

## Dispositif thermique de mesure de puissance sous conditions non-sinusoïdales.

Raouf HAMDAOUI, Rabah DIABI et Lotfi FARAH

*Laboratoire des systèmes Electromécaniques, Faculté des sciences de l'Ingénierat,  
Université BADJI Mokhtar – Annaba, Algérie,  
B.P 12, Annaba 23000, Algérie.*

*hamdaraouf@yahoo.fr, diabirabah@yahoo.fr, farahlot@yahoo.com*

**Résumé :** Les résultats de l'expérience thermique menée dans cette étude montrent que la puissance active totale se calcule comme la somme des puissances actives produites par les composantes de tension et de courant pour le même indice de série. Lorsque la tension et le courant sont sinusoïdaux, il ne peut y avoir qu'une seule définition de la puissance active. Par contre, quand la tension et le courant ou l'un d'entre eux ne sont pas sinusoïdaux, la mesure et le calcul de cette puissance deviennent compliqués.

**Mots clés :** Mesure de l'énergie, loi de Joule-Lenz, la puissance active, harmoniques, système électrique.

### 1. Introduction

Dans les systèmes électriques modernes, la majeure partie de l'énergie est transmise par des tensions et courants non-sinusoïdaux dû à une large utilisation de charges non linéaires. Ces tensions et courants non-sinusoïdaux créent des problèmes de mesure, de détermination et de calcul de leur composante harmonique.

Les tarifs des compagnies d'électricité pour la facturation aux consommateurs d'énergie dépendent des méthodes de mesure et du calcul de la puissance active sous conditions non-sinusoïdales. C'est pourquoi il est nécessaire de déterminer correctement la puissance active dans les circuits non-sinusoïdaux. L'objectif principal de ce travail est de développer un modèle afin d'optimiser les mesures expérimentales de cette grandeur puissance et d'établir une comparaison entre les valeurs mesurées et celles calculées.

### 2. Dispositif thermique de mesure expérimentale

La loi Joule-Lenz associe l'énergie active  $W$  à la chaleur  $H$  libérée à la suite d'un courant parcourant un conducteur ayant une résistance. Elle détermine l'énergie et la puissance active moyenne  $P$  transférée pendant une période  $\tau$ , par :

$$H = W = \int_0^{\tau} u(t).i(t)dt = P.\tau \quad (1)$$

Ainsi :

$$P = \frac{W}{\tau} = \frac{H}{\tau} \quad (2)$$

Afin de mesurer la puissance active expérimentalement, un modèle électrique modifié de l'appareillage de Searle est développé. L'appareil de Searle permet la mesure directe de l'énergie utilisée pour chauffer un certain corps. Comme la chaleur est une forme de transfert d'énergie à l'organisme, le modèle développé est capable de mesurer cette énergie.

Le modèle (voir la Figure1) se compose d'un noyau cylindrique solide ferromagnétique avec un entrefer  $e$  prévu pour assurer un isolement d'air entre les deux extrémités du noyau.

Sur l'une des extrémités du noyau est enroulée une bobine de cuivre  $N$ . La tension appliquée aux bornes de l'enroulement  $y$  provoque la circulation d'un courant  $i$ . L'intensité chauffe le noyau du modèle. La température augmente au bord du noyau, où l'enroulement  $N$  est enroulé et il devient le point final chaud du noyau.

Un capteur de température mesure la température élevée  $T_H$  à cette extrémité. Une conduite d'eau  $WP$  est insérée à travers l'autre extrémité du noyau. L'eau froide passant par la pipe refroidit le deuxième bord du noyau. Il devient le point final froid de celui-ci. Un deuxième capteur de température mesure la basse température  $T_L$ . Les mesures de la température sont effectuées à l'instant où les températures des deux bords du noyau cessent de changer. Afin de réduire des pertes de chaleur, le modèle est enfermé dans une boîte spéciale d'isolation.

