

# Transfert Thermique Convectif des Nanofluides dans un Espace Annulaire entre deux Cylindres Verticaux avec une Source de Chaleur

F. Mebarek-Oudina

Department of Physics, Faculty of Sciences, University 20 août 1955 - Skikda,  
B.P 26 Route El-Hadaiek, Skikda 21000, Algeria.

Corresponding author: oudina2003@yahoo.fr, f.oudina@hotmail.com; Phone: +213 668305488

## Résumé

Une étude numérique de la convection naturelle dans un anneau cylindrique vertical remplie d'un mélange d'eau et des nanoparticules (Cu, Ag, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> et TiO<sub>2</sub>) est faite. En utilisant la spécificité des nanofluides pour améliorer le phénomène du transfert de chaleur.

Les parties non chauffées adiabatiques et la source de chaleur discrète sont montés sur la paroi intérieure. Les parois supérieure et inférieure sont thermiquement isolées, tandis que la paroi extérieure est maintenue à une température plus basse.

La méthode des volumes finis est utilisée afin de discrétiser les équations gouvernantes. Dans ce contexte, un code de calcul avec une programmation en Fortran a été conçu.

Les résultats obtenus sont donnés pour les valeurs du nombre de Rayleigh entre 10<sup>3</sup> et 10<sup>6</sup>, rapport d'aspect A<sub>r</sub>=2, rapport des rayons λ=2 et la fraction volumique des nanoparticules (0 ≤ φ ≤ 0.1). Le flux thermique transféré, en convection naturelle laminaire, augmente avec la croissance de la concentration en nanoparticules, le type de nanofluide, le nombre de Rayleigh et la longueur de la source.

**Mots clés:** Simulation numérique, Nanofluides, Convection naturelle, Anneau cylindrique, Source de chaleur.

## 1. Introduction

Après le développement des nanotechnologies au début des années 90, il apparait un nouveau type de suspension contenant des nanoparticules appelé nanofluide. Ces nanofluides ont acquis une grande attention due son importance dans l'amélioration de l'efficacité des systèmes la thermique.

L'amélioration du transfert thermique convectif avec l'utilisation des nanoparticules a fait l'objet de plusieurs études numériques et expérimentales dans cette dernière décennie.

Cette nouvelle classe de fluides constitués de particules de taille de l'ordre de 50 nm en suspension dans un fluide de base, ont été introduit pour la première fois dans le Laboratoire National d'Argonne par Choi en 1995.

Dans une géométrie différentiellement chauffée et remplie par un nanofluide, Khanafer et al. [1] ont trouvé que la croissance de la fraction volumique des nanoparticules engendra une croissance du transfert thermique.

La viscosité du nanofluide est un paramètre important pour les applications pratiques car elle affecte directement la chute de pression dans la convection forcée. Par conséquent, pour permettre l'utilisation de nanofluides dans des applications pratiques, l'augmentation de la viscosité des nanofluides par rapport aux fluides purs a fait l'objet de plusieurs études de recherches. [2, 3]

La convection naturelle du nanofluide dans un espace annulaire concentrique avec la viscosité et la conductivité thermique variables a été étudiée par Abu-Nada [4] et Abu-Nada et al. [5]. Matin et Pop [6] ont étudié l'écoulement du transfert thermique convectif du nanofluide Cuivre (Cu) dans un anneau horizontal excentrique. Les effets de l'excentricité, du rapport des rayons, du paramètre de fraction volumique des nanoparticules, du nombre de Rayleigh et du Prandtl sur le nombre moyen de Nusselt ont été déterminées. Dans un autre article Matin et Pop [7] ont effectué une étude numérique de l'écoulement de convection mixte et transfert de chaleur du nanofluide,  $Al_2O_3$ -Eau à l'intérieur d'un anneau horizontal excentrique avec le cylindre intérieur en rotation. Ils ont conclu d'après l'étude précédente qu'il n'existe aucune étude portant sur la convection utilisant le nanofluide dans l'espace excentrique, à l'exception des investigations réalisées par Matin et Pop [6,7].

