



Convection Mixte MHD D'un Nanofluide Dans Un Canal Poreux Muni De Sources De Chaleur

Auteurs : Brahim FERSADOU, Henda KAHALERRAS et Walid NESSAB
USTHB/FGMGP/LTPMP, BP 32 El Alia, 16111 Bab Ezzouar
brahim04@live.fr, kahalerrashenda@yahoo.fr et nessabwalid@gmail.com

Résumé : Dans la présente étude, le problème de la convection mixte MHD d'un nanofluide dans un canal poreux vertical muni de sources de chaleur sur l'une de ses parois est étudié numériquement. Le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer est utilisé pour décrire l'écoulement dans le milieu poreux et l'approche diphasique pour simuler le mouvement du nanofluide. Les équations gouvernantes avec les conditions aux limites associées sont résolues par la méthode des volumes finis. Pour un champ magnétique uniforme les calculs ont été effectués en prenant en considération la dissipation de chaleur par effet joule ($Ec=0.05$) et en fixant le nombre de Richardson Ri , le rapport de flottabilité N_R et le nombre de Lewis Le à 10, 0.3 et 1 respectivement. Les autres paramètres physiques tels que : Ha , Da , N_B et N_T ont été variés. Les résultats ont révélé que les paramètres du mouvement Brownien N_B et de l'effet thermophorèse N_T ont très peu d'influence sur les transferts de chaleur et de masse en les comparant aux effets des nombres de Hartmann et Darcy. Toutefois, la distribution des nanoparticules est fortement affectée par les valeurs de N_T , N_B et Ha .

Mots clés : Convection mixte MHD ; Canal poreux ; Nanofluide ; Mouvement Brownien ; Effet thermophorèse

1. Introduction

Il est généralement connu que le transfert de chaleur peut être amélioré par l'utilisation de milieux poreux, sauf que dernièrement, une technique novatrice s'est spectaculairement rependue, visant l'optimisation des systèmes thermiques en utilisant des fluides de base dans lesquels sont suspendus des nanoparticules nanométriques à très faible concentration dans le but d'améliorer leurs conductivités thermiques ; ce sont les nanofluides. L'étude des nanofluides en présence d'un champ magnétique a suscité l'intérêt de nombreux chercheurs [1-4] en raison de son importance dans de nombreuses applications d'ingénierie tels que la microélectronique, la microfluidique, les transports biomédicale, etc. Pour les simulations numériques des écoulements des nanofluides, deux approches ont été adoptées, le modèle monophasique et le modèle diphasique. Dans le premier, une distribution uniforme des nanoparticules est supposée, alors que dans le second une équation de distribution de la fraction volumique est ajoutée aux autres équations de conservation. Plusieurs travaux de recherches basés sur l'approche diphasique développée par Buongiorno [5] ont été élaborés par de nombreux chercheurs [6-9].

L'étude d'un système de refroidissement thermique combinant entre un milieu poreux et un nanofluide présente alors un intérêt certain, surtout, dans la situation d'omniprésence d'une source de chaleur telle que la dissipation de chaleur par effet joule, qui est directement liée au champ magnétique existant, d'où l'étude proposée dans ce travail qui consiste à examiner numériquement le problème de la convection mixte MHD dans un canal vertical rempli d'un milieu poreux et saturé d'un nanofluide avec une distribution non uniforme des nanoparticules causée par les effets du mouvement Brownien et thermophorèse.

2. Modèle Mathématique

Le domaine physique, représenté sur la figure 1, est constitué de deux plaques verticales électriquement isolées, planes et parallèles de longueur ℓ , distantes de H et remplie d'un milieu poreux isotrope saturé par un nanofluide cuivre-eau entrant à une vitesse U_e , une température T_e et fraction volumique ϕ_e uniformes. La plaque située à gauche est thermiquement isolée alors que celle d'à droite contient une alternation de zones adiabatiques et de sources de chaleur chauffées par une densité de flux de chaleur constante "q", de largeur "w" et espacées d'une distance "s". Un champ magnétique externe \vec{B} , d'intensité uniforme est appliqué dans la direction transversale y . Le nombre de

Reynolds magnétique est très faible ; donc le champ magnétique induit par le déplacement du nanofluide est négligeable par rapport au champ magnétique externe appliqué. L'écoulement est bidimensionnel, laminaire et stationnaire sans génération interne de chaleur et dissipation visqueuse négligeable. Le nanofluide est Newtonien, incompressible, conducteur d'électricité et traité comme un mélange non homogène à deux composants (fluide de base et nanoparticules) avec la supposition qu'il n'y a pas de réactions chimiques entre ces deux composants qui sont parfaitement dilués ($\phi \ll 1$). Le fluide de base, les nanoparticules, et le milieu poreux sont en équilibre thermique local avec des propriétés thermophysiques constantes.

