



## Convection naturelle dans une cavité poreuse chauffée et refroidie sur des parois adjacentes : Modèle HETL

Abdeslam OMARA<sup>(1)</sup>, Abderrahim BOURUIS<sup>(2)</sup>, Said ABBOUDI<sup>(3)</sup>

<sup>(1)</sup>Département de Physique, Faculté des Sciences Exactes, Université Constantine 1, Constantine, Algérie  
*E-mail* : [abdeslam.omara@yahoo.fr](mailto:abdeslam.omara@yahoo.fr)

<sup>(2)</sup>Département de Mathématiques, Université de Blida, Blida

<sup>(3)</sup>Laboratoire Interdisciplinaire Carnot de Bourgogne - Site UTBM Sévenans- ICB UMR 6303 CNRS / Univ. Bourgogne Franche Comté (UBFC) ,90010 Belfort cedex, France  
*E-mail* : [said.abboudi@utbm.fr](mailto:said.abboudi@utbm.fr)

**Résumé** : Nous nous intéressons à l'étude des phénomènes de transfert de chaleur par convection naturelle à l'intérieur d'une cavité carrée poreuse hors équilibre thermique local de dimension  $L \times L$ . L'écoulement bidimensionnel stationnaire est déclenché en maintenant deux parois adjacentes à des températures chaude et froide. Les deux autres parois adjacentes sont isolées. L'écoulement et le transfert sont régis par les équations de conservation de masse et de quantité de mouvement de Darcy-Brinkman-Forchheimer et celles de la conservation de l'énergie dans les deux phases solide et fluide. La résolution est obtenue en utilisant la méthode des volumes finis et l'algorithme SIMPLE. Les calculs sont effectués en fixant la longueur de la zone active froide à  $L$ , et en faisant varier la longueur de la zone active chaude:  $L$ ,  $3L/4$ ,  $2L/4$  et  $L/4$ . Les résultats obtenus montrent une forte dépendance de l'écoulement et de l'équilibre thermique entre les deux phases de l'angle d'inclinaison et de la longueur de la zone active chaude.

**Mots clés** : Chauffage partiel; Darcy Brinkman-Forchheimer; phase solide; phase fluide, hors équilibre thermique.

### 1. Introduction :

Le transfert de chaleur dans les milieux poreux où l'équilibre thermique local entre la matrice poreuse et le fluide saturant n'est pas valide est rencontré dans diverses applications d'ingénierie tels que: les échangeurs de chaleur, le séchage et les réacteurs catalytiques. On peut aussi rencontrer ce type de problème lorsque on est en présence d'un transfert de chaleur rapide ou lorsque la différence entre les conductivités thermiques et les capacités thermiques entre les phases fluide et solide est significative. Prempreeya et al. [1] ont investi numériquement l'influence d'un champ électromagnétique sur la distribution du champ de température, de vitesse et de la concentration dans un milieu poreux hors équilibre thermique local. Ils ont constaté que l'amplitude de l'intensité du champ magnétique influe considérablement sur le champ thermique. Une augmentation de l'amplitude de l'intensité du champ magnétique entraîne une augmentation de la différence de température entre les phases solide et fluide. Wu et al. [2] ont effectué une étude numérique du transfert de chaleur par convection naturelle à l'intérieure d'une cavité rectangulaire poreuse avec génération de chaleur en adoptant le modèle HETL. La paroi supérieure et la paroi inférieure sont supposées adiabatiques tandis que la paroi de gauche et la paroi de droite sont, partiellement chauffées et refroidie par un profil sinusoïdal de température, respectivement. Ils ont constaté que la déviation de phase entre les deux parois influe la structure de l'écoulement et le taux de transfert de chaleur. Par ailleurs, ils montrent que la comparaison des résultats de simulations avec le cas d'une condition aux limites uniforme montre que la valeur absolue du nombre de Nusselt total peut être améliorée par l'utilisation d'une condition aux limites sinusoïdale. Bera et al. [3] ont étudié numériquement le problème de la convection naturellement double diffusive à l'intérieur d'une cavité poreuse en adoptant le modèle hors équilibre thermique local entre la matrice poreuse et le fluide saturant, en adoptant le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer pour modéliser l'écoulement à l'intérieur du milieu poreux.