Dans ce travail, on étudie numériquement le transfert de chaleur par convection naturelle stationnaire laminaire des nanofluides confinés dans un espace annulaire entre deux cylindres coaxiaux verticaux contenant une source de chaleur constante de différentes longueurs. L'investigation numérique est achevée pour prévoir l'effet de la fraction volumique, le type des nanoparticules, la longueur de la source et le nombre de Rayleigh sur le transfert thermique.

## **2. FORMULATION MATHEMATIQUE**

La convection naturelle bidimensionnelle en régime permanent laminaire des nanofluides dans un espace annulaire entre deux cylindres verticaux coaxiaux de rayons  $r_i$  et  $r_o$  est considérée selon la figure (1). Presque la même configuration utilisée dans les références [10] et [11].

Le cylindre externe possède une faible température, les parois supérieure et inférieure sont adiabatiques alors que les parties non chauffées adiabatiques et une source de chaleur discrète sont placées sur le cylindre interne.

Le gradient de température génère la convection naturelle. On a également supposé que le fluide de base et les nanoparticules sont en équilibre thermique, le nanofluide est newtonien et incompressible, et l'écoulement est laminaire. Les propriétés thermo-physiques du fluide de base et des nanoparticules sont données dans les tableaux 1 et 2 [5].

On peut regrouper le transport thermique dans les nanofluides en deux catégories. Tout d'abord, on tient compte de la dynamique des particules, dont l'effet est additif à la conductivité thermique d'une suspension diluée statique. Ainsi, la taille des particules, la fraction volumique, les conductivités thermiques de la nanoparticule et du fluide de base, et la température elle-même sont prises en compte dans ces modèles pour la conductivité thermique des nanofluides.

Le second a commencé à partir de la nanostructure des nanofluides en supposant que le nanofluide est un composite, formé par la nanoparticule comme noyau, et entouré par une nanolasse comme une coquille, à son tour elle est immergée dans le fluide de base, et à partir de laquelle une théorie du milieu à trois composants pour un système multiphase est développée.

Les propriétés thermo-physiques constantes ont été considérées pour le nanofluide à l'exception de la variation de densité dans les forces de flottabilité qui a été déterminée en utilisant l'approximation de Boussinesq.

**Tableau 1:** Propriétés thermophysiques.

	Eau pure	Cu	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Ag	TiO <sub>2</sub>
$\rho$ [Kg/m <sup>3</sup> ]	997.1	8933	3970	10500	4250
$C_p$ [J/Kg.K]	4179	385	765	235	686.2
$k$ [W/m.K]	0.613	401	40	429	8.9538
$\beta$ [K <sup>-1</sup> ]	21x10 <sup>-5</sup>	1.67x10 <sup>-5</sup>	0.85x10 <sup>-5</sup>	1.89 x10 <sup>-5</sup>	0.9 x10 <sup>-5</sup>

**Tableau 2.** Formulation appliquée pour les propriétés de nanofluides

Propriétés de nanofluides	Modèle appliqué
Conductivité thermique	$k_{nf} = k_f \left[ \frac{(k_s - 2k_f) - 2\phi(k_f - k_s)}{(k_s - 2k_f) + \phi(k_f - k_s)} \right]$
Capacité de la chaleur	$(\rho C_p)_{nf} = (1 - \phi)(\rho C_p)_f + (\rho C_p)_s$
Coefficient de dilatation thermique	$(\rho\beta)_{nf} = (1 - \phi)(\rho\beta)_f + \phi(\rho\beta)_s$
Densité	$\rho_{nf} = (1 - \phi)\rho_f + \phi\rho_s$
Diffusivité thermique	$\alpha_{nf} = k_{nf}/(\rho C_p)_{nf}$
Viscosité dynamique	$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1 - \phi)^{2.5}}$

Les équations adimensionnelles gouvernant le problème s'écrivent comme suit :

Équation de continuité:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

Équation adimensionnelle de la quantité du mouvement:

Suivant la direction  $r$ :

$$u \frac{\partial u}{\partial r} + v \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{\rho_{nf}} \left[ -\frac{\partial P}{\partial r} + \mu_{nf} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \right] \quad (2)$$

Suivant la direction  $z$  :

$$u \frac{\partial v}{\partial r} + v \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{1}{\rho_{nf}} \left[ -\frac{\partial P}{\partial r} + \mu_{nf} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + (\rho\beta)_{nf} g(T - T_C) \right) \right] \quad (3)$$

