



## Transfert de chaleur dans un canal poreux muni d'un élargissement brusque

Sihem Hammouda, Hacen Dhahri

Université de Monastir, Ecole Nationale d'Ingénieur de Monastir

Laboratoire d'Etude des Systèmes Thermiques et Energétiques

*hammouda\_sihem@hotmail.fr*

*dhacen@yahoo.fr*

**Résumé :** La présente étude porte sur une simulation numérique du transfert de chaleur dans un canal rempli d'un milieu poreux à élargissement brusque. Les parois du canal sont supposées à température constante. L'écoulement est régi par le modèle de Darcy-Brinkmann-Forchheimer modifié. L'équilibre thermique local est considéré pour le transfert thermique (modèle 1T). Le système d'équations aux dérivées partielles obtenu est résolu par la méthode de Lattice Boltzmann. Les effets du nombre de Darcy et du nombre de Reynolds sur les champs dynamique et thermique sont examinés.

### Mots clés :

Transfert de chaleur, LBM, canal poreux, Darcy-Brinkmann-Forchheimer, élargissement brusque.

## I- Introduction

Le transfert de chaleur par convection forcée dans les milieux poreux a attiré de nombreux chercheurs scientifiques en raison de ses effets sur l'amélioration des échanges thermiques. Pour cela, des nouvelles voies d'optimisation ont été imposées dont une consiste à l'utilisation de nouvelles géométries qui contribuent à l'augmentation des flux échangés. En effet, Le transfert de chaleur par convection forcée lors d'un écoulement de fluide dans un canal à élargissement brusque a été étudié de manière approfondie.

Plusieurs chercheurs ont exploré l'utilisation des inserts poreux sur l'élargissement brusque pour augmenter les performances thermiques dans différentes applications d'ingénierie telles que l'écoulement à travers le matériau isolant, le stockage des grains et le mouvement de l'eau à travers les réservoirs géothermiques etc. En effet, Bassam [1] a fait la simulation de la convection forcée d'un écoulement laminaire dans un canal muni d'un élargissement brusque avec un block poreux placé au-dessous de la paroi inférieure. Huang et Vafai [2] ont présenté une étude détaillée portant sur l'effet de l'emplacement d'un block poreux sur l'écoulement dans le cas d'une convection forcée. Dans cette étude le modèle de Darcy-Brinkmann-Forchheimer modifié a été adopté pour la modélisation de l'écoulement dans la région poreuse.

Le contrôle de l'écoulement du fluide et des caractéristiques de transfert de chaleur est souhaitable.

Notre contribution consiste donc, à étudier le transfert de chaleur par convection forcée lors d'un écoulement de fluide dans un canal totalement poreux à élargissement brusque en s'appuyant sur la méthode de Lattice Boltzmann (LBM) comme un outil numérique pour la simulation.

## II- Formulations

Le fluide entre dans le canal à élargissement brusque avec une vitesse constante  $u_0$  et à une température constante  $T_m$ . Toutes les parois sont mises à une température constante  $T_w$ .

Les hypothèses simplificatrices retenues dans cette étude sont les suivantes:

- ❖ Le fluide est supposé incompressible.
- ❖ L'écoulement du fluide est laminaire et bidimensionnel.
- ❖ On suppose que les phases fluide et solide sont en équilibre thermique local.
- ❖ Les propriétés thermo physiques du fluide sont constantes.
- ❖ On suppose que le milieu poreux est homogène, isotrope et saturé.

❖ Les effets de la dissipation visqueuse sont considérables.

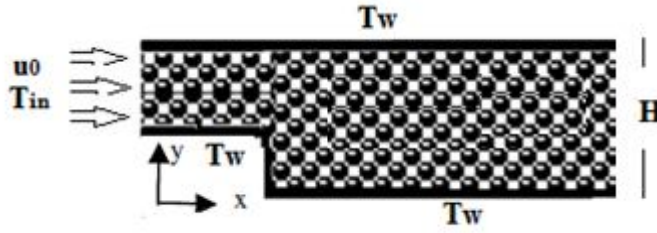


Figure 1: Configuration géométrique.

