



Echanges thermiques dans un écoulement forcé à travers une matrice poreuse avec déséquilibre thermique local : Influence de la génération de chaleur

Azzedine ABDEDOU^{1,2}, Khedidja BOUHADEF², Rachid BENNACER³, Frédéric TOPIN⁴ ¹Département du Génie Mécanique, Faculté de Génie de Construction, Université Mouloud Mammeri De Tizi-Ouzou, Algérie. ²USTHB – Faculty of Mechanical and Process Engineering (FGMGP) Laboratory of Multiphase Transport and Porous Media (LTPMP) – Algeria. ³LMT-ENS Cachan, 61 av. du president Wilson, F-94235 Cachan Cedex, France ⁴IUSTI, CNRS UMR 7343, Aix-Marseille Universié, Marseille, France <u>abdedou.azzedine@agmail.com</u>, <u>kbouhadef@usthb.dz</u>, <u>rachid.bennacer@ens-cachan.fr</u>, <u>frederic.topin@univ-amu.fr</u>

Résumé : Le présent travail consiste en l'étude de la convection forcée dans un canal plan rempli d'un milieu poreux en l'absence de l'équilibre thermique local et en présence d'une génération interne volumique de chaleur dans la phase solide. Les parois sont considérées isothermes avec une température supérieure à la température d'entrée fluide où est imposée également une distribution uniforme de vitesse. La modélisation du champ dynamique est effectuée par le modèle de Darcy-Brinkman et celle du champ thermique par le modèle à deux équations d'énergie. Les équations gouvernantes sous leur forme adimensionnelle ont été résolues moyennant la méthode des volumes finis en adoptant le maillage décalé et le schéma amont du premier ordre. Les résultats obtenus concernent principalement l'effet des paramètres de contrôle tels que le rapport des conductivités thermiques (R_k), le nombre de Biot interstitiel (Bi) et le taux de génération de chaleur dans la phase solide (R_q) sur les échanges thermiques dans chaque phase, et sur les valeurs des nombres de Nusselt locaux et moyens.

Mots clés : Convection forcée, Milieux poreux, déséquilibre thermique local, génération d'énergie

1. Introduction

Le transfert de chaleur dans les milieux poreux est considéré comme l'un des axes de recherches les plus prisés ces dernières décennies en raison de la complexité phénoménologique des processus qui s'y déroulent et de nombreux avantages qui en découlent à travers les diverses applications technologiques. Les domaines d'intervention sont multiples. On distingue, entre autres, les secteurs de la géothermie, des échangeurs de chaleur compacts, du séchage, du refroidissement des composants électroniques, des réacteurs chimiques et nucléaires, du stockage de denrées ou de déchets, etc. L'évaluation des échanges thermiques est une étape d'une importance capitale dans toute phase d'étude et de conception de systèmes et processus industriels. Une grande partie des travaux menés, est basée sur le modèle à une équation d'énergie qui adopte l'hypothèse de l'existence de l'équilibre thermique local entre les phases fluide et solide, lors de l'évaluation des transferts thermiques au sein des matrices poreuses [1]. Cette modélisation peut s'avérer insuffisante dans certaines configurations et sous certaines conditions opératoires (présence d'une génération de chaleur par exemple), d'où la nécessité de recourir au modèle à deux équations d'énergie [2-4] afin d'avoir une meilleure estimation des quantités de chaleur échangées et, par conséquent, de se rapprocher d'avantage de l'aspect physique des phénomènes mis en jeu.

Plusieurs chercheurs se sont penchés sur le cas du déséquilibre thermique local en utilisant le modèle à deux températures afin d'évaluer l'intensité du transfert. Ainsi Mahmoudi et al [5] ont mené une étude analytique de la convection forcée dans un canal partiellement rempli par un milieu poreux en l'absence de l'équilibre thermique local entre les phases fluide et solide. L'effet des différents paramètres tels que le nombre de Biot, le rapport des conductivités thermique ainsi le nombre de Darcy sur les échanges thermique et sur la condition de validité de la condition de l'équilibre thermique local a été étudié. Les principaux résultats qui ont découlé de cette étude ont montré que les expressions du nombre de Nusselt, obtenues en utilisant les deux