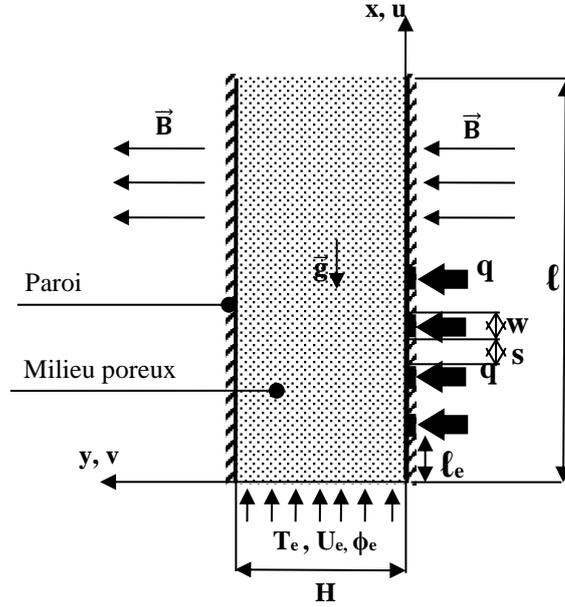


Figure 1 : Domaine physique étudié

Tenant compte des hypothèses citées ci-dessus et en adoptant le modèle de nanofluide proposé par Buongiorno [5] pour tenir compte des effets du mouvement Brownien et thermophorèse, ainsi que le modèle général de Darcy-Brinkman-Forchheimer pour l'écoulement dans le milieu poreux, les équations de conservation (continuité, mouvement, énergie et fraction volumique) sous forme adimensionnelle s'écrivent comme suit :

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{R_\mu}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) - \frac{\varepsilon}{\text{Re Da}} U - \frac{\varepsilon^2 C}{\sqrt{\text{Da}}} |\vec{V}| U + \text{Ri} (\theta - N_R \phi) - \frac{\varepsilon \text{Ha}^2}{\text{Re}} U \quad (2)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{R_\mu}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) - \frac{\varepsilon}{\text{Re Da}} V - \frac{\varepsilon^2 C}{\sqrt{\text{Da}}} |\vec{V}| V \quad (3)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{R_k}{\varepsilon \text{Re Pr}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) + \frac{\varepsilon \text{Ec Ha}^2}{\text{Re}} U^2 + \frac{1}{\text{Re Pr}} \left[N_B \left(\frac{\partial \phi}{\partial X} \frac{\partial \theta}{\partial X} + \frac{\partial \phi}{\partial Y} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) + N_T \left(\left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)^2 \right) \right] \quad (4)$$

$$U \frac{\partial \phi}{\partial X} + V \frac{\partial \phi}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Le Re Pr}} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial Y^2} \right) + \frac{N_T}{N_B} \frac{1}{\text{Le Re Pr}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (5)$$

Les variables réduites utilisées pour adimensionner les équations gouvernantes sont :

$$X = \frac{x}{H}; Y = \frac{y}{H}; \tau = \frac{t}{H/U_e}; U = \frac{u}{\varepsilon U_e}; V = \frac{v}{\varepsilon U_e}; P = \frac{p}{\rho_{nf} U_e^2}; \theta = \frac{T - T_e}{qH/k_f}; \phi = \frac{\phi - \phi_e}{\phi_e}$$

Les groupements adimensionnels apparaissant dans les équations de conservation sont définis comme suit :

$$\begin{aligned} \text{Re} &= \frac{U_e H \rho_f}{\mu_f}; \text{Da} = \frac{K}{H^2}; \text{Ri} = \frac{g \beta_f (qH/k_f) H^3}{(\mu_f/\rho_f)^2} \frac{1}{\text{Re}^2}; \text{Ha}^2 = \frac{\sigma_f B_0^2 H^2}{\mu_f}; \text{Pr} = \frac{\mu_f C p_f}{k_f}; \text{Ec} = \frac{k_f U_e^2}{C p_f q H} \\ R_\mu &= \frac{\mu_{eff}}{\mu_f}; R_k = \frac{k_{eff}}{k_f}; N_T = \frac{D_T (\rho C p)_s q H}{T_e k_f k_f}; N_B = D_B \frac{(\rho C p)_s}{k_f} \phi_e; \text{Le} = \frac{k_f}{D_B (\rho C p)_f} \\ N_R &= \frac{\phi_e (\rho_s - \rho_f)}{\rho_f \beta (qH/k_f)}; \text{Re} = \frac{U_e H \rho_f}{\mu_f}; \text{Da} = \frac{K}{H^2}; \text{Ri} = \frac{g \beta_f (qH/k_f) H^3}{(\mu_f/\rho_f)^2} \frac{1}{\text{Re}^2} \end{aligned}$$

Les conditions aux limites associées aux équations de conservation sont :

Entrée : $U = 1, V = 0, \theta = 0$ et $\varphi = 0$

Sortie : $\partial U/\partial X = 0, V = 0, \partial \theta/\partial X = 0$ et $\partial \varphi/\partial X = 0$

Paroi gauche : $U = 0, V = 0, \partial \theta/\partial Y = 0$ et $\partial \varphi/\partial Y = 0$

$$\text{Paroi droite : } \begin{cases} U = 0, V = 0 \\ \frac{\partial \theta}{\partial Y} = -\frac{1}{R_k}; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial Y} = -\frac{N_T}{N_B} \frac{\partial \theta}{\partial Y} & \text{sources} \\ \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial Y} = 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Les nombres de Nusselt et Sherwood locaux sont définis par :

$$\text{Nu} = \frac{hH}{k_f} = \begin{cases} \frac{1}{\theta_p} & \text{sources} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad \text{Sh} = -\frac{D_B \left. \frac{\partial \phi}{\partial y} \right|_{y=0}}{D_B (\phi_p - \phi_m)} = \begin{cases} -\frac{\left. \frac{\partial \varphi}{\partial Y} \right|_{Y=0}}{(\varphi_p - \varphi_m)} & \text{sources} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (6)$$

Les nombres de Nusselt et Sherwood moyens pour une source "i" sont calculés comme suit :

$$\text{Nu}_{mi} = \frac{1}{W} \int_{X_i}^{X_i+W} \text{Nu} \, dX \quad \text{Sh}_{mi} = \frac{1}{W} \int_{X_i}^{X_i+W} \text{Sh} \, dX \quad (7)$$

Où X_i est la position de la source "i" à partir de l'entrée du canal.