## 1- Système d'équation

Sur la base de ces hypothèses simplificatrices, les équations de conservation de la masse, de quantité de mouvement et d'énergie qui régissent le problème sont réduites aux formes suivantes :

► Equation de continuité

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1.1)$$

► Equation de quantité de mouvement

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + \left( \frac{\partial UU}{\partial X} + \frac{\partial VU}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) - \frac{1}{\text{ReDa}} U - \frac{1F_\varepsilon}{\sqrt{Da}} |U|U \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + \left( \frac{\partial UV}{\partial X} + \frac{\partial VV}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) - \frac{1}{\text{ReDa}} V - \frac{1F_\varepsilon}{\sqrt{Da}} |V|V \quad (1.3)$$

► Equation de l'énergie

$$(\varepsilon + (1-\varepsilon) * Rc) \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \left( U \frac{\partial \theta}{\partial x} + V \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) = \frac{\varepsilon + (1-\varepsilon) * Rk}{\text{Re Pr}} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) + \Phi \quad (1.4)$$

Avec

$$\Phi = \left( \frac{Ec}{\text{ReDa}} + \frac{Ec * \varepsilon * F_\varepsilon}{\sqrt{Da}} |U| \right) (U^2 + V^2) + \frac{Ec}{\text{Re}} * \left\{ 2 * \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + \left( \frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 \right] + \left( \left( \frac{\partial U}{\partial Y} \right) + \left( \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right)^2 \right\} \quad (1.5)$$

On a introduit les grandeurs de références suivantes :

$$L_{ref} = H, U_{ref} = u_0, \tau = \frac{H}{u_0}$$

Les équations sont écrites sous forme adimensionnelle font intervenir les nombre adimensionnels suivants :

$$\text{nombre de Reynolds : } \text{Re} = \frac{u_0 * H}{\nu}, \text{ nombre de Prandtl : } \text{Pr} = \frac{\mu * cp}{k}, \text{ nombre de Darcy : } \text{Da} = \frac{K}{H^2},$$

$$\text{rapport de capacité thermiques : } Rc = \frac{(\rho cp)_s}{(\rho cp)_f}, \text{ rapport de conductivités thermiques : } Rk = \frac{k_s}{k_f},$$

$$\text{et nombre d'Eckert : } Ec = \frac{u_0^2}{c_f \Delta T}$$

## 2- Conditions aux limites

Les conditions aux limites sont les suivantes.

À l'entrée du canal (x=0):

$$U(0, Y) = 1, V(0, Y) = 0, \theta(0, Y) = 0 \quad (1.6)$$

A la sortie (x=l) :

$$\frac{\partial U}{\partial X} = 0, \frac{\partial V}{\partial X} = 0, \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} = 0 \quad (1.7)$$

Le long des frontières solides :

$$U = V = 0, \theta = 1 \quad (1.8)$$

### 3- Méthode numérique

La méthode de Boltzmann (LBM) est un outil numérique efficace et puissant fondé sur la théorie cinétique pour la simulation des flux de fluides à travers des milieux poreux selon les études faites par de nombreux chercheurs tels que Zhao et Guo [3].

Pour un écoulement incompressible bidimensionnel dans un milieu poreux, la forme de l'équation de lattice Boltzmann pour l'équation moyennée de quantité de mouvement avec un terme source est donnée par [4]:

$$f_i(x + c_i \Delta t, y + c_i \Delta t, t + c_i \Delta t) - f_i(x, y, t) = -\frac{\Delta t}{\tau_e} [f_i(x, y, t) - f_i^{eq}(x, y, t)] + \Delta t F_{ei} \quad (1.9)$$

- $f_i$  est la fonction de distribution de la densité des particules se déplaçant à une vitesse  $C_i$ , à la position  $(x, y)$  à l'instant  $t$ .
- $\tau_e$  est le temps de relaxation adimensionnel pour l'écoulement est lié à la viscosité par la formule suivante :

$$\nu = (\tau_e - 0.5) c_s^2 \Delta t \quad (1.10)$$

- $F_{ei}$  est le terme source donné par la formule suivante [5] :

$$F_{ei} = \frac{F(c_i, -u) f_i^{eq}}{RT_0} \quad (1.11)$$

- $f_i^{eq}$  est la fonction de distribution à l'équilibre local elle est donnée par [6] :