modèles, présente une disparité majeure pour des valeurs élevées du nombre de Biot et du rapport des conductivités thermique. Les valeurs du nombre de Nusselt et des pertes de charges ont été combinées afin de déterminer la performance du transfert de chaleur du système considéré. Une étude numérique de la convection forcée dans un canal rectangulaire rempli d'une mousse à base de graphite a été réalisée par Solmus [6]. Une étude paramétrique a été menée afin d'examiner le comportement thermique et dynamique de cet échangeur et une confrontation des résultats obtenus portant sur le transfert de chaleur et les pertes de charges a été effectuée avec le cas d'un échangeur muni d'une mousse d'aluminium. Ces résultats ont montré que la configuration de mousse de graphite présente une meilleure performance thermique avec des écarts de température très importants entre la phase fluide et la phase solide. Yan et Vafai [7] ont analysé le phénomène de la bifurcation du gradient de température (qu'ils ont définie comme étant le changement du signe du gradient près de la paroi) entre les deux phases fluide et solide pour différents types de conditions aux limites pour le cas de la convection forcée en absence de l'équilibre thermique local et en présence de la génération de chaleur dans les phases fluide et solide. Le problème des transferts de chaleur dans les collecteurs solaires remplis d'une mousse métallique a été étudié analytiquement et numériquement par Xu et al [8]. Ils ont examiné les effets de plusieurs paramètres de contrôle et une comparaison des différents modèles d'écoulement a été effectuée. Les principaux résultats ont clairement illustré le fait que l'augmentation de la porosité de la mousse métallique conduit à une diminution des effets du déséquilibre thermique local. L'introduction de la mousse métallique a contribué à une amélioration notable des performances thermiques du collecteur au détriment de la résistance à l'écoulement.

L'objectif de la présente étude est d'examiner les transferts de chaleur au sein d'une matrice solide parcourue par un écoulement forcée. Il s'agit, dans un premier temps, d'étudier les évolutions des profils des nombres de Nusselt locaux et moyens dans chaque phase en fonction des paramètres de contrôle tels que le nombre de Biot interstitiel (Bi) et le rapport des conductivités thermiques solide sur fluide (R_k). Par la suite, il y a lieu d'examiner l'influence de la présence de la génération de chaleur dans la phase solide, à travers les valeurs du taux de génération de chaleur (R_q), sur les quantités de chaleur échangées dans chaque phase, mais aussi sur la direction de ces échanges (éventuelle inversion de la direction des transferts thermiques dans chaque phase sous l'effet de la génération de chaleur).

2. Modélisation Mathématique

L'analyse porte sur un canal plan rempli par un milieu poreux homogène isotrope avec une porosité constante et une génération de chaleur volumique interne dans la phase solide. Le fluide est incompressible en régime d'écoulement laminaire, permanent, avec une distribution uniforme du champ de vitesse et de température à l'entrée. Les parois limitant le canal sont imperméables et portées à une température constante supérieure à celle du fluide à l'entrée du conduit comme le montre la figure 1.



Figure 1 : Représentation schématique du domaine physique

Certaines hypothèses simplificatrices ont été retenues le long de cette étude à savoir : les propriétés thermophysiques du fluide et du solide sont considérées constantes, les effets de la convection naturelle et de la dissipation visqueuse sont supposés négligeables, la phase solide de la matrice poreuse est le siège d'une génération de chaleur volumique uniforme et le champ dynamique est calculé en se basant sur le modèle de Darcy-Brinkman. L'approche à deux équations d'énergie est adoptée pour la résolution du champ thermique en

considérant une équation d'énergie pour chaque phase. En se basant sur ces hypothèses, une forme adimensionnelle des équations de continuité, de mouvement et d'énergie est écrite comme suit :

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) - \frac{1}{ReDa} U \quad (2)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) - \frac{1}{ReDa} V \quad (3)$$

$$U \frac{\partial \theta_f}{\partial x} + V \frac{\partial \theta_f}{\partial y} = \frac{1}{PrRe} \left(\frac{\partial^2 \theta_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta_f}{\partial y^2} \right) + 6 \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon} \frac{Bi}{PrRep} \left(\theta_s - \theta_f \right) \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2 \theta_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial y^2} - 6 \frac{Bi}{R_k} \frac{Re}{Rep} \left(\theta_s - \theta_f \right) + \frac{R_q}{R_k} = 0 \quad (5)$$