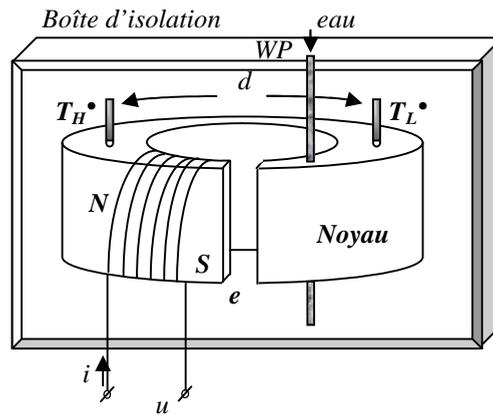


Figure 1 : Modèle thermique expérimental.

La chaleur produite dans le noyau solide due à la circulation du courant est exprimée par, [1] :

$$H = C \cdot \frac{F}{d} \cdot (T_H^0 - T_L^0) \cdot \tau \quad (3)$$

Où :

C : est le coefficient de conductivité thermique [W/m.°c] ;

F : la section du noyau en [m<sup>2</sup>] ;

d : distance entre les capteurs de température en [m] ;

$\tau$  : temps de mesure du gradient de température T.

$$\Delta T = T_H^0 - T_L^0 \quad (4)$$

Ainsi, en employant (2), (3) et (4):

$$P = C \cdot \frac{F}{d} \cdot \Delta T \quad (5)$$

### 3. Mesure expérimentale avec courants sinusoïdaux

L'angle de phase  $\varphi$  entre la tension et le courant, et le gradient de température sont mesurés. La puissance active est calculée par :

$$P = UI \cos \varphi \quad (6)$$

Six séries de mesures sont effectuées avec les courants sinusoïdaux, dont les valeurs efficaces I sont 0.5, 1, 1.5, 2, 3 et 5A, respectivement, au cours de chacune.

Les résultats de calculs et d'expérimentation des paramètres électriques et de température obtenus pour les courants sinusoïdaux sont donnés en fonction de la fréquence sur les Figures 2 à 5, respectivement.

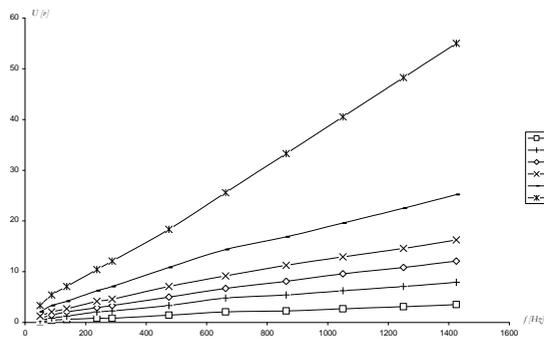


Figure 2 : Dépendance  $U = f(f)$

La tension U appliquée aux bornes de l'enroulement croît avec l'augmentation de la fréquence f (voir Figure 2). Comme le courant est maintenu constant, la résistance du modèle croît également avec l'augmentation de la fréquence. Ceci peut être expliqué par l'existence de l'effet de peau dans le noyau solide [2-4]. En présence d'effet de peau, le rapport entre la réactance et la résistance du noyau reste constant [5], c.-à-d., l'angle de phase  $\varphi$  est également constant.

La variation de l'angle de phase  $\varphi$  au cours de l'expérience est présentée sur la Figure 3. Dans la gamme de la fréquence entre 50Hz et 500-700Hz, l'angle  $\varphi$  augmente, ensuite il devient constant aux fréquences les plus élevées, en raison de l'effet de peau dans le corps solide. Il est égal à 65°.

Les graphiques de la puissance active P et du gradient de température T en fonction de la fréquence f sont illustrés dans les Figures 4 et 5.

Les deux graphiques sont tout à fait similaires car l'augmentation de la puissance active conduit à l'augmentation du gradient de température selon l'équation (5).