## 2. Equations de conservation et méthode numérique

On considère un milieu poreux bidimensionnel saturé par un fluide à l'intérieur d'une cavité carrée comme le montre la [figure 1](#). Il est supposé que les deux parois, verticale gauche et horizontale supérieure, sont soumises à des températures, chaude  $\theta_c$  et froide  $\theta_f$ , respectivement. Les deux autres parois adjacentes sont isolées. Les hypothèses classiques suivantes ont été faites dans la formulation mathématique.

- Le milieu fluide et poreux sont partout hors équilibre thermique local.
- Le milieu poreux est supposé homogène et isotrope.
- Le milieu fluide saturant le milieu poreux est supposé incompressible et s'adapte au modèle de Boussinesq. On néglige le rayonnement et la dissipation visqueuse. Compte tenu de ces hypothèses, les équations adimensionnelles sont données par :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \varepsilon Pr \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) - \frac{\varepsilon Pr}{Da} U - \frac{\varepsilon^2 Fc}{\sqrt{Da}} |\vec{V}| U \quad (2)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \varepsilon \times Pr \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) - \frac{\varepsilon \times Pr}{Da} V - \frac{\varepsilon^2 \times Fc}{\sqrt{Da}} |\vec{V}| V + \varepsilon \times Ra \times Pr \times \theta_f \quad (3)$$

$$U \frac{\partial \theta_f}{\partial X} + V \frac{\partial \theta_f}{\partial Y} = \left( \frac{\partial^2 \theta_f}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_f}{\partial Y^2} \right) + H(\theta_s - \theta_f) \quad (4)$$

$$0 = \left( \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial Y^2} \right) + \gamma H(\theta_f - \theta_s) \quad (5)$$

Dans les équations (4) et (5), les expressions de  $\gamma$  et  $H$  sont données par :  $\gamma = \varepsilon k_f / (1 - \varepsilon) k_s$ ,  $H = hL^2 / \varepsilon k_f$ .

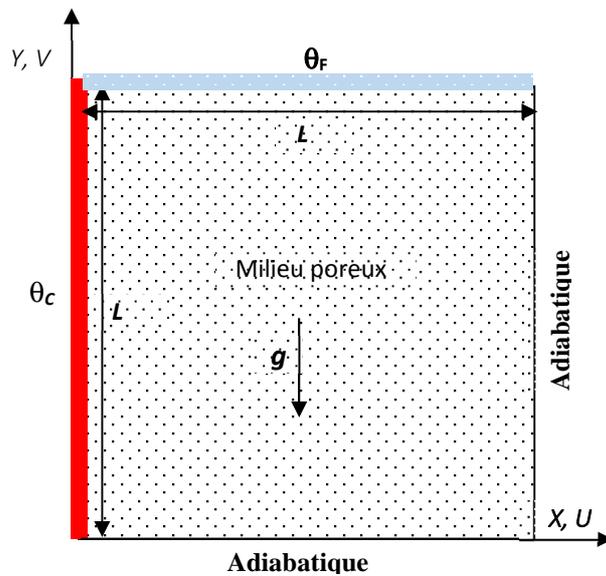


Figure 1: Configuration du problème physique étudié relative au cas où  $\alpha = 0^0$ .

Les équations de quantité de mouvement et d'énergie sont discrétisées par la méthode des volumes finis développée par Patankar [4]. L'algorithme SIMPLE est utilisé pour le traitement du couplage pression-vitesse. Le

système d'équations algébrique résultant de la discrétisation des équations de conservation ci-dessus est résolu par un processus itératif. Les itérations sont répétées jusqu'à ce que le critère de convergence  $\left[ (\varphi_{i,j}^{k+1} - \varphi_{i,j}^k) / \varphi_{i,j}^{k+1} \right] \leq 10^{-5}$  soit vérifié pour chaque variable ( $\varphi = U, V, P, \theta$ ). Le choix de la grille optimale ainsi que la validation du code de calcul peuvent être consultés dans la référence [5].

### 3. RESULTATS ET DISCUSSIONS

Les résultats numériques sont présentés en termes des nombres de Nusselt locaux et moyens de la phase fluide et de la phase solide, de lignes de courant et d'isothermes.