Où les variables adimensionnelles suivantes ont été utilisées :

$$X = \frac{x}{H}; \quad Y = \frac{y}{H}; \quad U = \frac{u}{U_{in}}; \quad V = \frac{v}{U_{in}}; \quad P = \frac{\varepsilon^2 p}{\rho_f U_{in}^2}; \quad L = \frac{\ell}{H}; \quad \theta = \frac{T - T_{in}}{T_w - T_{in}}$$
(6)

La mise sous forme adimensionnelle des équations gouvernantes a permis l'apparition d'un certain nombre de groupements de similitude, sans dimensions, qui servent de paramètres de contrôle tels que le nombre de Reynolds Re, le nombre de Darcy Da, le nombre de Prandtl Pr, le nombre de Biot interstitiel Bi, le rapport des conductivités thermiques R_k et taux de génération de chaleur R_q , qui sont définis comme suit :

$$Re = \frac{\rho_f U_{in} H}{\varepsilon \mu}; \ Da = \frac{K}{\varepsilon H^2}; \ Pr = \frac{\varepsilon v_f}{\alpha_f}; \ Bi = \frac{h_{sf} H}{k_f}; \ R_k = \frac{k_s}{k_f}; \ R_q = \frac{q}{q_{ref}}$$
(7)

La forme adimensionnelle des équations d'énergie est obtenue, entre autres, en considérant la forme explicite de la surface spécifique donnée par Wakaoo et al [9] en fonction de la porosité et du diamètre des particules du milieu poreux. Elle s'écrit :

$$a_{sf} = 6 \frac{(1-\varepsilon)}{d_p} \quad (8)$$

La configuration géométrique objet de cette étude présente une symétrie par rapport à l'axe des abscisses, comme le montre la figure 1. Sur ce, les conditions aux limites, sous leur forme adimensionnelle, s'écrivent :

$$U(0,Y) = 1, V(0,Y) = \theta_{s}(0,Y) = \theta_{f}(0,Y) = 0 \quad (9)$$

$$U\left(X,\frac{H}{2}\right) = V\left(X,\frac{H}{2}\right) = 0, \quad \theta_{s}\left(X,\frac{H}{2}\right) = \theta_{f}\left(X,\frac{H}{2}\right) = 1 \quad (10)$$

$$\frac{\partial U(X,0)}{\partial Y} = \frac{\partial V(X,0)}{\partial Y} = \frac{\partial \theta_{f}(X,0)}{\partial Y} = \frac{\partial \theta_{s}(X,0)}{\partial Y} = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial U(L,Y)}{\partial X} = \frac{\partial V(L,Y)}{\partial X} = \frac{\partial \theta_{f}(L,Y)}{\partial X} = \frac{\partial \theta_{s}(L,Y)}{\partial X} = 0 \quad (12)$$

L'évaluation des transferts thermiques est effectuée moyennant les expressions des nombres de Nusselt local et moyen, le long de la paroi, pour la phase fluide et la phase solide, qui se ramènent à :

$$Nu_{f} = \left(\frac{\partial T_{f}}{\partial y}\right)_{y=\frac{H}{2}} \frac{H}{(T_{w}-T_{in})} = \frac{\partial \theta_{f}}{\partial Y}\Big|_{Y=\frac{1}{2}}$$
(13)
$$\overline{Nu}_{f} = \frac{1}{L} \int_{0}^{L} Nu_{f} dX$$
(14)
$$Nu_{s} = \left(\frac{\partial T_{s}}{\partial y}\right)_{y=\frac{H}{2}} \frac{H}{(T_{w}-T_{in})} = \frac{\partial \theta_{s}}{\partial Y}\Big|_{Y=\frac{1}{2}}$$
(15)
$$\overline{Nu}_{s} = \frac{1}{L} \int_{0}^{L} Nu_{s} dX$$
(16)