Les nombres de Nusselt et Sherwood globaux sont évalués de la manière suivante :

$$\text{Nu}_g = \frac{\sum_{i=1}^4 \text{Nu}_{mi}}{4} \quad \text{Sh}_g = \frac{\sum_{i=1}^4 \text{Sh}_{mi}}{4} \quad (9)$$

Les équations différentielles établies précédemment avec les conditions aux limites associées ont été résolues par la méthode des volumes finis proposée par Patankar [10]. Un maillage décalé a été utilisé pour assurer le couplage entre la pression et la vitesse, et un schéma en loi de puissance a été adopté pour la discrétisation des termes convectifs et diffusifs. La méthode de résolution utilisée est la méthode ligne par ligne qui est une combinaison entre la méthode directe TDMA (Tridiagonal Matrix Algorithm) et la méthode itérative de Gauss-Seidel. Après plusieurs essais. Un maillage non uniforme, plus raffiné près des parois, est utilisé dans les deux directions horizontal et vertical avec 300 nœuds suivant X et 50 nœuds suivant Y. Le critère de convergence porte sur l'erreur relative de chaque variable qui doit être inférieure à 10⁻⁶.

3. Résultats

Il est difficile d'étudier l'influence de tous les paramètres impliqués dans la présente étude, et par conséquent tous les calculs ont été effectués en fixant la longueur du canal ($L = 30$), la porosité du milieu poreux ($\varepsilon = 0.9$), le nombre de Prandtl du fluide de base ($\text{Pr} = 6.78$), le nombre de Reynolds ($\text{Re} = 250$), le coefficient inertiel ($C = 0.1$), le nombre de Lewis ($\text{Le} = 1$), le nombre d'Eckert ($\text{Ec} = 0.05$), Le nombre de Risherdsen ($\text{Ri} = 10$), le rapport de flottabilité ($\text{N}_R = 0.3$). D'autre part, nous avons fait varier le nombre de Darcy ($10^{-6} \leq \text{Da} \leq 0.1$), le nombre de Hartmann ($0 \leq \text{Ha} \leq 20$), le paramètre du mouvement Brownien ($0.1 \leq \text{N}_B \leq 0.5$) et le paramètre thermophorèse ($0.1 \leq \text{N}_T \leq 0.5$).

Avant d'entamer la discussion des résultats obtenus, il sera intéressant d'expliquer auparavant comment agissent N_B et N_T . La distribution de la fraction volumique en nanoparticules se développe sous les effets mutuels des diffusions

thermophorèse et Brownienne. Selon Buongiorno [5], les nanoparticules peuvent être mises en mouvement de façon homogène avec le fluide, à une vitesse de glissement provenant du mouvement Brownien et de la force thermophorèse. Le mouvement Brownien (proportionnel au gradient de concentration), peut être observé en raison de la dérive aléatoire des nanoparticules en suspension, alors que l'effet thermophorèse (proportionnel au gradient de température), implique la migration des nanoparticules à cause du gradient de température imposé à travers le fluide. La force de thermophorèse tente d'induire la migration des nanoparticules dans le sens inverse du gradient de température (direction du chauffage), ce qui provoque une distribution non uniforme des nanoparticules. Une fois le gradient de concentration est développé par la force thermophorèse, la force Brownienne tendra à contrebalancer l'effet de cette dernière.

Sur la figure 2 sont représentés les profils de température et de concentration à la sortie du canal pour deux situations de perméabilité $Da = 10^{-1}$ et $Da = 10^{-3}$. Avec l'intensification du champ magnétique il y'a de plus en plus de génération de chaleur par effet Joule, suite à l'accumulation de la chaleur au voisinage de la paroi droite provenant d'une part, de l'énergie générée par effet Joule et d'autre part, de l'énergie délivrée par les sources, d'où un accroissement de la température du nanofluide avec Ha qui devient plus apparent à $Da = 10^{-1}$. La naissance de ces forts gradients de température va donc générer une répartition non uniforme des nanoparticules dont la fraction volumique est la plus faible au voisinage de la paroi chaude et la plus grande au niveau de la paroi adiabatique. L'aspect non uniforme disparaît avec la diminution du nombre de Hartmann et la réduction de la perméabilité du milieu poreux. Des valeurs négatives de ϕ correspondent à une fraction volumique dimensionnelle en nanoparticules plus petite que la valeur ϕ_e prise à l'entrée puisque la valeur adimensionnelle est définie comme : $\phi = (\phi - \phi_e) / \phi_e$