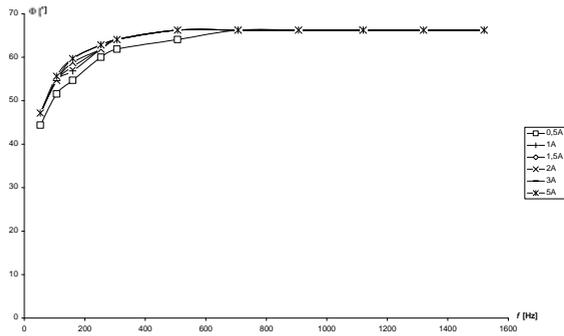


Figure 3 : Dépendance  $\phi = f(f)$

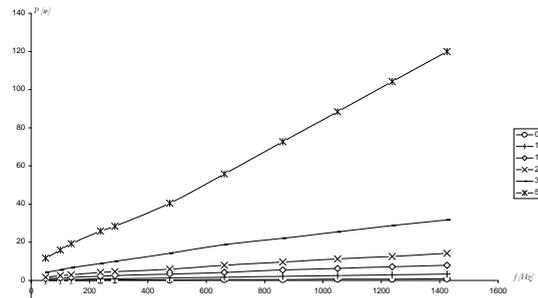


Figure 4 : Dépendance  $P = f(f)$

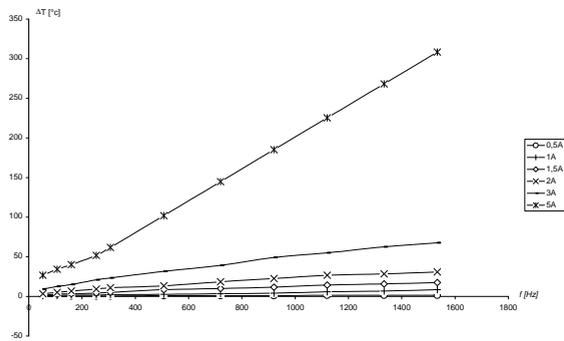


Figure 5 : Dépendance  $T = f(f)$

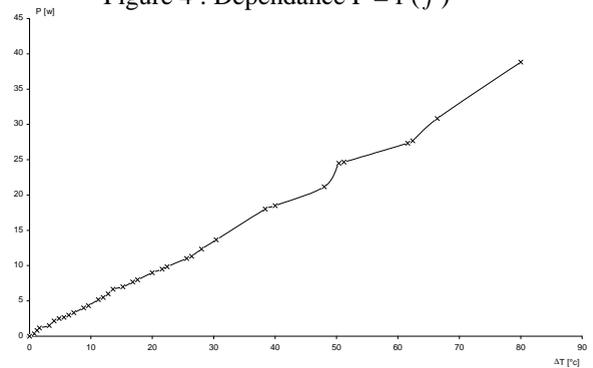


Figure 6 : Dépendance  $P = f(T)$

La Figure 6 montre le graphique du gradient de température  $T$  en fonction de la puissance active  $P$  à partir des données des Figures 4 et 5. Tous les points du graphique de la Figure 6 se trouvent sur ou très proches d'une ligne droite. Par conséquent, on peut supposer que la dépendance  $P = f(T)$  est linéaire, c.-à-d. que la relation entre la puissance active et le gradient de température est constante.

Au cours des séries de mesure, la valeur efficace du courant est maintenue constante, tandis que sa fréquence est variée de 50 hertz jusqu'à 1500 hertz.

$$K = C \cdot \frac{F}{d} \quad (7)$$

Pour le modèle d'étude utilisé, il égal à  $K = 0.476 \text{ W/}^\circ\text{C}$ . Un tel résultat mène à la conclusion que le gradient de température en fonction de la puissance active est indépendant de la variation de la fréquence. La valeur de la puissance active particulière produite dans le noyau solide correspond à la valeur concrète du gradient de température selon la formule :

$$P = K \cdot \Delta T \quad (8)$$

Cette conclusion sera employée pour l'analyse de la puissance active sous conditions non-sinusoïdales.

#### 4. Expérience en présence d'harmoniques de courant

Trois expériences sous conditions non-sinusoïdales sont menées. Au cours de celles-ci, la procédure suivante est employée : Les spectres d'harmoniques de tension et de courant et le gradient de température  $T$  sont mesurés.

Ensuite, le gradient de température  $T$  est introduit dans l'équation (8) afin d'estimer la puissance (active) de la chaleur  $P_{\text{mes}}$  diffusée dans le noyau solide due au débit de courant non-sinusoïdal traversant l'enroulement. Comme la puissance active est indépendante de la fréquence, l'hypothèse que chaque « harmonique »  $h$  chauffe le noyau séparément est établie.