3. Procédure numérique

Les équations adimensionnelles gouvernantes ont été discrétisées moyennant la méthode des volumes finis développée par Patankar [10]. Le schéma amont du premier ordre est utilisé pour évaluer les flux convectifs au niveau des interfaces de chaque volume de contrôle et le schéma centré est utilisé pour la discrétisation des termes diffusifs. En prenant en considération la structure géométrique du domaine d'étude, un maillage, à cellules rectangulaires, uniforme et régulier dans les deux directions longitudinale et transversale a été utilisé. Un maillage décalé est aussi retenu dans cette étude qui consiste à évaluer les composantes longitudinale et transversale de la vitesse U et V au niveau des interfaces des volumes de contrôle qui sont décalées d'une demi maille par rapport aux centres des volumes de contrôle où sont évaluées les grandeurs scalaires restantes (pressions, températures). Le couplage vitesse pression a été résolu en utilisant l'algorithme SIMPLE. Après une étude détaillée de la sensibilité au maillage, la grille 250x120 nœuds (dans les directions X et Y, respectivement) a été utilisée.

Le système d'équations algébriques découlant de la discrétisation a été résolu en utilisant la méthode itérative de Stone [11] appelée également SIP (Stongly Implicit Procedure). La technique de sous relaxation a été introduite afin d'accélérer la convergence du processus itératif. Les équations du champ dynamique (vitesses et pression), qui sont découplées des équations d'énergie, sont résolues en premier jusqu'à ce que le test de convergence soit satisfait pour ensuite entamer la résolution des équations d'énergie des phases fluide et solide jusqu'à convergence. Le test de convergence adopté dans cette étude, pour chaque variable résolue, est donné par l'expression suivante :

$$max \left| \frac{\Phi_{i,j}^{m+1} - \Phi_{i,j}^{m}}{\Phi_{i,j}^{m}} \right| \le 10^{-7} \quad (17)$$

Avec Φ qui représente la variable dépendante U, V, P, θ_f et θ_s . Les indices i et j indiquent la position du point dans la grille de calcul et m désigne la valeur de l'itération.

4. Résultats et discussion

L'étude a été menée pour différentes valeurs des paramètres adimensionnels qui sont des paramètres de contrôle. Certains d'entre eux sont maintenus constants comme le nombre de Prandtl (Pr=0.7), le nombre de Reynolds (Re=100), la porosité du milieu poreux ($\varepsilon = 0.9$), le rapport d'aspect du canal (L=10), le nombre de Reynolds basé sur le diamètre des particules (Re_p=1) et le nombre de Darcy (Da=10⁻⁴). Les effets des paramètres tels que le rapport des conductivités thermiques ($10^{-1} \le R_k \le 10^4$), le nombre de Biot interstitiel ($10^{-1} \le Bi \le 10^2$)et le taux de génération de chaleur ($10^{-1} \le R_q \le 10^2$), sur les transferts thermiques sont représentés en termes d'évolutions des nombre de Nusselt locaux et moyens pour les deux phases fluide et solide.



Figure 2 : Variation du nombre de Nusselt local pour différentes valeurs du nombre de Biot pour Re=100, Da= 10^{-4} , R_k=0.1 et R_q=100 : (a) Phase fluide ; (b) Phase solide.

Ainsi, la figure 2 représente la variation des nombres de Nusselt locaux des phases fluide et solide le long du canal pour une faible valeur du rapport des conductivités ($R_k=0.1$) et différentes valeurs du nombre de Biot

interstitiel dans le cas de la présence d'une génération de chaleur dans la phase solide. Il est évident, à travers la figure 2.b, que la variation du nombre de Nusselt de la phase solide est sensiblement affectée par la variation de Bi, comparativement au profil du nombre de Nusselt de la phase fluide, qui demeure inchangé pour les différentes valeurs de Bi (figure 2.a). Pour des faibles valeurs du Bi (Bi=0.1), la chaleur générée dans la phase solide ne peut être évacuée ni par conduction dans le solide (faible k_s) ni par échanges convectifs interstitiels (faible Bi). Ceci engendre une augmentation sensible de la température du solide jusqu'à dépasser celle de la paroi (maintenue constante) au fur et à mesure que l'on évolue vers la sortie du canal, provoquant ainsi une inversion dans le sens des transferts de la phase solide vers la paroi, ce qui se manifeste une inversion du signe des valeurs du nombre de Nusselt local. L'augmentation des valeurs du nombre de Biot interstitiel conduit à une augmentation des échanges convectifs entre les deux phases et à la diminution de la température du solide réduisant ainsi les valeurs négatives de Nusselt.