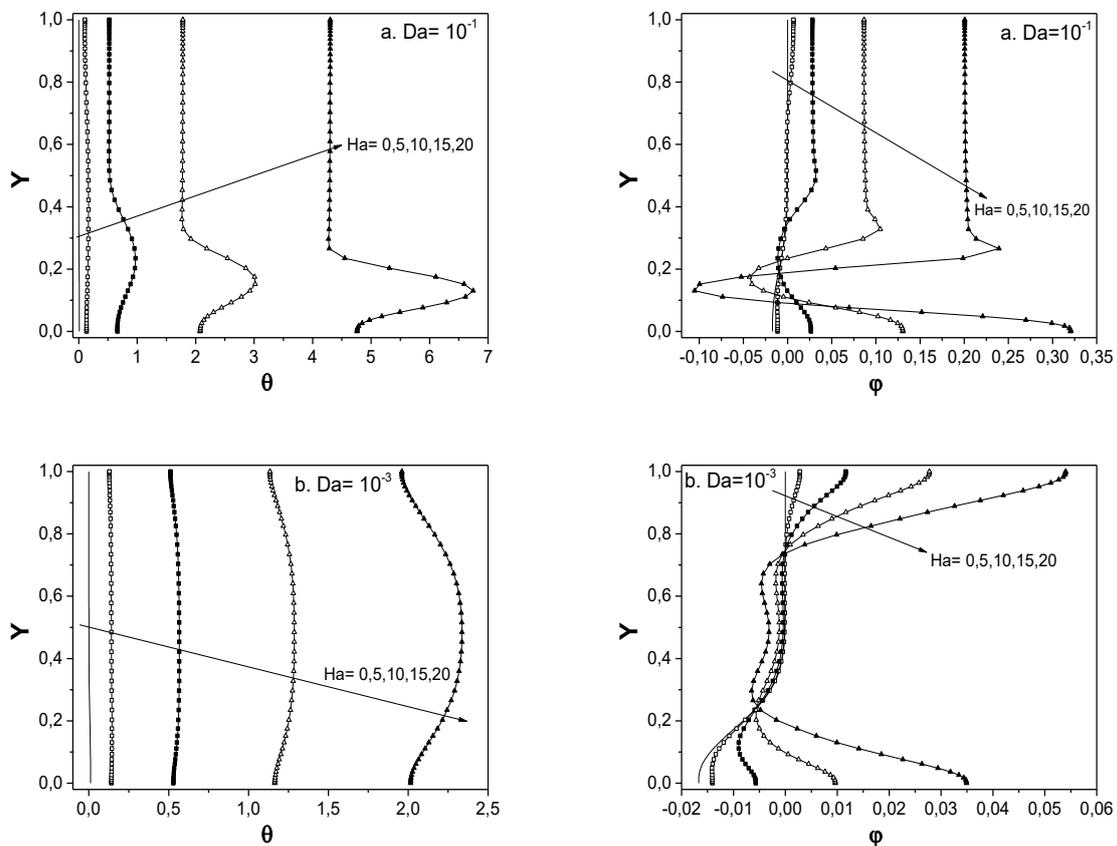


Figure 2 : Profils de température et de fraction volumique à la sortie du canal pour différents nombres de Hartmann : $N_B = N_T = 0.3$.

Pour mieux mettre en évidence cette distribution non uniforme des nanoparticules en considérant le modèle diphasique, nous avons représenté sur la Figure 3 l'influence du champ magnétique et du milieu poreux sur la distribution spatiale des nanoparticules dans le canal. En absence du champ magnétique ($Ha = 0$), les gradients de fraction volumique ne sont perceptibles que près de la zone adjacente aux sources de chaleur, ailleurs les nanoparticules sont distribuées uniformément avec une valeur de ϕ égale à zéro. Au fur et à mesure que Ha augmente, les lignes d'iso-fraction volumique affectées par la génération de chaleur par effet Joule, commencent à se déformer d'avantage et se concentrer (forts gradients) du côté de la paroi chaude, en particulier à la sortie du canal où le mouvement du nanofluide est accéléré par la force de flottabilité ($Ri=10$). Dans ce cas, la non uniformité de la distribution des nanoparticules est la plus importantes où on obtient la plus grande migration des nanoparticules de

la paroi contenant les sources de chaleur (plus faibles valeurs de ϕ) vers la paroi thermiquement adiabatique (plus grandes valeurs de ϕ). A $Da = 10^{-3}$, on peut observer pour les mêmes intensités du champ magnétique que les distorsions des iso-concentrations sont moins importantes avec une distribution des nanoparticules presque uniforme au centre du canal et la présence de faibles gradients de ϕ , en comparaison à $Da = 10^{-1}$, dans les zones avoisinantes aux parois du canal (Figure 2).