Puis, en prenant en compte la fréquence et la valeur du courant, l'angle de phase est déterminé par le graphique de la Figure 3. La puissance active de chaque harmonique sera :

$$P_h = U_h I_h \cos \varphi_h \quad (9)$$

Où :  $U_h$  et  $I_h$  sont les valeurs efficaces mesurées de la tension et du courant,  $\varphi_h$  est l'angle de phase entre eux. Enfin, la puissance active totale est calculée comme :

$$P_{\text{cal}} = \sum_h P_h \quad (10)$$

Cette somme  $P_{cal}$  est comparée à la puissance active  $P_{mes}$  mesurée directement par la méthode thermique. L'erreur est estimée par la formule suivante :

$$\varepsilon = \frac{P_{mes} - P_{cal}}{P_{mes}} \cdot 100\% \quad (11)$$

Où:  $P_{mes}$  est la puissance active mesurée directement par la méthode thermique;  $P_{cal}$  est la puissance active calculée. Un complément d'enquête est effectué : Le gradient de température pour chaque valeur de  $P_h$  est lu à partir du graphique de la Figure 6 et sont additionnés. La somme obtenue est substituée dans l'équation (8) :

$$P_{th} = K \sum_h \Delta T_h \quad (12)$$

La puissance active  $P_{th}$  obtenue est comparée à la puissance active  $P_{mes}$  mesurée directement par la méthode thermique. Ensuite, il peut s'avérer que chaque harmonique de courant ou respectivement chaque composant harmonique de puissance de la puissance active contribue au chauffage du noyau. Au cours des trois prochaines expériences, cette thèse sera vérifiée.

#### 4.1. Première expérience

Au cours de la première expérience deux formes d'onde de tension de 300Hz et 900Hz sont combinées.

La tension non-sinusoidale obtenue, illustrée dans la Figure 7, est appliquée aux bornes des N spires du modèle d'étude (Figure 1). En conséquence un courant non-sinusoidal circule dans l'enroulement N. Sa forme est également montrée sur la Figure 7.

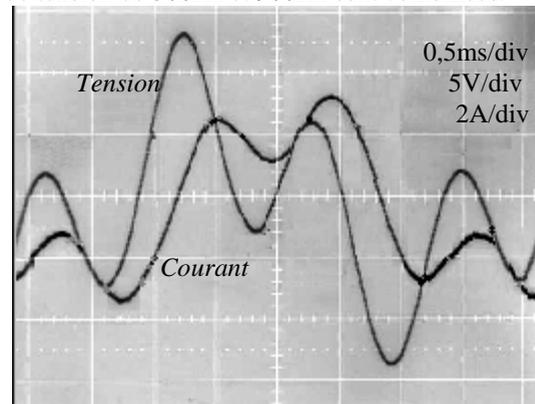


Figure 7 : Combinaison des formes d'onde sinusoïdales de la tension et du courant

Le courant chauffe le noyau du modèle et le gradient de température mesuré est  $\Delta T = 14,67^\circ\text{C}$ . Ainsi, en substituant cette valeur dans l'équation (8), la puissance active, obtenue expérimentalement par la méthode thermique, est trouvée et est égale à  $P_{mes} = 6,98\text{W}$ . La puissance active harmonique pour chaque harmonique (première et troisième) est calculée par l'équation (9) en se basant sur les valeurs efficaces des spectres d'harmoniques de la tension et du courant et les valeurs des angles de phase ( $\varphi_h$ ) portées dans le Tableau 1 suivant.

Leur somme ( $P_{cal} = P_1 + P_3 = 6,82\text{W}$ ) est très proche de la puissance active mesurée directement par le procédé thermique ( $P_{mes} = 6,98\text{W}$ ). L'erreur calculée est de 2,29%.