Figure 3 : Variation du nombre de Nusselt local pour différentes valeurs du nombre de Biot pour Re=100, Da= 10^{-4} , R_k=100 et R_q=100 : (a) Phase fluide ; (b) Phase solide.

Pour des valeurs élevées du rapport des conductivités thermiques ($R_k=100$), on constate à travers la figure 3 qu'il n'existe plus de valeurs négatives du nombre de Nusselt sur toute la longueur du canal et pour toute la plage de variation du nombre de Biot interstitiel. L'augmentation de la conductivité thermique du solide au détriment de celle du fluide permettra d'évacuer la chaleur générée, essentiellement par conduction à travers la phase solide. L'augmentation du coefficient d'échange interstitiel (augmentation de Bi) conduit à la diminution du nombre de Nusselt local de la phase fluide (figure 3.a). Ceci est dû à l'augmentation de la température du fluide, du fait de la bonne communication thermique interstitielle, ce qui réduira par conséquent les échanges thermiques avec la paroi. Inversement, lorsque le nombre de Biot prend des valeurs relativement élevées, cela engendre systématiquement une diminution de la température de la phase solide et ainsi une légère augmentation des échanges thermiques avec la paroi (figure 3.b).



Figure 4 : Variation du nombre de Nusselt moyen des phases fluide et solide avec le nombre de Biot interstitiel pour différentes valeurs de R_k pour Re=100, Da=10⁻⁴ et R_a =0

La figure 4 représente la variation des nombres de Nusselt moyens des deux phases fluide et solide en fonction du nombre de Biot interstitiel Bi pour différentes valeurs de R_k en l'absence de la génération de chaleur dans le solide ($R_q=0$). On constate, à travers cette figure, que pour une valeur donnée de R_k , le nombre de Nusselt moyen de la phase fluide diminue avec l'augmentation du nombre de Biot jusqu'à une valeur critique à partir de laquelle il augmente avec l'augmentation du nombre de Biot. Le profil du nombre de Nusselt moyen de la phase solide augmente avec l'augmentation de Bi pour toutes les valeurs du rapport des conductivités thermiques. Pour une valeur donnée de R_k , on remarque que l'écart entre les profils des nombres de Nusselt des deux phases est plus prononcé pour des faibles valeurs de Bi pour ensuite s'amenuiser au fur et à mesure que le transfert thermique interstitiel augmente (augmentation de Bi).



Figure 5 : Variation du nombre de Nusselt moyen des phases fluide et solide avec le rapport des conductivités thermiques pour différentes valeurs de Bi pour Re=100, Da=10⁻⁴ et R_a=0

Afin de visualiser au mieux l'effet du rapport des conductivités sur les transferts entre la paroi et la matrice poreuse et l'interaction qui en résulte entre les deux phases, nous avons représenté, à travers la figure 5, la variation des profils des nombres de Nusselt moyens des phases fluide et solide en fonction de R_k pour différentes valeurs du nombre de Biot. Ainsi, pour une valeur donnée de Bi, l'augmentation du rapport des conductivités thermiques conduit à la diminution du nombre de Nusselt moyen des deux phases jusqu'à une valeur asymptotique. En l'absence de la génération de chaleur et en fixant le rapport des conductivités thermiques, toute augmentation des échanges convectifs interstitiels (augmentation de Bi) conduit à une diminution de la température du solide et à une augmentation de celle du fluide du fait de la bonne communication thermique au niveau local, d'où l'augmentation du nombre de Nusselt relatif à la phase solide au détriment de celui de la phase fluide.