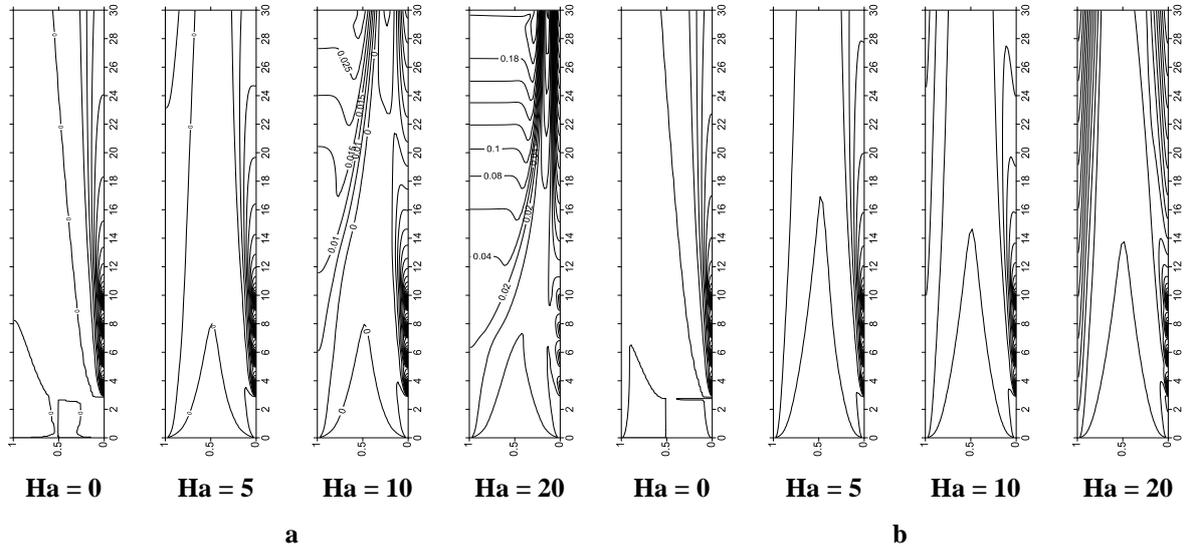
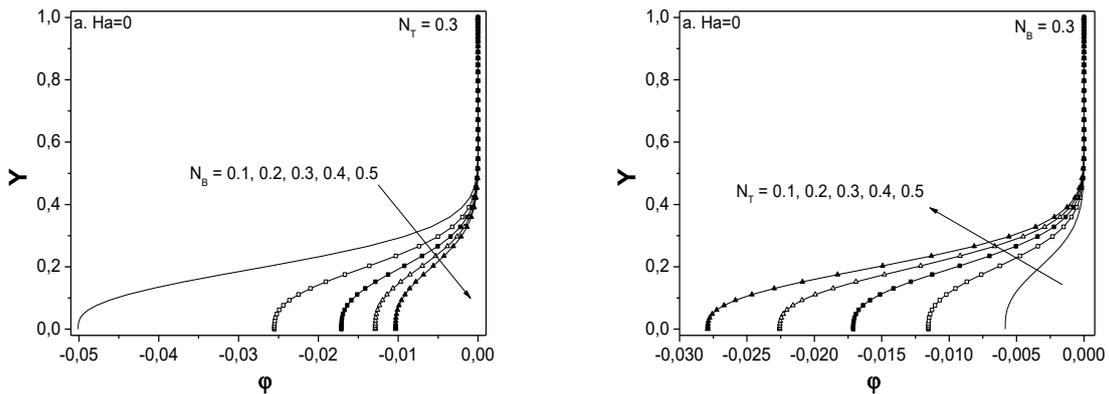


Figure 1: Lignes d'iso-fraction volumique pour différents nombres de Hartmann et $N_B = N_T = 0.3$
(a) $Da = 10^{-1}$, (b) $Da = 10^{-3}$.

Sur la Figure 4 sont illustrées les profils de ϕ à la sortie du canal en fonction de N_T et N_B pour $Da = 10^{-1}$. Indépendamment de la présence du champ magnétique, la fraction volumique en nanoparticules tend à diminuer dans les régions chaudes avec l'augmentation de N_T ou la diminution de N_B (épaulement en nanoparticules). A cause de la diffusion thermophorèse, les nanoparticules migrent depuis le voisinage de la paroi muni des sources de chaleur vers la paroi adiabatique construisant ainsi une distribution non uniforme qui s'accroît avec l'accroissement de N_T et la réduction de N_B . La présence du champ magnétique favorise le désordre de la distribution des nanoparticules, suite à la formation des couches nanofluides chaudes nourries de la dissipation de chaleur par effet Joule.



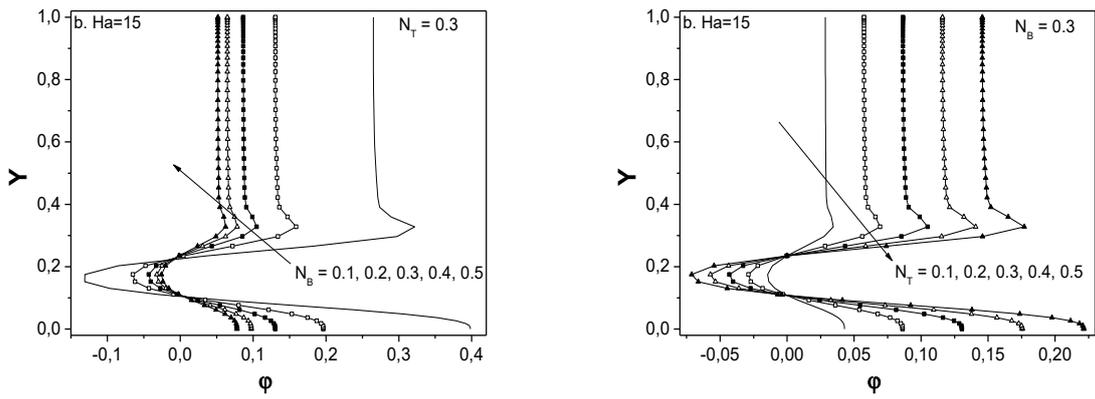


Figure 4 : Profils de fraction volumique à la sortie du canal pour différentes valeurs de N_B et N_T : $Da = 10^{-1}$.