Par conséquent, on peut supposer que chaque harmonique de courant (première et troisième) chauffe le noyau du modèle d'étude séparément. Pour vérifier cette thèse pour chaque valeur calculée de la puissance active  $P_h$  (la fondamentale et la troisième harmonique) le gradient de température correspondant  $\Delta T_h$  [voir 1] est lu sur le graphique de la dépendance de la puissance active en fonction de la chaleur dégagée dans la Figure 6. Les résultats obtenus pour le gradient de température de chaque harmonique  $\Delta T_h$  sont additionnés ( $\Delta T_1 + \Delta T_3 = 15^\circ\text{C}$ ). Cette somme est soumise dans l'équation (8). La valeur de la puissance active calculée de  $P_{th} = 7,14\text{W}$  est très proche de la puissance active  $P_{mes} = 6,98\text{W}$ . L'erreur calculée est de 2,29%. Par conséquent, la conclusion suivante est établie : chaque harmonique de puissance active contribue indépendamment à l'échauffement du noyau.

Tableau 1 : Combinaison de deux formes d'onde sinusoïdales - résultats mesurés et calculés

Valeurs mesurées			Valeurs calculées		
$f[\text{Hz}]$	300	900	$\Delta T [^\circ\text{C}]$	$P [\text{W}]$	$\varepsilon [\%]$
$U_h [\text{V}]$	4,9	5,6	-	-	-
$I_h [\text{A}]$	2	1	-	-	-
$\varphi_h [^\circ]$	63	65	-	-	-
$P_h [\text{W}]$	4,45	2,37	-	6,82	2,29
$\frac{\Delta T_h}{\varphi} [^\circ\text{C}]$	10	5	15	7,14	2,29
$\Delta T = T_1^\circ - T_2^\circ = 46^\circ\text{C} - 31,33^\circ\text{C}$			14,67	6,98	-

#### 4.2. Deuxième expérience

Lors de la deuxième expérience une forme d'onde rectangulaire de la tension de fréquence de base de 300Hz (voir la Figure 8) est appliquée à l'enroulement N du modèle thermique expérimental.

Le courant, qui circule à travers l'enroulement, dispose également d'une forme d'onde non-sinusoïdale (voir Figure 8).

Là, comme dans l'expérience précédente, les mêmes approches pour trouver la puissance active sont appliquées. Les résultats mesurés et calculés sont présentés dans le Tableau 2.

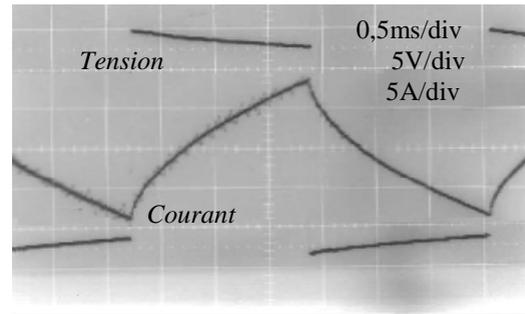


Figure 8 : Forme d'onde rectangulaire de la tension et la forme d'onde obtenue du courant

Tableau 2 : Une forme d'onde de tension rectangulaire et le courant obtenu - résultats mesurés et calculés

Valeurs mesurées					Valeurs calculées		
$f$ [Hz]	300	900	1500	2100	$\Delta T$ [°C]	$P$ [W]	$\epsilon$ [%]
$U_h$ [V]	12,47	4,21	2,37	1,6	-	-	-
$I_h$ [A]	5	0,9	0,35	0,2	-	-	-
$\phi_h$ [°]	63	65	65	65	-	-	-
$P_h$ [W]	28,31	1,6	0,35	0,14	-	30,4	1,2
$\Delta T_h$ [°C]	62	3	0,71	0,27	65,98	31,41	4,56
$\Delta T = T_1^\circ - T_2^\circ = 108,7^\circ C - 45,6^\circ C$					63,1	30,04	-

Les deux valeurs de la puissance active obtenue à l'aide de calculs électriques ( $P_{cal} = 30.4$  W) et thermique ( $P_{th} = 31.41$ W) sont très proche de la valeur mesurée directement par la méthode thermique ( $P_{mes} = 30.04$  W), voir Tableau 2.

Par conséquent, on arrive à la même conclusion : chaque harmonique de puissance active contribue indépendamment au chauffage du noyau.

### 4.3. Troisième expérience

Pendant la troisième expérience un courant non-sinusoïdal de fréquence de la fondamentale à 50 hertz (Figure 9) traverse l'enroulement N du modèle étudié.