#### 3.1. Influence de l'angle d'inclinaison

La figure 2 présente l'influence de l'angle d'inclinaison sur la structure de l'écoulement pour  $Ra = 10^5$ ,  $Da = 10^{-3}$ ,  $\gamma = H = 1$ . En fonction de la structure géométrique des cellules d'écoulement, le champ d'écoulement observé est classé en deux régimes: asymétrique et axisymétrique.

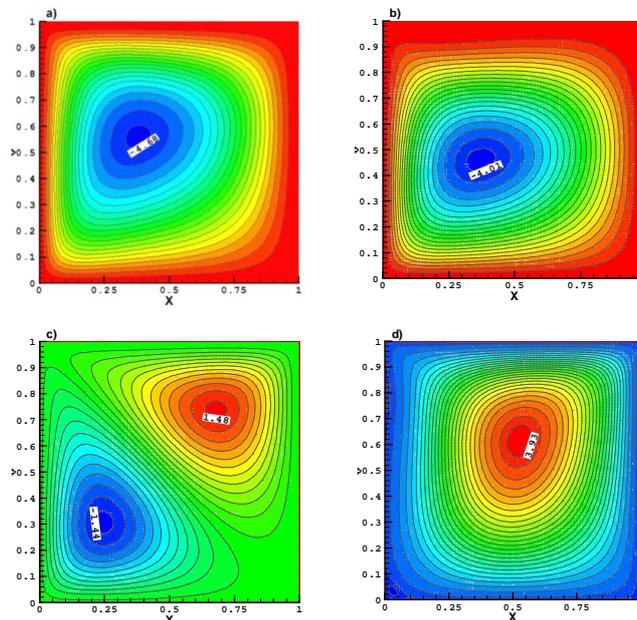


Figure 2: Influence de l'angle d'inclinaison  $\alpha$  sur les lignes de courant. **a)**  $\alpha=0^0$  ( $\psi_{max}= 0.0$ ,  $\psi_{min}=-4.72$ ); **b)**  $\alpha=30^0$  ( $\psi_{max}= 2.5E-3$ ,  $\psi_{min}=-4.05$ ); **c)**  $\alpha=45^0$  ( $\psi_{max}= 1.50$ ,  $\psi_{min}=-1.47$ ); **d)**  $\alpha=60^0$  ( $\psi_{max}= 3.993$ ,  $\psi_{min}=-4.8E-03$ ).

En effet, pour  $\alpha=45^0$  une structure axisymétrique autour de la diagonale de la cavité est observée où l'intensité des deux cellules contra-rotatifs est du même ordre de grandeur. Pour les autres valeurs de  $\alpha$ , on constate que la symétrie des deux cellules autour de la diagonale de la cavité est déformée. Pour  $\alpha = 0$  et  $30^0$ , la cellule inférieure occupe presque la totalité de la cavité, par contre pour  $\alpha = 60^0$  c'est la cellule supérieure (anti-horaire) qui occupe tout l'espace de la cavité.

L'influence de l'angle d'inclinaison sur les isothermes de la phase fluide (à gauche) et solide (à droite) est présentée sur la figure 3. A cause du fait que les deux cellules symétriques relative au cas où  $\alpha = 45^0$  sont si faibles que les isothermes correspondantes aux deux phases (fluide et solide) présentent une distribution diagonale symétrique et indiquant que le mode de transfert par conduction est dominant. Il en résulte des températures des deux phases très proches. Ainsi, les deux phases sont en équilibre thermique local et ce malgré le fait que les valeurs de  $\gamma$  et  $H$  sont très faibles. Pour  $\alpha = 0$  et  $60^0$ , les isothermes relatives à la phase solide gardent la symétrie diagonale, tandis que celles relatives à la phase fluide montrent une déformation importante indiquant la dominance du transfert de chaleur par convection naturelle. On constate aussi que la déformation des isothermes suit le sens de rotation de la cellule de recirculation (dans le sens horaire pour  $\alpha = 0^0$  et dans les sens anti-horaire pour  $\alpha = 60^0$ ).