En présence de la génération de chaleur dans le solide, les nombres de Nusselt moyens dans les deux phases, tels que définis par les équations (14) et (16), peuvent conduire à des résultats qui ne reflètent pas la réalité physique, du fait des valeurs négatives du nombre de Nusselt local. Il se peut, compte tenu de cette configuration, qu'il apparaisse des valeurs quasi nulles du nombre de Nusselt moyen des deux phases que l'on peut interpréter comme absence de transfert. Or cette configuration peut être le résultat de la présence de valeurs négatives du nombre de Nusselt local, qui sont dues à l'inversion du transfert à partir de la matrice poreuse vers les parois du canal, qui vont ainsi s'additionner aux valeurs positives dans le calcul de l'intégrale donnant l'expression du nombre de Nusselt moyen. Afin de remédier à cette situation, les quantités de chaleur échangées ont été évaluées séparément en tenant compte du sens de cet échange. D'où la définition des quantités adimensionnelles suivantes:

$$N_{s,f}^{+} = \frac{\int_{0}^{X^{+}} Nu_{s,f} dX}{\int_{0}^{X^{+}} Nu_{s,f} dX + \int_{X^{+}}^{L} |Nu_{s,f}| dX}$$
(18)
$$N_{s,f}^{-} = \frac{\int_{X^{+}}^{L} |Nu_{s,f}| dX}{\int_{0}^{X^{+}} Nu_{s,f} dX + \int_{X^{+}}^{L} |Nu_{s,f}| dX}$$
(19)

..+

qui représentent, respectivement, pour chaque phase, le rapport entre l'aire sous la partie positive et négative de la courbe du nombre de Nussel local et l'aire totale de la courbe du nombre de Nussel local.

Nous avons repris, à travers la figure 6, la variation du profil du nombre de Nusselt local de la phase solide dans le cas de la présence de la génération de chaleur afin de mieux illustrer la notion d'inversion du transfert le long de la paroi. On distingue clairement sur cette figure les parties positive et négative du nombre de Nusselt local ainsi la position d'inversion du transfert. Comme l'illustre cette figure, X^+ représente la portion de la longueur du canal correspondant aux valeurs positives du nombre de Nusselt local (transfert de chaleur de la paroi vers le milieu poreux), et (L- X^+) la portion du canal correspondant aux valeurs négatives du nombre de Nusselt local (transfert de chaleur du milieu poreux vers la paroi), dans chaque phase.



Figure 6 : Représentation schématique des valeurs positives et négatives du nombre de Nusselt local de la phase solide

Les valeurs des quantités adimensionnelles $N_{s,f}^+$ et $N_{s,f}^-$ varient entre 0 et 1 ($0 \le N_{s,f}^+, N_{s,f}^- \le 1$). Le cas limite $N_{s,f}^+ = 1$ et $N_{s,f}^- = 0$ correspond au cas où la totalité du transfert de chaleur se fait de la paroi vers le milieu poreux, et inversement $N_{s,f}^+ = 0$ et $N_{s,f}^- = 1$ correspond au cas où la totalité du transfert de chaleur s'effectue du milieu poreux vers la paroi. En se basant sur ces deux paramètres adimensionnels, nous allons présenter dans ce qui suit l'effet des différents paramètres de contrôle sur les quantités de chaleur échangées dans chaque phase avec la paroi et dans quel sens ces échanges ont été effectués.



Figure 7 : Variation des paramètres adimensionnels N^+ et N^- en fonction du rapport des conductivités thermiques pour différentes valeurs de Bi pour Re= 100, Da=10⁻⁴ and R_q=100 : (a) Phase fluide, (b) Phase solide.