Équation adimensionnelle d'énergie:

$$u \frac{\partial T}{\partial r} + v \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha_{nf} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (4)$$

Avec l'utilisation des variables adimensionnalisées suivantes :

$$r = \frac{r^* - r_i}{D}, z = \frac{z^*}{D}, u = u^* / \left( \frac{\alpha_f}{D} \right), v = v^* / \left( \frac{\alpha_f}{D} \right), P = P^* / \rho_{nf} \left( \frac{\alpha_f}{D} \right)^2, T = \frac{T^* - T_C^*}{T_H^* - T_C^*}$$

Le nombre de Rayleigh et le nombre de Prandtl associés aux caractéristiques

du nanofluide s'écrivent comme suit:  $Ra = \frac{g\beta_{nf}(T_H - T_C)D^3}{\nu_{nf}\alpha_{nf}}, Pr = \frac{\nu_{nf}}{\alpha_{nf}}$

Alors que la valeur du rapport de longueur adimensionnel de la source est  $\varepsilon = L/l$ .

La fonction de courant est définie comme suit:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial z}, v = -\frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (5)$$

Les équations précédentes sont résolues en utilisant les conditions initiales et aux limites suivantes:

$$\text{à } t=0, u = v = T = 0 \quad (6)$$

pour  $t > 0$ ,

$$\text{à } r = 1 : u = v = 0, \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \text{ (portion non chauffé)}, \frac{\partial T}{\partial r} = -1 \text{ (source) paroi interne} \quad (6a)$$

$$\text{à } r = 2 : u = v = 0, T = 0 \quad \text{paroi externe froide} \quad (6b)$$

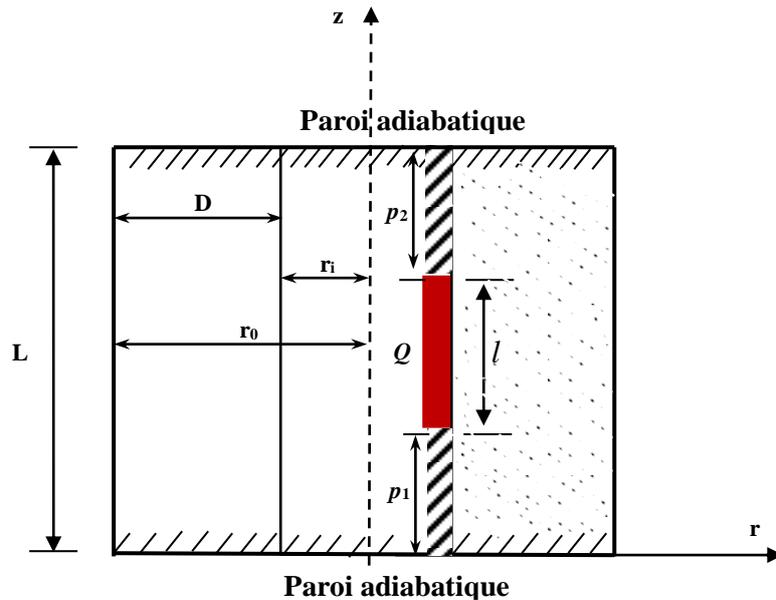
$$\text{à } z = 0 : u = v = 0, \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad \text{Paroi inférieure adiabatique} \quad (6c)$$

$$\text{à } z = \frac{L}{D} : u = v = 0, \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad \text{Paroi supérieure adiabatique} \quad (6d)$$

L'expression du nombre de Nusselt moyen au paroi du cylindre chaud est:

$$Nu_{\text{moy}}|_{r=1} = \int_1^2 Nu \cdot dz \quad (7)$$

ou,  $Nu = -\frac{\kappa_{nf}}{\kappa_f} \frac{\partial T}{\partial r}|_{r=1}$  est le nombre de Nusselt local.