### 3.2. Validation des résultats de la simulation :

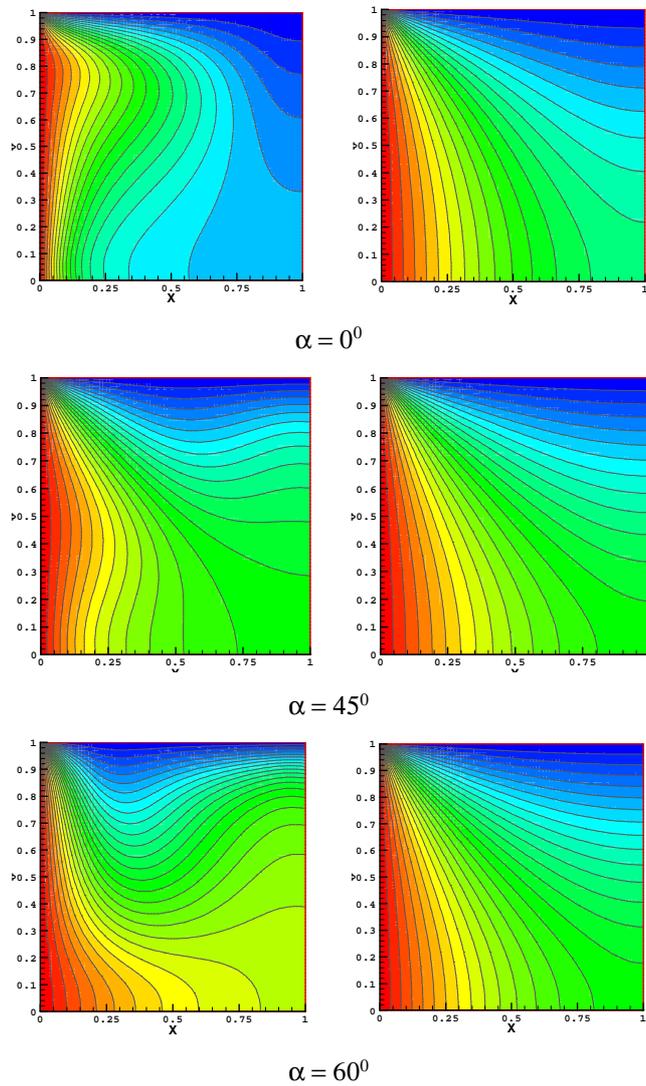


Figure 3: Influence de l'angle d'inclinaison  $\alpha$  sur les isothermes.

Notons, que le cas relatif à  $\alpha = 30^\circ$  est similaire à celui relatif à  $\alpha = 0^\circ$ .

Sur la figure 4, nous présentons l'influence de l'angle d'inclinaison sur les nombres de Nusselt moyens des deux phases fluide et solide. On constate une forte dépendance du nombre de Nusselt moyens de la phase fluide de l'angle d'inclinaison. Ce dernier entame une décroissance rapide jusqu'à  $\alpha = 45^\circ$  suivie d'une croissance rapide avant de se stabiliser entre  $\alpha = 80^\circ$  et  $90^\circ$ . Le nombre de Nusselt moyens de la phase solide montre une faible dépendance de l'angle d'inclinaison. On constate aussi que pour  $\alpha = 45^\circ$ , les deux valeurs des deux nombres de Nusselt sont très proches ce qui justifie la similitude des isothermes pour cette angle (figure 3).