La figure 7 représente la variation des paramètres $N_{s,f}^+$ et $N_{s,f}^-$ en fonction du rapport des conductivités thermiques pour différentes valeurs du nombre de Biot interstitiel et en présence d'une forte génération de chaleur dans la phase solide ($R_q=100$). Pour de faibles valeurs de R_k la quantité de chaleur transférée de la phase fluide vers la paroi, représentée par le paramètre N_f^+ , prend des valeurs plus élevées comparativement avec N_f^- , qui représente la quantité de chaleur transférée de la phase fluide vers la paroi, plus particulièrement pour des faibles valeurs de Bi, comme l'illustre la figure 7.a. Au fur et à mesure que R_k augmente, on constate d'une part une augmentation de N_f^+ et d'autre part une diminution de N_f^- jusqu'à une valeur limite de R_k à partir de laquelle la totalité du transfert s'effectue de la paroi vers la phase fluide $(N_f^+ = 1 \text{ et } N_f^- = 0)$. Cette valeur limite de R_k augmente avec l'augmentation de Bi. L'étude des échanges thermiques entre la phase solide et la paroi est représentée en termes de variation de profil des paramètres N_s^+ et N_s^- en fonction du rapport des conductivités thermiques pour différentes valeurs du nombre de Biot. Pour de faibles valeurs de R_k et Bi, on constate, à travers la figure 7.b, que le transfert de chaleur se fait essentiellement de la phase solide vers la paroi $(N_s^- \gg N_s^+)$. La chaleur générée dans le solide se trouve ainsi piégée du fait de faibles valeurs de R_k et Bi ce qui empêche toute forme d'évacuation de cette chaleur ni par conduction dans le solide ni par échange convectif interstitiel avec le fluide. Lorsque R_k augmente $(R_k>10)$, la chaleur générée tend à se dissiper par conduction dans le solide, ce qui va conduire à la diminution du taux de chaleur échangée du solide vers la paroi (N_s^-) et à l'augmentation de N_s^+ . Cette tendance va s'accentuer avec l'augmentation de R_k jusqu'à une certaine valeur où les quantités N_s^+ et N_s^- sont à égalité, pour ensuite s'inverser $(N_s^+ > N_s^-)$ avec l'accroissement de R_k jusqu'à une valeur limite $(R_k \approx$ 40) à partir de laquelle la totalité du transfert se fait de la paroi vers la phase solide $(N_s^+ = 1 \text{ et } N_s^- = 0)$.



Figure 8 : Variation des paramètres adimensionnels N⁺ et N⁻ en fonction du nombre de Biot interstitiel pour différentes valeurs de R_k pour Re= 100, Da=10⁻⁴ and R_q =100 : (a) Phase fluide, (b) Phase solide.

Sur la figure 8 sont représentées les variations des paramètres $N_{s,f}^+$ et $N_{s,f}^-$ en fonction du nombre de Biot interstitiel (Bi) pour différentes valeurs du rapport des conductivités thermiques (R_k). Il apparait, notamment, que le taux de chaleur transféré de la paroi vers la phase fluide est prédominant comparativement à celui transféré dans le sens opposé ($N_f^+ > N_f^-$). Cet écart est plus perceptible pour des valeurs relativement faibles de Bi et des valeurs élevées de R_k. Il est clair à travers la figure 8.a qu'il existe une valeur critique de Bi à partir de laquelle il y a inversion d'allure dans les courbes représentant N_f^+ et N_f^- . Pour R_k=100, la totalité du transfert s'effectue de la paroi vers la phase fluide indépendamment de Bi ($N_f^+ = 1$ et $N_f^- = 0$). Dans la phase solide (figure 8.b), le transfert de chaleur de la phase solide vers la paroi prédomine pour des faibles valeurs de Bi. L'augmentation de Bi permet à la chaleur générée dans le solide de s'évacuer par échanges convectifs interstitiels avec le fluide, ce qui causera la baisse de la température du solide et par conséquent la variation dans le sens opposé des paramètres N_s^+ et N_s^- (augmentation de N_s^+ et diminution de N_s^-), pour s'équilibrer vers des valeurs élevées de Bi. Lorsque R_k prend des valeurs élevées, toute augmentation de Bi contribue à une intensification du transfert de la paroi vers la phase solide jusqu'à ce qu'il devienne totalement prédominant.

5. Conclusion

Le problème du transfert thermique dans un écoulement forcé à travers une matrice poreuse siège d'une génération volumique uniforme interne de chaleur dans la phase solide et en l'absence de l'équilibre thermique local a été étudié numériquement en utilisant la méthode des volumes finis. Le modèle de Darcy-Brinkman a été utilisé pour la modélisation du champ dynamique et le modèle à deux équations d'énergie a été adopté pour la description du champ thermique en tenant compte de l'échange thermique interstitiel entre les deux phases.L'étude a été menée dans le but d'analyser les effets de certains paramètres de contrôle sur les échanges thermiques dans chaque phase et leur interaction avec les parois du canal. Les résultats ont été présentés en termes d'évolution des nombre de Nusselt locaux et moyens ainsi qu'en la mise en évidence et en l'analyse de paramètres d'échange spécifique, adimensionnels, illustrant, en termes de valeurs relatives, les quantités de chaleur échangées et surtout dans quelle direction ces échanges ont lieu. Les principaux résultats ont montré