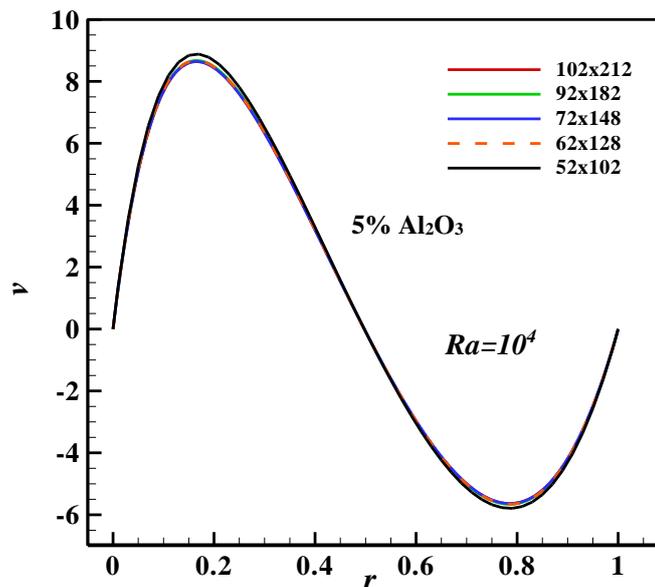
**Fig.1.** Configuration du problème avec système de coordonnées cylindriques.

### 3. SOLUTION NUMERIQUE

La méthode des volumes finis et l'algorithme SIMPLER [12] sont utilisées pour résoudre numériquement le système d'équations (1-4) associé aux conditions aux limites, ainsi que l'algorithme TDMA (de Thomas) pour obtenir la résolution itérative avec un balayage ligne par ligne.[8,9]

Dans le but d'étudier l'effet du maillage, on a présenté la distribution radiale de la vitesse axiale pour cinq grilles uniformes. Les résultats obtenus sont relatifs au mélange  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -Eau ( $\phi=0,05$ ),  $Ra=10^4$  et sont présentés dans la figure 2. À partir de cette figure, il apparaît que la grille 92x182 est suffisamment fine pour réaliser les simulations numériques.

La figure 3 présente une comparaison entre les résultats de la présente étude et ceux d'Abu-Nada et al.[5]. La comparaison concerne le nombre de Nusselt moyen de différente fraction volumique des nanoparticules de  $\text{Al}_2\text{O}_3$ . Une bonne concordance a été trouvée.



**Fig.2.** La distribution radiale de la vitesse axiale de 5 %  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -Eau nanofluide, différentes grilles de maillages et  $Ra = 10^4$ .

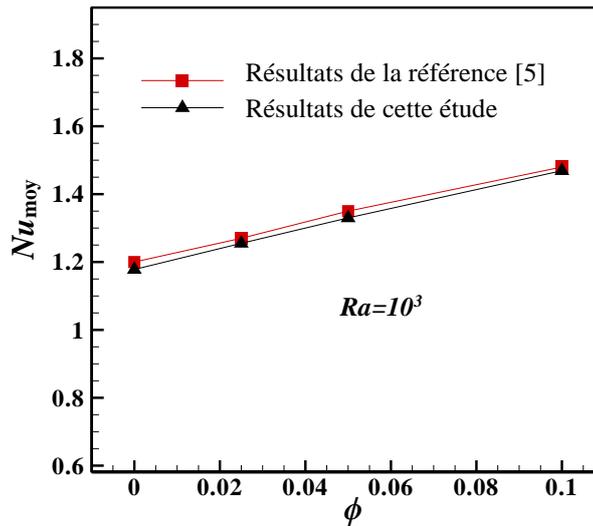


Fig.3. L'évolution du nombre de Nusselt moyen via la fraction volumique des nanoparticules Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>.

#### 4. RESULTATS ET DISCUSSIONS

Dans ce travail, les résultats obtenus sont présentés pour l'eau comme fluide de base, Pr=6.2, les mélanges Cu-H<sub>2</sub>O, Ag-H<sub>2</sub>O, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-H<sub>2</sub>O et TiO<sub>2</sub>-H<sub>2</sub>O avec la fraction volumique en nanoparticules ( $\phi$ ) variant de 0 à 0.1 et le nombre de Rayleigh (Ra) variant de 10<sup>3</sup> à 10<sup>6</sup>.

