensionnel
ρ	Densité massique, $kg.m^{-3}$
σ	Rapport de capacités de chaleur spécifique, $=(\rho c)_m/(\rho c)_f$
Λ	Rapport de viscosité, $=\mu_{eff}/\mu$
μ	Viscosité dynamique, $kg.m^{-1}.s^{-1}$
ν	Viscosité cinématique, $m^2.s^{-1}$
τ	Temps adimensionnel
Ω	Déférence de température adimensionnelle

Indices et Exposant

a	Adimensionnel
c	Paroi Froide
h	Paroi chaude
l	locale
t	totale

Références

- [1] Nield D.A et Bejan A, Convection in Porous Media, 3rd ed., New York, *Springer*, 2006.
- [2] Bejan A, Dincer I, Lorente S, Miguel A.F et Reis A.H, Porous and complex flow structures in modern technology, *Springer-Verlag*, New York, 2004.
- [3] Baytas A.C, Entropy generation for free and forced convection in a porous cavity and a porous channel, in Emerging Technology and Techniques in Porous Media (Eds. D.B. Ingham et al.), *Kluwer Academic Publishers*, Pages 259-270, 2004.
- [4] D.B. Ingham, I. Pop, et P. Cheng, Combined free and forced convection in a porous medium between two vertical walls with viscous dissipation, *Transp. Porous Media*, Volume 5, Pages 381–398, 1990.
- [5] A.K. Al-Hadhrami, L. Elliott, et D.B. Ingham, Combined free and forced convection in vertical channels of porous media, *Transp. Porous Media*, Volume 49, Pages 265–289, 2002.
- [6] Shohel Mahmud et Roydon Andrew Fraser, Mixed convection–radiation interaction in a vertical porous channel: Entropy generation, *Energy*, Volume 28, Pages 1557–1577, 2003.
- [7] Shohel Mahmud, Syeda Humaira Tasnim et Mohammad Arif Hasan Mamun, Thermodynamic analysis of mixed convection in a channel with transverse hydromagnetic effect, *International Journal of Thermal Sciences*, Volume 42, Pages 731–740, 2003.
- [8] Shohel Mahmud et Roydon Andrew Fraser, Flow, thermal, and entropy generation characteristics inside a porous channel with viscous dissipation, *International Journal of Thermal Sciences*, Volume 44, Pages 21–32, 2005.
- [9] Tasnim, S. H., Mahmud S. et Mamun, M. A. H., Entropy generation in a porous channel with hydromagnetic effect, *Exergy, an Int. J.*, Volume 4, Pages 300-308, 2002.
- [10] Kamel Hooman et Arash Ejlali, Second law analysis of laminar flow in a channel filled with saturated porous media: a numerical solution, *Entropy*, Volume 7, Pages, 300–307, 2005.
- [11] Hooman K. et Gurgenci H, Effects of temperature-dependent viscosity variation on entropy generation, heat, and fluid flow through a porous-saturated duct of rectangular cross-section, *Appl. Math. Mech.*, Volume 28, Pages 69-78, 2007.
- [12] H.J. Saabas et B.R. Baliga, Co-located equal-order control-volume finite-element method for multidimensional, incompressible, fluid flow, *Numer. Heat Transfer*, Volume B 26, Pages 381–407, 1994.
- [13] H. Abbassi, S. Turki et S. Ben Nasrallah, Mixed convection in a plane channel with a built-in triangular prism, *Numer. Heat Transfer*, Volume A 39, Pages 307–320, 2001.
- [14] H. Abbassi, S. Turki et S. Ben Nasrallah, Numerical investigation of forced convection in a plane channel with a built-in triangular prism, *Internat. J. Thermol. Sci.*, Volume 40, Pages 649–658, 2001.
- [15] H. Abbassi, M. Magherbi et A.B. Brahim, Entropy generation in Poiseuille–Benard channel flow, *Int J Therm Sci.*, Volume 42, Pages 1081-1088, 2003.