qu'en absence de la génération de chaleur dans la phase solide et pour une valeur donnée du coefficient d'échange interstitiel, les transferts thermiques dans les deux phases diminuent avec l'augmentation du rapport des conductivités thermiques. La présence d'une génération de chaleur influe considérablement sur les quantités échangées et surtout sur le sens de ces échanges. La phase solide est fortement impactée par l'inversion des échanges thermiques avec la paroi, plus particulièrement pour les faibles valeurs du rapport des conductivités et du nombre de Biot.

Nomenclature

a _{sf}	surface spécifique, m^2/m^3
Bi	nombre de Biot interstitiel

- Da nombre de Darcy
- h_{sf} coefficient d'échange interstitiel, W/m^2K
- H hauteur du canal, *m*
- k conductivité thermique, *W/m.K*
- K perméabilité, m^2
- L longueur adimensionnelle du canal
- Nu nombre de Nusselt
- P pression, pa
- q flux de chaleur générée, W/m^3
- Re nombre de Reynolds
- Rk rapport des conductivités thermiques
- R_q taux de génération de chaleur
- T température, K

U, V vitesses adimensionnelles

Symboles grecs

- α diffusivité thermique, $m^2 s^{-1}$
- ε porosité du milieu poreux
- ν viscosité cinématique, $m^2 \cdot s^{-1}$

Exposant, Indices

- o entrée du canal f fluide p paroi
- ref référence s solide
- sf solide-fluide

Références

[1] M. K. Alkam, M. A. Al-Nimr, M. O. Hamdan, Enhancing heat transfer in parallel-plate channels by using porous inserts, *Int. J Heat Mass Transfer*, Volume 44, pages 931-938, 2001.

[2] P. Wang, K. Vafai, D.Y. Liu et C. Xu, Analysis of collimated irradiation under local thermal non-equilibrium condition in a packed bed, *Int. J Heat Mass Transfer*, Volume 80, pages 789-801, 2015.

[3] A. Abdedou, K. Bouhadef, F. Topin, Numerical analysis of heat exchanges in a porous channel with heat generation and local thermal non equilibrium, Article accepté pour publication dans le journal *Heat Transfer Research*, **DOI:** 10.1615/HeatTransRes.2015006953.

[4] S. Jaballah, H. Sammouda, and R. Bennacer, Study of the mixed convection in a channel with porous layers using a thermal nonequilibrium model, *J. Porous Media*, volume 15.1, pages 51-62, 2012.

[5] Y. Mahmoudi, N. Karimi and K. Mazaheri, Analytical investigation of heat transfer enhancement in a channel partially filled with a porous material under local thermal non-equilibrium condition: Effects of different thermal boundary conditions at the porous-fluid interface, *Int. J Heat Mass Transfer*, Volume 70, pages 875–891, 2014.

[6] I. Solmus, Numerical investigation of heat transfer and fluid flow behaviors of a block type graphite foam heat sink inserted in a rectangular channel, *Applied Thermal Engineering*, Volume 78, pages 605-615, 2015.

[7] K. Yang and K. Vafai, Analysis of temperature gradient bifurcation in porous media- an exact solution, *Int. J Heat Mass Transfer*, Volume 53, pages 4316-4325, 2010.

[8] H. Xu, L. Gong, S. Huang and M. Xu, Non-equilibrium heat transfer in metal-foam solar collector with noslip boundary condition, *Int. J Heat Mass Transfer*, Volume 76, pages 357-.65, 2014.

[9] N. Wakaoo, S. Kaguei and T. Funazkri, Effect of fluid dispersion coefficients on particle to fluid heat transfer coefficients in packed beds, *Chem. Engng Sci*, Volume 34, pages 325-336, 1979.

[10] S. V. Patankar, Numerical heat transfer and fluid flow, Hemisphere, New York, 1980.

[11] H. L. Stone, Iterative Solution of Implicit Approximations of Multidimensional Partial Differential Equations, *SIAM J. Numerical Anal.*, Volume 5, pages 530–558, 1968.