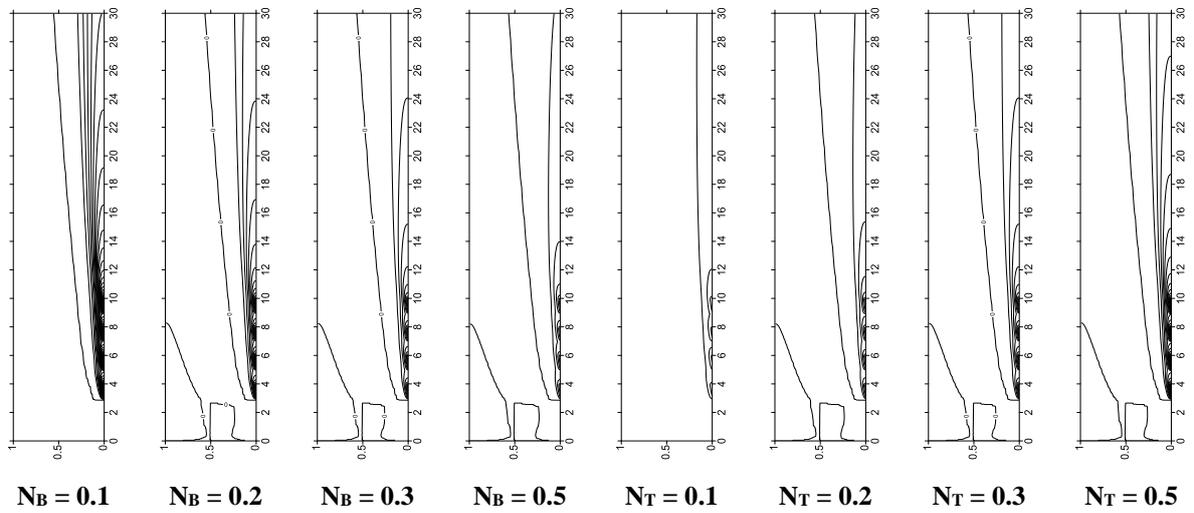


Figure 5 : Lignes d'iso-fraction volumique pour différentes valeurs de N_B ($N_T = 0.3$) et N_T ($N_B = 0.3$) : $Ha = 0$ et $Da = 10^{-1}$.

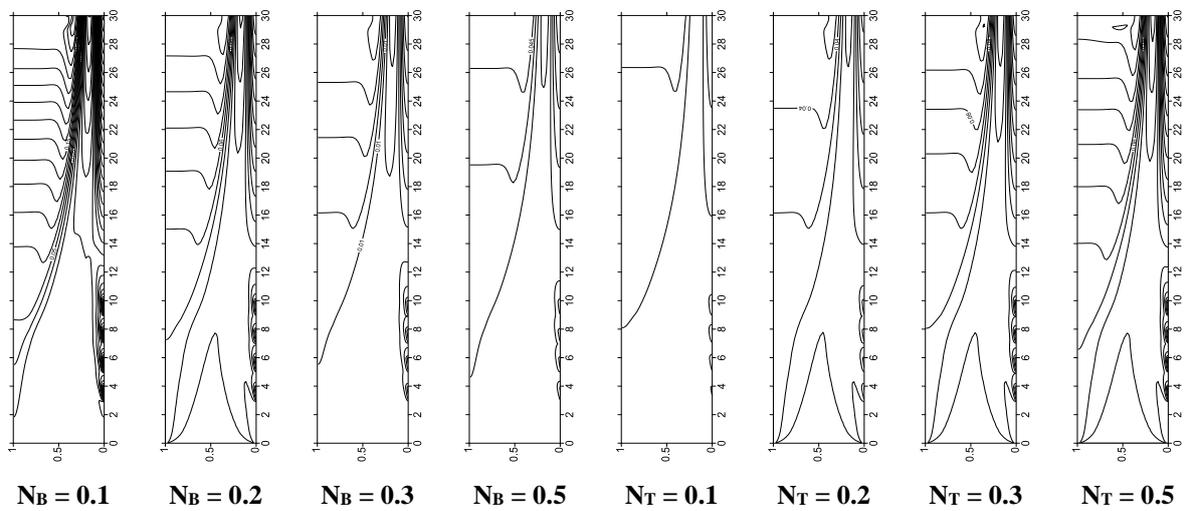


Figure 6 : Lignes d'iso-fraction volumique pour différentes valeurs de N_B ($N_T = 0.3$) et N_T ($N_B = 0.3$) : $Ha = 15$ et $Da = 10^{-1}$.