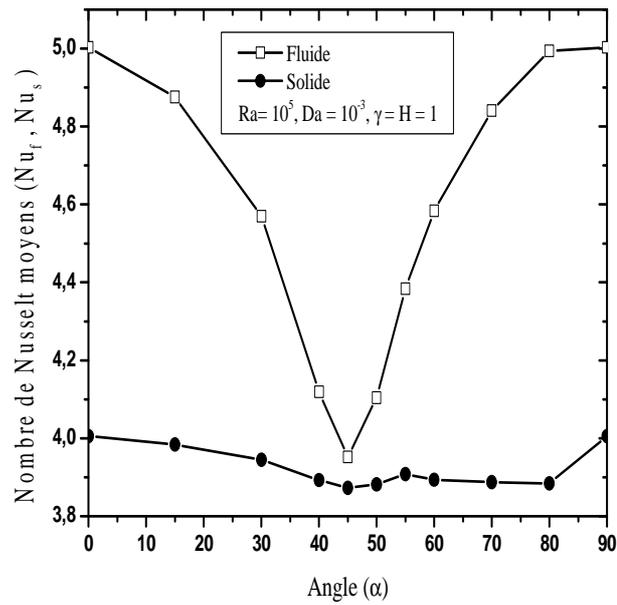


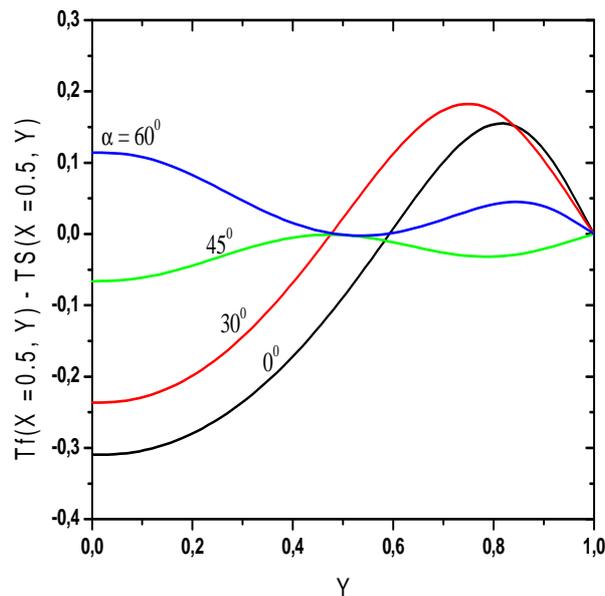
Figure 4: Influence de l'angle d'inclinaison  $\alpha$  sur les nombres de Nusselt moyens du fluide et du solide.

La figure 5 montre que la différence de température adimensionnelle entre le fluide et le solide au plans medians vertical et horizontal de la cavité présente de très faibles valeurs lorsque l'angle d'inclinaison est égale à  $45^\circ$ . Ce résultats justifie encore la similitude des isothermes des deux phases pour  $\alpha = 45^\circ$  (figure 3) et le faible écart entre les deux nombres de Nusselt moyens (figure 4).

### 1.1. Influence de la longueur de la zone chauffée

Les figures précédentes montrent que lorsque l'angle d'inclinaison est égale à  $45^\circ$  le système est très proche de l'équilibre thermique entre les deux phases malgré le fait que nous nous somme placé dans le cas le plus défavorable ( $\gamma=1, H=1$ ).

Pour celà, nous allons présenté l'influence de la longueur de la zone chauffée sur la paroi verticale de gauche pour cet angle ( $\alpha=45^\circ$ ) et pour un autre angle  $\alpha=0^\circ$  où l'équilibre thermique entre les deux phases n'est pas vérifié (figure 4).



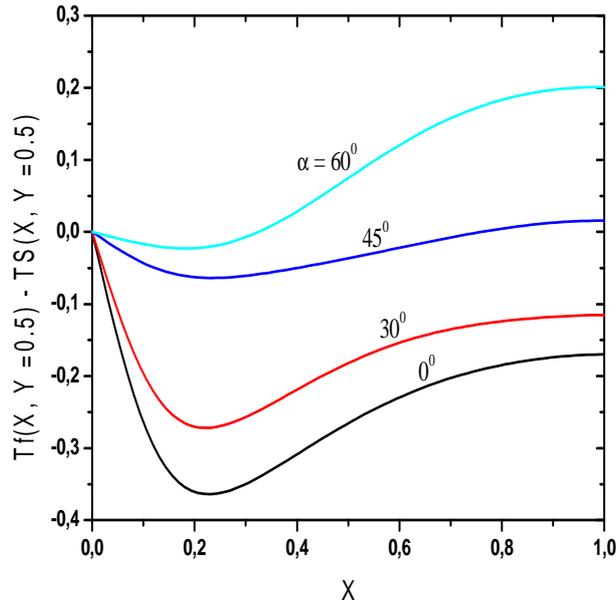


Figure 5: Influence de l'angle d'inclinaison  $\alpha$  sur la différence de température de la phase fluide et solide. En haut: au plan median vertical.; en bas: au plan median horizontal.

Sur la figure 6, nous présentons l'influence de la longueur de la zone chauffée sur les nombres de Nusselt locaux de la phase fluide  $Nu_F(x)$  et de la phase solide  $Nu_S(x)$  pour  $\alpha = 45^\circ$ . On constate un écart, du même ordre de grandeur, entre les deux nombres de Nusselt pour des valeurs de la longueur chauffée inférieures à l'unité. En conséquence, l'équilibre thermique constaté n'est valide que pour  $L_C=1$ . Par ailleurs, nous remarquons que la diminution de la longueur de la zone chauffée entraîne une augmentation du nombre de Nusselt de la phase solide contrairement au nombre de Nusselt de la phase fluide qui garde les mêmes valeurs indépendamment de la valeur de  $L_C$ .