##### 4.1. Effet de la longueur de la source

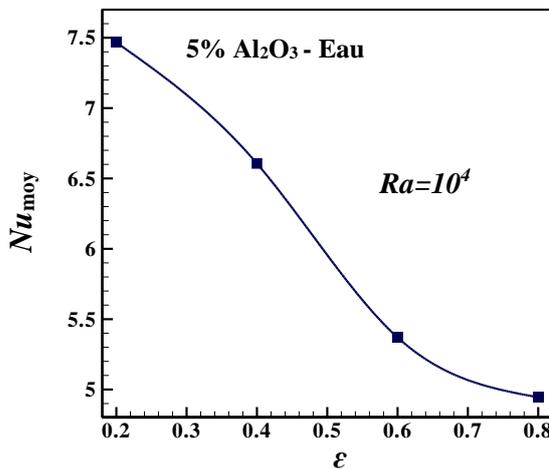


Fig.4. Effet de la longueur de la source sur le transfert de chaleur

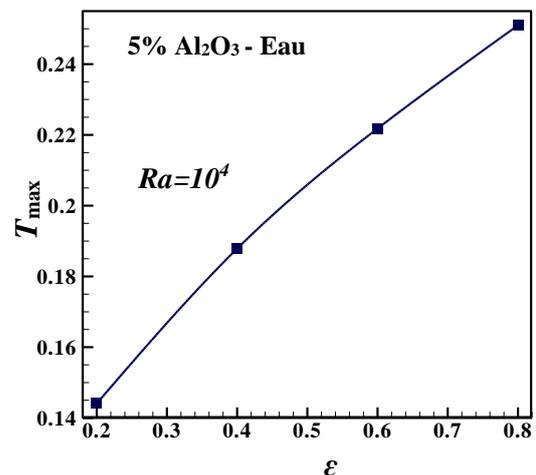


Fig. 5. Effet de la longueur de la source sur sa température maximale

L'effet de la longueur de la source apparaît clairement sur les figures 4 et 5, d'où le transfert thermique diminue avec la croissance de la longueur de la source par contre la température maximal de la source croit.

## 4.2. Effet du nombre de Rayleigh, Ra

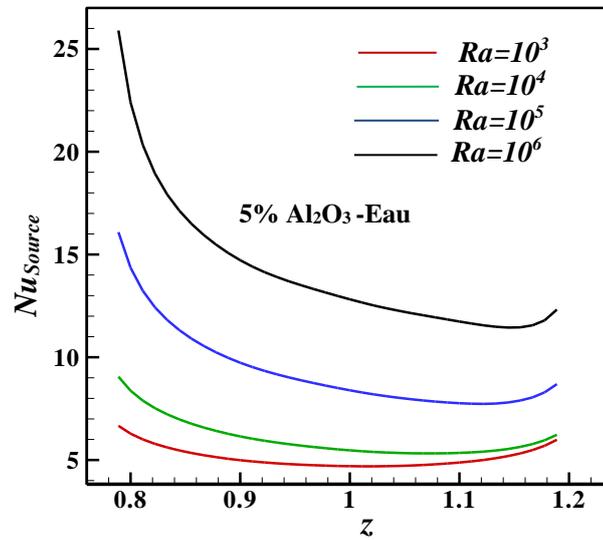
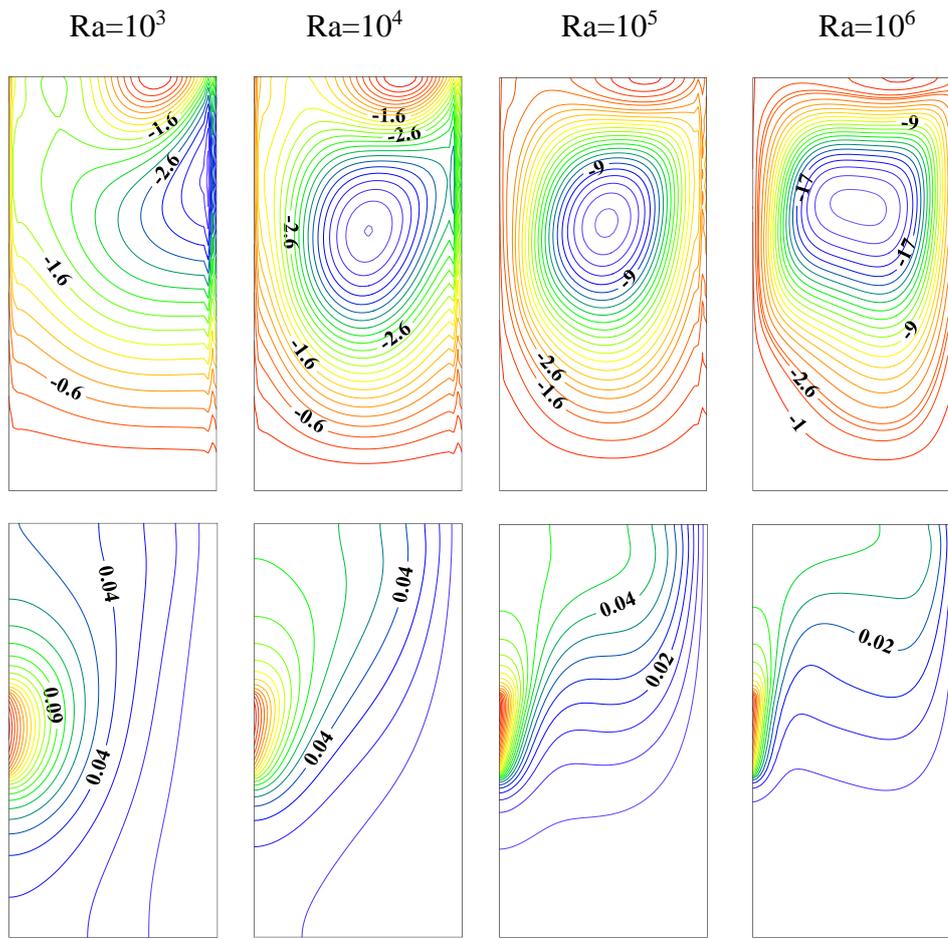