Dans le cas d'un problème bidimensionnel, les vitesses discrétisées ci dans le modèle D2Q9 sont données par :

$$\begin{cases} i = 0 \rightarrow c_i = (0,0) \\ i = 1, 2, 3, 4 \rightarrow c_i = c \left[ \cos\left((i-1)\frac{\pi}{2}\right), \sin\left((i-1)\frac{\pi}{2}\right) \right] \\ i = 5, 6, 7, 8 \rightarrow c_i = \sqrt{2}c \left[ \cos\left((2i-9)\frac{\pi}{4}\right), \sin\left((2i-9)\frac{\pi}{4}\right) \right] \end{cases} \quad (1.12)$$

Les coefficients de pondération  $\omega_i$  figurant dans la fonction d'équilibre local correspondant au modèle D2Q9 sont donnés par :

$$\begin{cases} i = 0 \rightarrow \omega_i = \frac{4}{9} \\ i = 1, 2, 3, 4 \rightarrow \omega_i = \frac{1}{9} \\ i = 5, 6, 7, 8 \rightarrow \omega_i = \frac{1}{36} \end{cases} \quad (1.13)$$

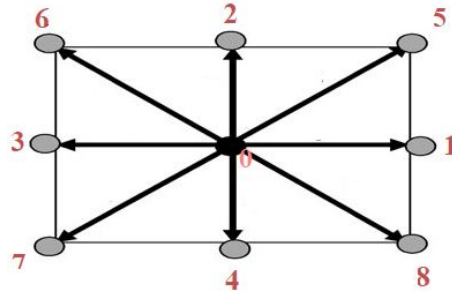


Figure 2: Arrangement bidimensionnel D2Q9.

Les grandeurs macroscopiques sont accessibles par les fonctions de distribution. En effet, la densité et la vitesse du fluide:

$$\rho = \sum_i f_i \quad (1.14)$$

$$u = \sum_i \frac{c_i f_i}{\rho} + \frac{\Delta t}{2} F \quad (1.15)$$

La température est réalisée par une seconde fonction de répartition notée  $g(x, c, t)$ . Elle est régie en direction par l'équation suivante :

$$g_i(x + c_i \Delta t, t + \Delta t) - g_i(x, t) = -\frac{1}{\tau_g} [g_i(x, t) - g_i^{eq}(x, t)] + \Phi \quad (1.16)$$

La fonction de distribution de la température de la particule singulière à l'équilibre local peut être exprimée par :

$$g_i^{eq}(x, y, t) = \omega_i T \left[ 1 + \frac{c_i \cdot u}{c_s^2} + \frac{1}{2} \frac{(c_i \cdot u)^2}{c_s^4} - \frac{1}{2} \frac{(u)^2}{c_s^2} \right] \quad (1.17)$$

Les coefficients de pondération  $\omega_i$  figurant dans la fonction d'équilibre thermique local correspondant au modèle D2Q9 sont donnés par :

$$\begin{cases} i = 0 \rightarrow \omega_i = -\frac{2}{3} \\ i = 1, 2, 3, 4 \rightarrow \omega_i = \frac{1}{9} \\ i = 5, 6, 7, 8 \rightarrow \omega_i = \frac{1}{36} \end{cases} \quad (1.18)$$

T est la température macroscopique qui peut être calculée par :

$$\sigma T = \sum_i g_i \quad (1.19)$$

où

$$\sigma = \varepsilon + [1 - \varepsilon] Rc$$

### III- Résultats

En raison du nombre important de paramètres gouvernant le problème étudié, tous les calculs ont été effectués pour une porosité du milieu ( $\varepsilon = 0.6$ ), nombre de Prandtl ( $Pr = 1$ ), nombre d'Eckert ( $Ec = 10$ ), rapport des capacités thermiques ( $Rc = 5$ ) et le rapport des conductivités thermiques ( $Rk = 1$ ). D'autre part, nous avons varié le nombre de Reynolds ( $50 \leq Re \leq 1200$ ) et le nombre de Darcy ( $Da = 0,05 ; 10^{-1} ; 10^{-2}$ ).

La figure 3 présente les profils de la vitesse et celui de la température en fonction de  $y$  dans le cas d'un canal muni d'un élargissement brusque sans milieux poreux. Il ressort de cette figure, une bonne coïncidence entre nos résultats et ceux trouvés dans la littérature, Mohamed [7] et Christopher et al. [8].