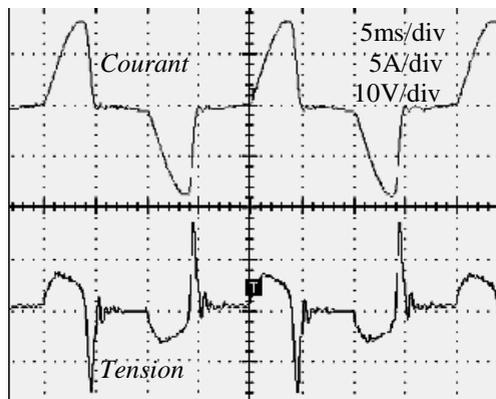


Figure 9 : EDs – Formes d'ondes de la tension et du courant expérimentaux

Les résultats mesurés et calculés sont portés dans le Tableau 3. Les deux valeurs de la puissance active obtenue en employant des calculs électriques ( $P_{cal}=12.26$ W) et thermique ( $P_{th}=12.57$ W) sont très proches de la valeur mesurée directement par la méthode thermique ( $P_{mes} = 12.28$  W), voir Tableau 3. Par conséquent, la même conclusion est faite : chaque harmonique de puissance active contribue indépendamment à l'échauffement du noyau.

Ce courant est le résultat d'une combinaison de plusieurs courants d'entrée de plusieurs dispositifs électroniques (EDs). La tension aux bornes de l'enroulement du modèle étudié est à son tour non-sinusoïdale et sa forme d'onde est montrée sur la Figure 9.

Tableau 3 : EDs – Tension et courant expérimentaux – résultats mesurés et calculés

Valeurs mesurées				Valeurs calculées		
$f$	50	150	350	$\Delta T$ [°C]	$P$ [W]	$\epsilon$ [%]
$U_h$	1,9	6,93	2,54	-	-	-
$I_h$	3,0	1,74	0,4	-	-	-
$\phi_h$	47	58	62	-	-	-
$P_h$	4,0	6,39	0,48	-	12,2	0,16
$\Delta T_h$	9	14	0,9	26,4	12,5	2,36
$\Delta T = T_1^\circ - T_2^\circ = 59,8^\circ C - 34^\circ C$				25,8	12,2	-

## 5. Validation de la modélisation conceptuelle

Actuellement, il existe différentes méthodes pour le calcul de la puissance dans des conditions non-sinusoidales. En 1927 Budeanu a été le premier à développer une théorie de calcul de la puissance sous conditions non-sinusoidales en employant des méthodes dans le domaine fréquentiel [6].

Quelques années plus tard, en 1932, Fryze développa une théorie utilisant une méthode dans le domaine temporel [7].

Budeanu et Fryze obtiennent l'expression de la puissance active de la même manière en intégrant la puissance instantanée. Budeanu l'exprime en domaine fréquentiel :

$$P_{cal} = \sum_h U_h I_h \cos \varphi_h \quad (13)$$

Tandis que Fryze - dans le domaine temporel :

$$P = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} u(t).i(t)dt \quad (14)$$

De nos jours un certain nombre d'auteurs ont proposé des méthodes pour le calcul de la puissance, qui sont des développements ultérieurs des théories de Budeanu et de Fryze bien qu'aucun des auteurs qui proposent une méthode pour le calcul de la puissance dans des conditions non-sinusoidales ne conteste la nature de la puissance active ; Là sont plusieurs méthodes suggérées pour le calcul de la puissance active sous conditions non-sinusoidales. Shepherd et Zakhiani [8] définissent différemment la composition de la puissance active :

$$P_R = \sqrt{\sum_h U_h^2 \sum_h I_h^2 \cos^2 \varphi_h} \quad (15)$$

Cette puissance est influencée par la présence de charges actives non linéaires dans les réseaux d'alimentation. Slonim et Van Wyk [9] acceptent la définition de Budeanu-Fryze de la puissance active, mais ils affirment que la valeur de la puissance active est influencée par la présence de charges actives linéaires et non linéaires dans le système d'alimentation. Ensuite, ils ajoutent à la puissance active définie par Budeanu-Fryze, la composante de puissance de distorsion liée à la présence des charges actives linéaires et non linéaires dans le système d'alimentation :

$$P_T = \sqrt{\left( \sum_h U_h I_h \cos \varphi_h \right)^2 + \sum_{K \neq h} (R_h - R_K)^2 I_h^2 I_K^2} \quad (16)$$