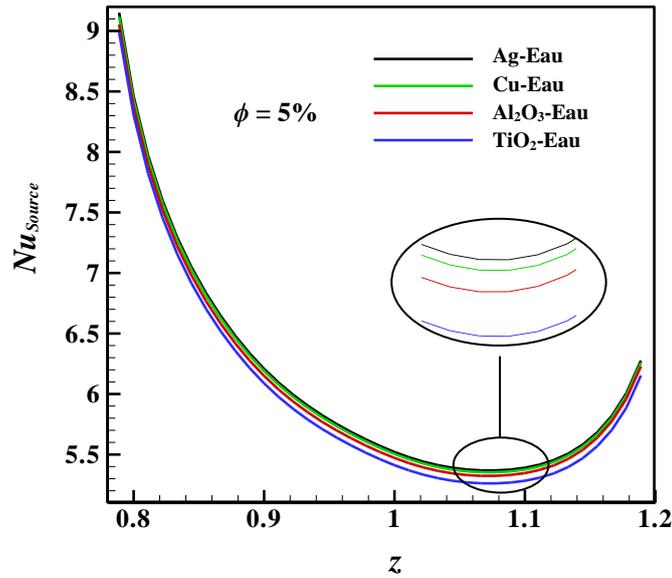
Fig.6. Effet de Ra sur Nusselt local de la source,  $\varepsilon=0.4$ .

À partir des résultats présentés sur la figure 6, on conclut que pour une fraction volumique donnée, ici 5% Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> nanofluide, Nusselt local (source) augmente quand Ra augmente.



**Fig.7.** Effet de Ra sur des isothermes et les isocontours pour un nanofluide  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -Eau de fraction volumique  $\phi=0.05$  et  $\varepsilon=0.4$ .

La figure 7 présente les lignes de courant et les isothermes du nanofluide  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -Eau de fraction volumique  $\phi=0.05$  et un rapport de longueur de la source de chaleur  $\varepsilon=0.4$  pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh, Ra. Le changement des cellules des lignes de courant et surtout le vortex de cellule interne, ainsi la déformation des isothermes indiquent bien que le nombre de Rayleigh a un effet néfaste sur ce type d'écoulement.