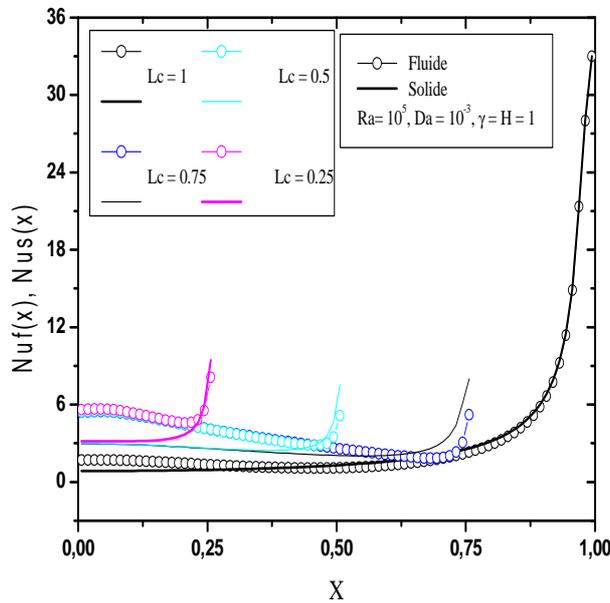


Figure 6: Influence de la longueur de la zone chauffée dans le cas où la cavité est inclinée d'un angle  $\alpha = 45^\circ$ .

Pour une valeur de l'angle d'inclinaison  $\alpha = 0^\circ$  (cavité horizontale), nous présentons la variation des deux nombres de Nusselt le long de l'axe X, figure 7. On constate le même comportement pour les valeurs de  $L_C$  inférieures à 1. Pour le cas où  $L_C=1$ , et contrairement au cas où  $\alpha = 45^\circ$  un écart entre les deux nombres de Nusselt des deux phases est constaté indiquant que la matrice poreuse et le fluide saturant sont hors équilibre thermique local. Par ailleurs, on constate que les nombres de Nusselt de la phase fluide  $Nu_F$  et de la phase solide  $Nu_S$  relatifs

aux deux angles  $\alpha$  ( $\alpha = 0^0$  et  $\alpha = 45^0$ ) présentent quasiment les mêmes valeurs indépendamment de la longueur de la zone chauffée lorsque  $L_C < 1$ .

Sur la [figure 8](#), nous présentons l'influence de la conductivité thermique modifiée ( $\gamma$ ) pour différentes valeurs du coefficient d'échange interphase ( $H$ ) et pour deux valeurs de l'angle d'inclinaison  $\alpha$ :  $\alpha = 0^0$  et  $\alpha = 45^0$  (cavité inclinée dans le sens anti-horaire) sur les nombres de Nusselt moyens des deux phases fluide et solide.

À travers cette figure on s'aperçoit que lorsque la cavité est inclinée d'un angle  $\alpha = 45^0$  l'écart entre les deux nombres de Nusselt est quasiment nul pour  $H > 1$ , ce qui prouve que le modèle est équivalent à celui de l'équilibre thermique local. Un faible écart est constaté pour les valeurs de  $H \leq 1$  et les faibles valeurs de  $\gamma$ . Ce dernier tend vers zéro avec l'augmentation des valeurs de  $\gamma$ .

Au contraire, lorsque  $\alpha = 0^0$ , le modèle hors équilibre thermique entre la matrice poreuse et le fluide saturant est valide pour les faibles valeurs du coefficient d'échange interphase ( $H$ ). Aux valeurs élevées de  $H$ , le système tend vers l'état d'équilibre thermique avec l'augmentation des valeurs de  $\gamma$ .