La figure 4 montre l'effet du nombre de Darcy sur la température. Aux fortes valeurs du nombre de Darcy, la température atteint un maximum local. Il ressort de cette figure, l'existence d'une position optimale de  $y$  pour laquelle la température atteint un maximum local fortement affecté par le nombre de Darcy. Quant au nombre de Reynolds, il affecte l'échange thermique, via la variation de la température avec ce nombre. Aux faibles nombres de Reynolds, ce maximum augmente.

La figure 6 présente l'effet de la dissipation visqueuse sur l'échange thermique via le contour de la température. On remarque une nette amélioration du transfert thermique par la présence de la dissipation visqueuse (figure 6.b). Ce qui confirme la généralité, la dissipation visqueuse se comporte comme une source de chaleur interne.

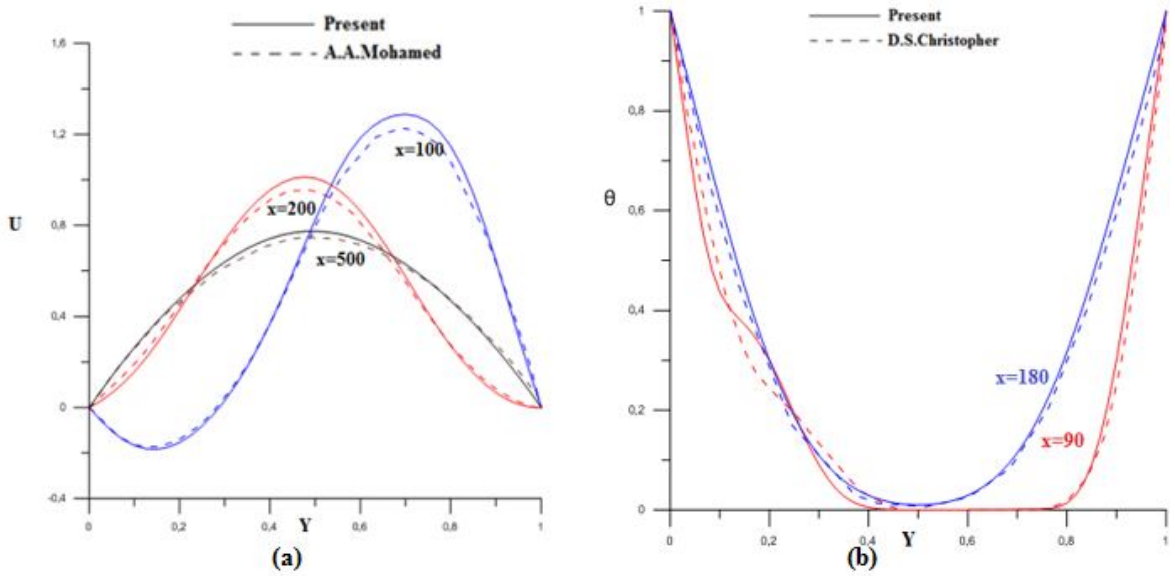


Figure 3: Validation de la procédure numérique actuelle : comparaison des calculs actuels (a) de la vitesse et (b) de la température pour des positions dans un canal à élargissement brusque sans milieu poreux.