Où :  $R_h$  et  $R_k$  sont les résistances avec indices d'harmoniques h et k ;  $I_h$  et  $I_k$  sont les harmoniques de courant d'indices h et k. Emanuel [10] accepte également la puissance active de Budeanu et Fryze, mais il affirme que l'harmonique fondamentale de la puissance active

$$P_1 = U_1 I_1 \cos \varphi_1 \quad (17)$$

doit être mesurée séparément à partir de la puissance active résiduelle, due à la présence d'harmoniques d'ordres élevés dans le système :

$$P_h = \sum_{h \neq 1} U_h I_h \cos \varphi_h \quad (18)$$

Comparant les formules de calcul de la puissance active suggérées par les auteurs mentionnés ci-dessus, il est évidemment que la formule de Budeanu et Fryze coïncident avec ce rapport expérimentalement prouvé : la puissance active totale est la somme des puissances actives produites par les harmoniques de la tension et du courant avec le même indice de série.

## 6. Conclusion

Les expériences avec les courants sinusoïdaux changeant largement en amplitude et en fréquence conduisant à la conclusion que la puissance active générée est indépendante de la fréquence du courant.

Elle dépend linéairement des gradients de température produits par les courants, car le rapport K entre la puissance active et la chaleur dégagée (gradient de température) est constant.

Cette conclusion est appliquée à l'analyse de la puissance active sous conditions non-sinusoidales.

Comme la puissance active est indépendante de la fréquence, il est supposé que lorsqu'à la fois la tension et le courant ou juste l'un d'entre eux est non-sinusoidal chaque « harmonique » chauffe le noyau séparément.

Les expériences avec tensions et courants non-sinusoidaux nous aident à prouver expérimentalement que la puissance active totale sous conditions non-sinusoidales est une somme des puissances actives produites par les harmoniques de tension et du courant avec le même indice de série.

## **Références**

- [1] IEEE Standard 1459-2000., "*IEEE Trial-Use Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Non-Sinusoidal, Balanced or Unbalanced Conditions*", *IEEE*, 21 June 2002. Upgraded to Full-Use December 2002.
- [2] L. Neiman, Theory of electromagnetic field. , *Moscow - Leningrad*, 1954.
- [3] A. Ferrero, "Definitions of Electrical Quantities Commonly Used in Non-sinusoidal Conditions", *European Transactions of Electrical Power (ETEP)*, Vol. 8, 1998.
- [4] A. Gandelli, S. Leva, A.P. Morando., "Topological Considerations on the Symmetrical Components Transformation", "*IEEE Trans. on Circuit and Systems*", vol.47, n.8, 2000.
- [5] A.P. Morando., "A thermodynamic approach to the instantaneous non-active power", "*ETEP*", vol. 12, n. 5, 2001.
- [6] C. Budeanu, "Kapazitäten and Induktivitäten als verzerrende Elemente"; *Archif für Elektrotechnik*, vol.4, p.251-259, 1938.
- [7] S. Fryze Wirk, "Blind- und Scheinleistung in elektrischen Stromkreisen mit nichtsinusförmigem Verlauf von Strom und Spannung", *Elektrotechnische Zeitschrift*, No 25, p. 596-599, 1932.
- [8] W. Shepherd and P. Zakikhani, "Suggested definition of reactive power for non-sinusoidal systems," *IEE Proceeding*, vol. 119, No 9, p. 1391-1392, 1972.
- [9] M. Slonim and J. Van Wyk,"Power components in a system with sinusoidal and non-sinusoidal voltages and/or currents", *IEE Proceeding-B*, vol. 135, No 2, p. 76-84, 1988.
- [10] A. Emanuel, "Actual measurements of apparent power and its components at low and medium voltage buses", *ETEP*, vol. 5, p. 371-380, 1994.