**Fig. 8.** Effet du type de nanofluide sur la variation du nombre de Nusselt local pour  $\varepsilon = 0.4$ .

La figure 8 représente l'évolution du nombre de Nusselt le long d'une source de chaleur ( $Nu_{source}$ ) pour différent type de nanofluide (Cu, Ag,  $Al_2O_3$  et  $TiO_2$ ) de fraction volumique  $\phi = 5\%$ ,  $\varepsilon = 0.4$  et un nombre de Rayleigh  $Ra = 10^4$ . Le transfert de chaleur des nanoparticules métalliques et surtout l'Argent est plus élevé que ceux des oxydes métalliques ( $Al_2O_3$ ,  $TiO_2$ ).

#### 4.3. Effet de la fraction volumique, $\phi$

La figure 9 représente la variation du nombre de Nusselt moyen ( $Nu_{moy}$ ) en fonction de la fraction volumique des nanoparticules (Cu, Ag,  $Al_2O_3$  et  $TiO_2$ ) pour un nombre de Rayleigh  $Ra = 10^4$ . Pour cette valeur de  $Ra$ , le nombre de Nusselt moyen augmente avec la fraction volumique en nanoparticules. Cette augmentation est due à l'amélioration de la conductivité thermique effective du nanofluide, lorsque la fraction volumique des nanoparticules augmente. Cette figure montre aussi l'effet du type des nanoparticules sur la variation du nombre de Nusselt moyen, le taux de transfert de chaleur est maximum pour l'Argent, qui possède la plus grande conductivité thermique par rapport aux Cu,  $TiO_2$  et  $Al_2O_3$ .

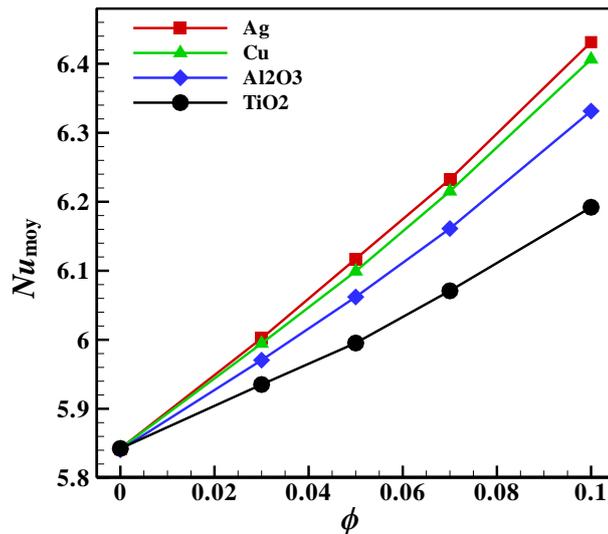


Fig. 9. Effet du type de nanofluide sur la variation du nombre de Nusselt ( $Ra = 10^4$ )

## 5. CONCLUSION

Ce travail consiste à étudier numériquement le transfert thermique par convection naturelle des nanofluides enfermés dans un annal cylindrique chauffé par une source de chaleur discrète.

Des nanoparticules métalliques (Cu, Ag) et des oxydes métalliques (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, TiO<sub>2</sub>) sont considérées dans cette investigation.

L'étude de l'influence de la longueur de la source, la fraction volumique, le type des nanoparticules et le nombre de Rayleigh sur le transfert de chaleur a été entamé.

À partir de cette étude on peut déduire les conclusions suivantes :

- La croissance du taux de transfert de chaleur avec la fraction volumique en nanoparticules et le nombre de Rayleigh.
- Pour les faible nombre de Ra, l'effet des nanoparticules apparaît clairement sur le transfert thermique.
- En comparant les résultats obtenus, le transfert thermique en présence des nanoparticules d'Argent est amélioré par rapport à ceux avec des nanoparticules de Cu, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> ou TiO<sub>2</sub>.
- La diminution du taux de transfert de chaleur avec la croissance de la longueur de la source.
- L'efficacité thermique dépend du nombre de Rayleigh, du type et de la fraction volumique des nanoparticules, la configuration étudiée et la longueur de la source de chaleur.

## Références :

[1] Khanafer, K., Vafai, K., Lightstone, M., Buoyancy-driven Heat Transfer Enhancement in a Two-dimensional Enclosure Utilizing Nanofluids, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 46 (2003) 3639-3653.