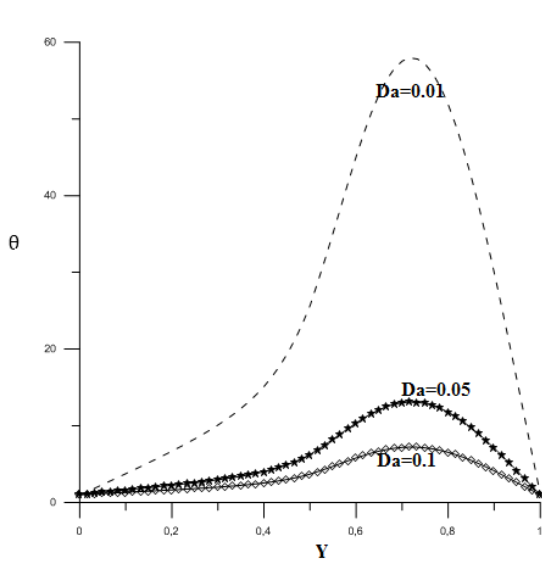


Figure 4 : Influence du nombre de Darcy pour  $Re=50$

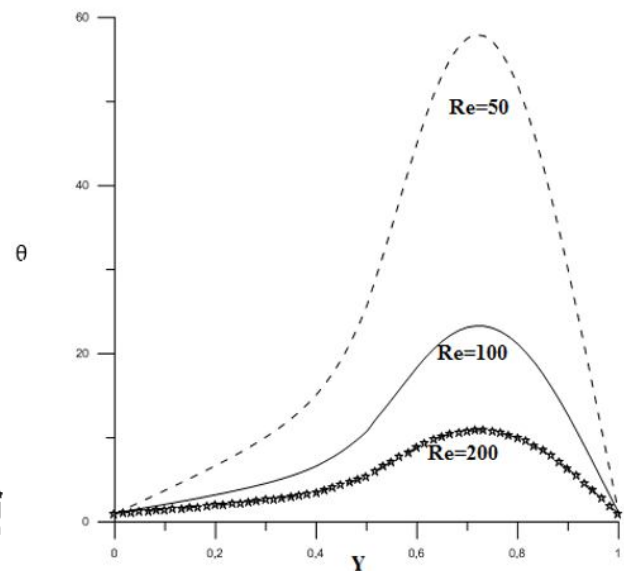


Figure 5 : Influence du nombre de Reynolds pour  $Da=0.01$

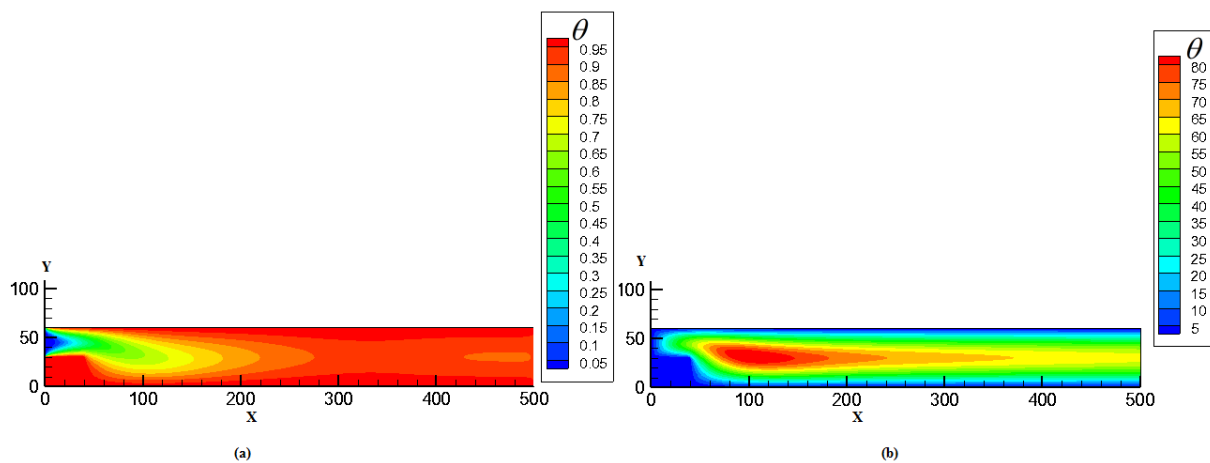


Figure 6: Contour de la température :  $Re=50$ ,  $Da=0.01$ , (a) sans dissipation visqueuse et (b) avec dissipation visqueuse

## **Conclusion**

Dans cette étude, une simulation numérique a été effectuée pour l'écoulement de fluide et le transfert de chaleur dans un canal pleinement poreux à élargissement brusque. On s'intéresse à l'effet des paramètres tels que le nombre de Reynolds et le nombre de Darcy  $Da$  sur le champ d'écoulement et le comportement thermique qui sont simulés en utilisant la méthode de Boltzmann LBM.

Les résultats de la simulation montrent que l'usage d'un milieu poreux à faible perméabilité lors d'un écoulement à vitesse faible favorise le transfert de chaleur dans ce type de configuration. La présence de la dissipation visqueuse favorise encore le transfert thermique.