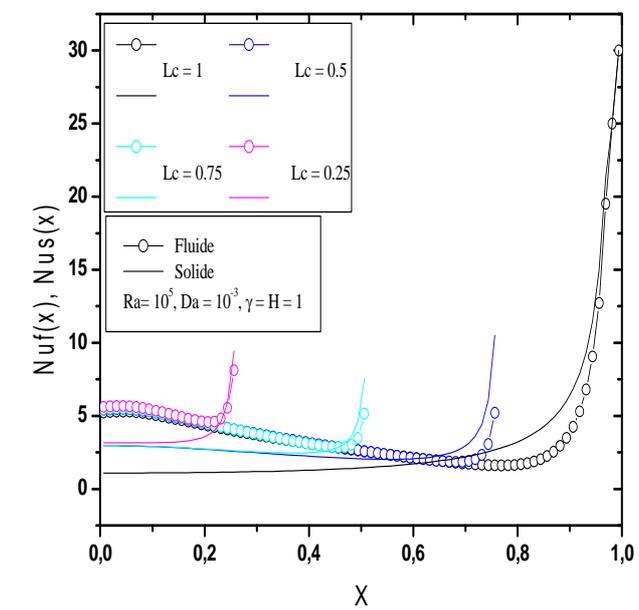
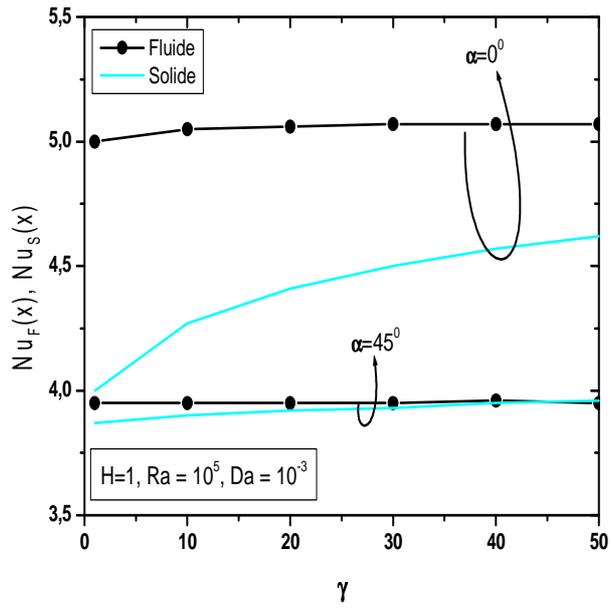
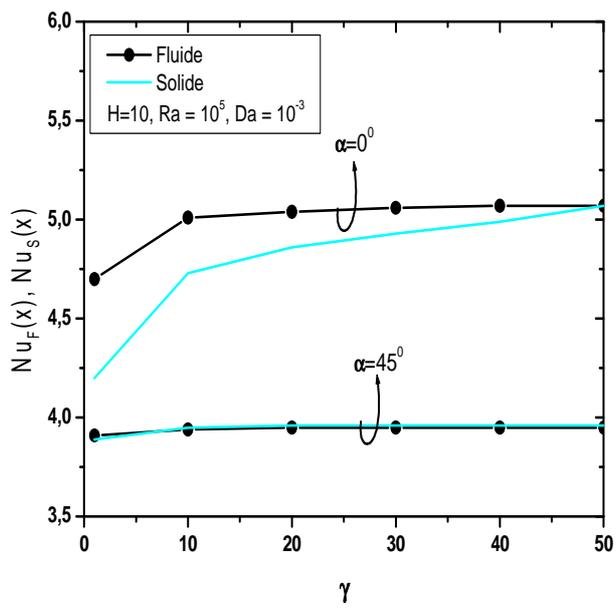


Figure 7: Influence de la longueur de la zone chauffée pour un angle  $\alpha = 0^0$  (cavité horizontale).



(a)



(b)