- [2] N. Masoumi, N.Sohrabi, and A.Behzadmehr, A new model for calculating the effective viscosity of nanofluids, *J.Appl. Phys. D*: 42 (2009) 055501.
- [3] Murshed, S.M.S., Leong, K.C., and Yang, C., Investigations of thermal conductivity and viscosity of nanofluids, *Int. J.Thermal Sci*, 47 (2008) 560-568.
- [4] Abu-Nada, E., Effects of variable viscosity and thermal conductivity of CuO– water nanofluid on heat transfer enhancement in natural convection, mathematical model and simulation, *ASME J. Heat Transfer*, 132 (2010) 1–9
- [5] Abu-Nada, E., Masoud, Z., Hijazi, A., Natural convection heat transfer enhancement in horizontal concentric annuli using nanofluids, *Int. Commun. Heat Mass Transfer*, 35 (2008) 657–665.
- [6] Habibi Matin, M., Pop, I., Natural convection flow and heat transfer in an eccentric annulus filled by Copper nanofluid, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 61 (2013) 353–364.
- [7] Habibi Matin, M., Pop, I., Numerical Study of Mixed Convection Heat Transfer of a Nanofluid in an Eccentric Annulus, *Numerical Heat Transfer, Part A*: 65 (2014) 84–105.
- [8] Mebarek-Oudina, F., Bessaïh, R. Numerical modeling of MHD stability in a cylindrical configuration, *Journal of the Franklin Institute* 351: 2 (2014) 667–681.
- [9] Mebarek-Oudina, F. (2017), *Étude Numérique de la Stabilité Magnétohydrodynamique*, Éditions Universitaires Européennes, ISBN: 978-3-639-60865-6.
- [10] Mebarek-Oudina, F., Bessaïh, R., Oscillatory Magnetohydrodynamic Natural Convection of Liquid Metal between Vertical Coaxial Cylinders, *Journal of Applied Fluid Mechanics* 9 : 6 (2016) 1655-1665.
- [11] Mebarek-Oudina, F., Numerical Modeling of the Hydrodynamic Stability in Vertical annulus with Heat Source of different Lengths, *Engineering Science and Technology, an International Journal*, Elsevier (2017)
- [12] Patankar, S.V. (1980) *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow* (McGraw-Hill, New-York).

## Nomenclature

$A_r$	rapport d'aspect = $L/D$ [-]	$v^*$	vitesse axiale , $m.s^{-1}$
$D$	longueur [m]	$u, v$	vitesse adimensionnelles radiale et axiale, respectivement [-]
$g$	accélération gravitationnelle, $m.s^{-2}$		
$L$	hauteur de l'enclosure, m		
$Nu_{moy}$	nombre de Nusselt moyen [-]	<b>Symboles greek</b>	
$P$	pression adimensionnelle [-]	$\alpha$	diffusivité thermique du fluide, $m^2.s^{-1}$
$Pr$	nombre de Prandtl [-]	$\beta$	coefficient d'expansion thermique du fluide, $K^{-1}$
$Q$	flux de chaleur, $W/m^2$	$\lambda$	rapport des rayons [-]
$Ra$	nombre de Rayleigh [-]	$\kappa$	conductivité thermique, $m^2/s$
$r^*, z^*$	coordonnées radiale et axiale, respectivement	$\rho$	densité du fluide, $kg.m^{-3}$
$r_i, r_o$	rayons interne et externe, m	$\tau$	temps, s
$t$	temps adimensionnel [-]	$\varepsilon$	rapport de longueur de la source = $L/l$ [-]
$T^*$	température, K	$\phi$	fraction volumique en nanoparticules [-]
$T$	température adimensionnelle [-]	$\nu$	viscosité cinématique du fluide, $m^2.s^{-1}$
$u^*$	vitesse radiale, $m.s^{-1}$	$\psi$	fonction de courant adimensionnelle [-]
		<b>Indices</b>	
		$f$	fluide (l'eau pure)
		$C$	froid
		$H$	chaud
		$nf$	nanofluide
		$r, z$	directions radiale et axiale, respectivement