L'influence de N_B et N_T sur la distribution des iso-fraction volumique, est représentée sur les Figures 5 et 6. En absence du champ magnétique, une variation en valeurs de ϕ n'est observée que près des sources chaudes où il y'a formation d'une couche mince dont l'étendu augmente en hauteur jusqu'à la sortie du canal avec l'augmentation ou la réduction des paramètres N_T ou N_B respectivement. En dehors de cette zone la stratification s'estompe progressivement indiquant une distribution uniforme des nanoparticules. En présence d'un champ magnétique d'intensité tel qu' $Ha = 15$, une assez forte inhomogénéité dans la distribution des nanoparticules est obtenue aux grandes valeurs du paramètre thermophorèse, alors qu'aux grandes forces Browniennes une répartition plus uniforme est atteinte.

Les effets du nombre de Darcy et des paramètres des diffusions Brownienne et thermophorèse sur les nombres de Nusselt et Sherwood globales sont illustrés sur la Figure 7. L'augmentation du nombre de Hartmann minimise le transfert de chaleur et la réduction de la perméabilité contribue à mieux refroidir les sources de chaleur. Pour le transfert de masse, l'accroissement de l'intensité magnétique mène à une augmentation du nombre de Sherwood global avec un taux qui varie entre l'appréciable pour le cas non poreux et négligeable pour le cas de faible Darcy ($Da = 10^{-6}$). Globalement et pour cette gamme de paramètres choisis, N_T et N_B ont des effets négligeables sur les transferts de chaleur et de masse surtout aux grandes intensités du champ magnétique et aux faibles perméabilités du milieu poreux. En effet, à des Ha importants les forts courants convectifs restreignent le lent déplacement des nanoparticules par le mouvement Brownien ou thermophorèse, et aux faibles perméabilités la diffusion Brownienne ou thermophorèse deviennent plus difficile à cause de l'obturation de la voie de déplacement des nanoparticules par la matrice poreuse. Pour une grande perméabilité du milieu poreux ($Da = 10^{-1}$, Figure 7b), la distribution non uniforme des nanoparticules dans le canal ($N_B = 0.1$ et $N_T = 0.5$) conduit à une amélioration du transfert de chaleur aux faibles intensités du champ magnétique, et quelle que soit la valeur de Ha pour le transfert de masse. Les plus grands taux, calculés par rapport à une distribution presque uniforme ($N_B = 0.5$ et $N_T = 0.1$), est de l'ordre de 12 % à $Ha = 0$ pour Nu_g et autour de 16 % à $Ha = 20$ pour Sh_g .

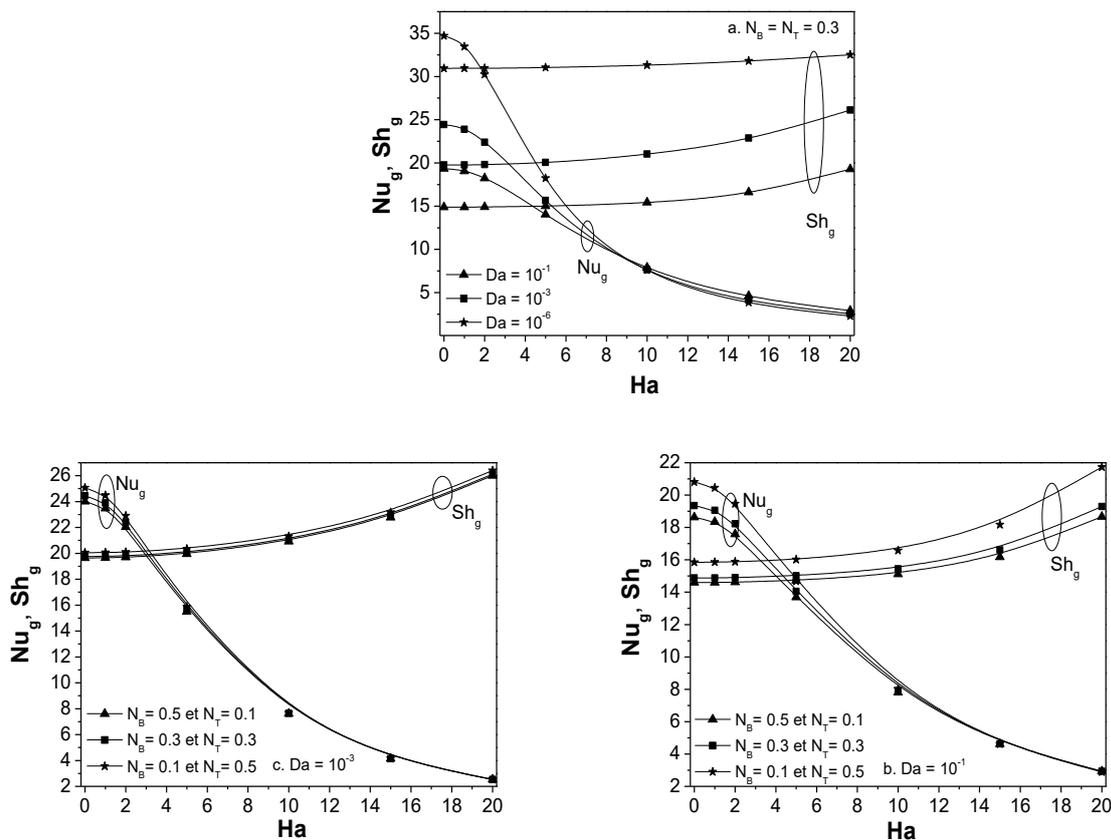


Figure 2: Variation des nombres de Nusselt et Sherwood globaux avec le nombre de Hartmann.