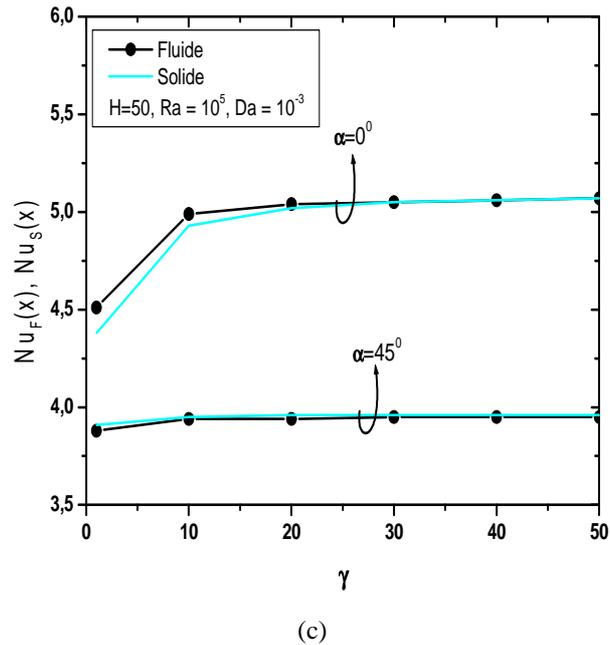


Figure 8: Influence de la conductivité thermique modifiée ( $\gamma$ ) pour différentes valeurs du coefficient d'échange interphase (H) sur les nombres de Nusselt moyens des phases fluide et solide. (a) H = 1 (b) H = 10 (c) H = 50.

## 5. Conclusion

Une étude numérique du transfert de chaleur par convection naturelle à l'intérieur d'une cavité poreuse carrée hors équilibre thermique local est mise en oeuvre. Les deux parois adjacentes (verticale gauche et horizontale supérieure) sont maintenues à des températures chaude et froide, respectivement.

L'analyse porte principalement sur l'influence de la longueur de la zone chauffée sur la paroi verticale gauche en fonction des paramètres de contrôle, tels que le coefficient d'échange interphase, le rapport modifié des conductivités thermiques et l'angle d'inclinaison de la cavité. Les principales conclusions de la présente étude sont les suivantes:

1. En fonction de la valeur de l'angle d'inclinaison, le champ de l'écoulement observé est classé selon deux régimes, asymétrique et axisymétrique, et ce lorsque la paroi verticale gauche est chauffée totalement ( $L_C = 1$ ).
2. Le modèle d'équilibre thermique local est valide lorsque l'angle d'inclinaison est égale à  $45^\circ$  pour un chauffage total de la paroi verticale gauche ( $L_C = 1$ ) indépendamment des valeurs du coefficient d'échange interphase (H) et de la conductivité thermique modifiée ( $\gamma$ ). Pour les autres angles d'inclinaison, le modèle d'équilibre thermique local n'est valide que pour les valeurs élevées de H et de  $\gamma$ .
3. Aux faibles valeurs de H et de  $\gamma$  et pour une valeur de la longueur de la zone chauffée sur la paroi verticale gauche inférieure à 1 ( $L_C < 1$ ), le modèle hors équilibre thermique local est valide dans toute la cavité indépendamment de la valeur de l'angle d'inclinaison  $\alpha$ .

### Nomenclature :

Symboles :

Da nombre de Darcy =  $K/L^2$

F nombre de Forchheimer

K perméabilité

$k_f$  conductivité thermique de la phase fluide

$k_s$  conductivité thermique de la phase solide

H coefficient d'échange interphase =  $hL^2/\epsilon k_f$

**Lettres grecques :**

$\gamma$  conductivité thermique modifiée =  $\epsilon k_f / (1 - \epsilon) k_s$

$\theta_s$  température adimensionnelle du solide

$\theta_f$  température adimensionnelle du fluide

$\epsilon$  porosité

$\alpha$  angle d'inclinaison de la cavité dans le sens antihoraire

**Indices / Exposants :**

s solide

f fluide

**Références :**

[1] PREMPREEYA, M. PHADUNGSAK, R., WARAPORN, K., Effect of electromagnetic field on distribution of temperature, velocity and concentration during saturated flow in porous media based on Local Thermal Non-Equilibrium models (influent of input power and input velocity), *International Journal of Heat and Mass Transfer*, (2016), <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.09.059>.

[2] WU, F., ZHOU, W., MA, X., Natural convection in a porous rectangular enclosure with sinusoidal temperature distributions on both side walls using a thermal non-equilibrium model, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 85, pp. 756-771, (2015).

[3] BERA, P., PIPPAL. S., SHARMA, A.K., A thermal non-equilibrium approach on double-diffusive natural convection in a square porous-medium cavity, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 78, pp. 1080-1094, (2014).

[4] PATANKAR, S.V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, *Hemisphere Publishing Corporation*, (1980).

[5] OMARA, A., BOUROUIS, A., ABBOUDI, S., Numerical approach of thermal non equilibrium natural convection in a square porous cavity with partially thermally active side walls, *Journal of Applied Fluid Mechanics*, Vol. 9, Special Issue-1, pp. x-x, 200x.