## Nomenclature

| Symbole                                 | Nom, unité   |
|---|--|
| $A_p$                                   | Surface des pores, $m^2$   |
| $A_t$                                   | Surface totale, $m^2$  |
| $C_i$                                   | Vitesse discrétisée  |
| $\varepsilon$                           | Porosité   |
| $f_i$                                   | Fonction de distribution dans la discrétisation  |
| $f^{eq}$                                | Fonction totale de distribution à l'équilibre  |
| $F_{ei}$                                | Force extérieure dans la discrétisation  |
| $H$                                     | Hauteur, m   |
| $K$                                     | Perméabilité, $m^2$  |
| $Da$                                    | Nombre de Darcy  |
| $Ec$                                    | Nombre d'Eckert  |
| $Pr$                                    | Nombre de Prandtl  |
| $Re$                                    | Nombre de Reynolds   |
| $Rc$                                    | Rapport de capacité thermique  |
| $Rk$                                    | Rapport de conductivité thermique  |
| $t$                                     | Temps, s   |
| $T$                                     | Température, K   |
| $\theta = \frac{T - T_{in}}{T_w - T_m}$ | Température adimensionnelle  |
| $\tau$                                  | Temps adimensionnel  |
| $u, v$                                  | Composantes transversale et axiale de la vitesse, m/s  |
| $x, y$                                  | Coordonnées transversale et axiale, m  |
| $U, V$                                  | Composantes adimensionnelles de la vitesse suivant les directions transversale et axiale, respectivement |
| $X, Y$                                  | Coordonnées adimensionnelles transversale et axiale  |

## Symboles grecs

|                      |  |
|----------------------|--|
| $\tau_c, \tau_g$     | Temps de relaxation adimensionnel                |
| $\Omega$             | Opérateur de collision                           |
| $\nu$                | Viscosité cinématique, $m^2.s^{-1}$              |
| $\mu$                | Viscosité dynamique, $kg.m^{-1}.s^{-1}$          |
| $k$                  | Conductivité thermique, $w.m^{-1}.K$             |
| $\omega_i$           | Facteur de pondération dans une direction donnée |
| $\Delta t$           | Pas de temps, s                                  |
| $\Delta x, \Delta y$ | Pas d'espace, m                                  |

## Exposant, indice

|    |        |
|----|--------|
| in | entrée |
| w  | paroi  |
| P  | pore   |
| s  | solide |

## REFERENCES

- [1] Bassam Abu-Hijleh, Convection heat transfer from a luminaire flow over a 2D backward facing step asymmetric and orthotropic porous floor segment, Numerical Heat Transfer, Part A: Applications, 31:3, 325-335.
- [2] Huang PC, Vafai K. Analysis of forced convection enhancement in a channel using porous blocks. Journal of Thermophysics and Heat Transfer 1994; 8(3):563–573
- [3] R. Djebali, H. Sammouda and M El Ganaoui, 2010, Some Advances in Applications of Lattice Boltzmann Method for Complex Thermal Flows, Advances in Applied, Mathematics and Mechanics, vol. 2, No. 5, pp. 587-608.
- [4] Baochang Shi, Bing Deng, Rui Du, Xingwang Chen, 2008, A new scheme for source term in LBGK model for convection-diffusion equation, Computers and Mathematics with Applications vol.55, pp. 1568-1575.
- [5] H.Mai, K. Lin, C. Yang and C. Lin, 2010, A Thermal Lattice Boltzmann Model for Flows with Viscous Heat Dissipation, CMES, vol.61, no.1, pp.45-63.
- [6] C. S. NOR Azwadi and M.AM. Irwan, 2010, Simplified Mesoscale Lattice Boltzmann Numerical Model for Prediction of Natural Convection in a Square Enclosure filled with Homogenous Porous Media, WSEAS TRANSACTIONS on FLUID MECHANICS vol. 5.
- [7] A.A.Mohamed, Lattice Boltzmann Method: Fundamentals and Engineering Applications with Computer Codes
- [8] David Santosh Christopher , P. Rajesh Kanna , G. R. Madhusudhana , P.Venkumar & H. A. Mohammed (2012) Numerical Investigation of Heat Transfer from a Two-Dimensional Sudden Expansion Flow Using Nanofluids, Numerical Heat Transfer, Part A:Applications, 61:7, 527-546, DOI: 10.1080/10407782.2012.666933.