Conclusion

Le présent travail est une étude numérique du transfert de chaleur par convection Mixte MHD d'un nanofluid obéissant au modèle de Buongiorno dans un canal poreux, dont l'une des parois est thermiquement isolée alors que l'autre contient une alternation de zones adiabatiques et de sources de chaleur chauffées par une densité de flux de chaleur constante. Cette étude a permis de faire ressortir les points suivants :

- Les paramètres du mouvement Brownien N_B et thermophorèse N_T ont des effets négligeables sur les transferts de chaleur et de masse en comparaison aux effets des nombres de Hartmann et de Darcy.
- La distribution fortement non uniforme est obtenue avec la combinaison $N_B = 0.1$ et $N_T = 0.5$ aux grandes intensités du champ magnétique.
- La situation de dominance de la diffusion Brownienne correspondant à $N_T = 0.1$ et $N_B = 0.5$ conduit à la réduction du refroidissement des sources de chaleur.

Nomenclature

Symbole

B_0	Intensité du champ magnétique <i>Tesla</i>
C	Coefficient inertiel
Da	Nombre de Darcy
D_B	Coefficient de diffusion Brownienne
D_T	Coefficient de diffusion Thermophorèse
Ec	Nombre d'Eckert
h	Coefficient d'échange convectif $W/m^2 K$
Ha	Nombre de Hartmann
k	Conductivité thermique $W/m K$
K	Perméabilité m^2
Le	Nombre de Lewis
N_B	Paramètre du mouvement Brownien
N_R	Rapport de flottabilité
N_T	Paramètre thermophorèse
Nu	Nombre de Nusselt
Pr	Nombre de Prandtl
Re	Nombre de Reynolds
Ri	Nombre de Richardson
Sh	Nombre de Sherwood
T	Température K
u	Vitesse longitudinale m/s
v	Vitesse transversale m/s
x	Coordonnée longitudinale m
y	Coordonnée transversale m

Symboles grecs

β	Coefficient d'expansion thermique $1/K$
ε	Porosité
θ	Température adimensionnelle
μ	Viscosité dynamique $kg/m s$
ρ	Masse volumique kg/m^3
σ	Conductivité électrique $1/\Omega m$
φ	Fraction volumique adimensionnelle
ϕ	Fraction volumique des nanoparticules

Exposant, Indices

B	Diffusion Brownienne
g	Global
m	Moyen
T	Diffusion Thermophorèse

Références (Times New Roman, 10 pts, Gras)

- [1] A.B. Rosmila, R. Kandasamy and I. Muhaimin, Lie symmetry group transformation for MHD natural convection flow of nanofluid over linearly porous stretching sheet in presence of thermal stratification, *Appl. Math. Mech.* 2012, Vol. 33, pp. 593-604.
- [2] M. Sheikholeslami, M. Hatami and D.D. Ganji, Analytical investigation of MHD nanofluid flow in a semi-porous channel, *Powder Tech.* 2013, Vol. 246, pp. 327-336.

- [3] A.A. Servati, K. Javaherdeh, H.R. Ashorynejad, Magnetic field effects on force convection flow of a nanofluid in a channel partially filled with porous media using Lattice Boltzmann Method, *Adv. Powder Tech.* 2014, Vol. 25, pp. 666-675.
- [4] M. Dehsara, N. Dali, M.R.H. Nobari, Numerical analysis of entropy generation nanofluid flow over a transparent plate in porous medium in presence of solar radiation, viscous dissipation and variable magnetic field, *J. Mech. Sci. Tech.* 2014, Vol. 28, pp. 1819-1831.
- [5] J. Buongiorno, Convective transport in nanofluids. *ASME J. Heat Transfer* 2006, Vol. 128, pp. 240-250.
- [6] R. Ellahi, A. Zeeshan, K. Vafai and H.U. Rahman, Series solutions for magnetohydrodynamic flow of non-Newtonian nanofluid and heat transfer in coaxial porous cylinder with slip conditions, *Proc. IMechE Part N: J. Nanoeng. Nanosys.* 2011, Vol. 225, pp. 123-132.
- [7] P.V.S.N. Murthy, ChR. Reddy, A.J. Chamkha and A.M. Rashad, Magnetic effect on thermally stratified nanofluid saturated non-Darcy porous medium under convective boundary condition, *Int. Comm. Heat Mass Transfer* 2013, Vol. 47, pp. 41-48.
- [8] M. Hatami, J. Hatami and D.D. Ganji, Computer simulation of MHD blood conveying gold nanoparticles as a third grade non-Newtonian nanofluid in a hollow porous vessel, *Comp. Meth. Prog. Biomedicine* 2014, Vol. 113, pp. 632-641.
- [9] M. Kothandapani and J. Prakash, Effect of radiation and magnetic field on peristaltic transport of nanofluids through a porous space in a tapered asymmetric channel, *J. Magnetism magnetic Mat.* 2015, Vol. 378, pp. 152-163.
- [10] S.V. Patankar, *Numerical Heat Transfer*, McGraw Hill, 1980.